



European Development and Research Academy



Journal of Natural and Applied Sciences *Ural*



Center for Research and Development of Human Resources Ramah- Jordan

ISSN (Print): 2958-8987

ISSN (Online): 2958-8995

No: 3 Val:1/ July/ 2023

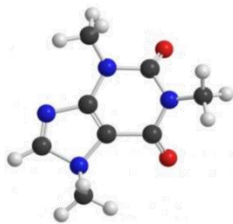
Journal of Natural and Applied Sciences **URAL**

A Quarterly Multidisciplinary Scientific Journal Issued by Center of Research and Human Resources Development Ramah- Jordan and European Development and Research Academy/ Brussels

PHYSICS



Chemistry



Biology



MATHMATICS



Pharmacy



Medicine



Engineering



Veterinary Medicine



Geology



Dentistry



computer



Agriculture



Editorial Team			
Prof. Dr. Ghassan Ezzulddin Arif	Tikrit University\ College of Education for Pure Science's\ Department of Mathematics.	Iraq	Editor-in-Chief of the Journal
Assist. Prof. Baraa Mohammed Ibrahim Al-Hilali	University of Samarra\ College of Education\ Biology Department	Iraq	Managing Editor of the Journal
Asst. inst. Alyaa Hussein Ashour	University of Mashreq/ College of Medical Sciences Technologies Department of Medical Physics	Iraq	Editorial Secretary of the Journal

Prof. Dr. Younis A. Rasheed	Al-Iraqia University, College of Medicine	Iraq
Assist. Prof. Dr. Hadeer Akram Al-Ani	Dept. of Public Health Sciences UC Davis School of Medicine	USA
Assist. Prof. Dr. Jawdat Akeel Mohammad Alebraheem	College of Science Al-Zulfi Majmaah University, Al-Majmaah	KSA
Assist. Prof. Dr. Almbrok Hussin Alsonosi OMAR	Sebha University	Libya
Assist. Prof. Dr. Saad Sabbar Dahham	University of Technology and Applied Sciences	Sultanate oman

Advisory and Scientific Board			
Prof. Dr. Ahamed Saied Othman	Tikrit University	Iraq	Head
Prof. Dr. Salih Hamza Abbas	University of Basrah	Iraq	Member
Prof. Dr. Leith A. Majed	University of Diyala	Iraq	Member
Assist. Prof. Dr Ali Fareed Jameel	Institute of Strategic Industrial Decision Modeling (ISIDM), School of Quantitative Sciences (SQS), University Utara (UUM), 06010 Sintok	Malaysia	Member
Assist. Prof. Mustafa Abdullah Theyab	University of Samarra	Iraq	Member
Dr. Modhi Lafta Mutar	The Open Educational College, Iraqi Ministry of Education, Thi-Qar	Iraq	Member
Dr. Asaad Shakir Hameed	Quality Assurance and Academic Performance Unit, Mazaya University College, Thi-Qar, Iraq.	Iraq	Member
Ahmad Mahdi Salih Alaubaydi	Assist. Lect.; PhD Student in the University of Sciences USM, Malaysia	Malaysia	Member
Ph.D. Ali Mahmood Khalaf	Gujarat University	India	Member

Focus & Scope:

Journal of Natural and Applied Sciences URAL

Journal welcomes high quality contributions investigating topics in the fields of Biology, physics, computer science, Engineering, chemistry, Geology, Agriculture, Medicine, Mathematics, Pharmacy, Veterinary, Nursing, Dentistry, and Environment.

Publication specializations in the journal	
Biology	Chemistry
Physics	Geology
Computer	Agriculture
Engineering	Mathematics
Medicine	Pharmacy
Veterinary	Dentistry Veternity,
Environment	Nursing

The Journal is Published in English and Arabic

General Supervisor of the Journal

Prof. Dr. Khalid Ragheb Ahmed Al-Khatib
Head of the Center for Research and Human
Resources Development Ramah – Jordan
Managing Director:
Dr. Mosaddaq Ameen Ateah AL – Doori

Linguistic Reviewer Team

Prof. Dr. Lamiaa Ahmed Rasheed
Tikrit University/College of Education for Women
Asst. Prof. Ahmed Khalid Hasoon
Tikrit University/ College of Education for Women
Asst. Prof. Dr. Mohammad Burjess
Tikrit University/ College of Education
Administrative Title of the Journal:
Amman\ Jordan\ Wasfi Al-Tal \ Gardens
Phone: +962799424774

Index

No.	Research Title	Researcher	Page No.
1.	M-Projectine Curvature Tensor of Locally Conformal Kahler Manifold	Shahad , A. A. Shihab· Shahad Rifaat Khalee. Dr. prof .Ali Abdul Al Majeed. Shihab , ^{1,2} Department of Mathematics, College of Education for Pure Sciences, Tikrit University,	6-16
2.	Establishment of Mathematical Models to Estimate the Concentration of Radon in the Soil with Water and Oil in The Qayyarah Refinery	Nisreen S. Ahmed ^a , Prof. Dr Ghassan E. Arif ^b ^{a,b} Department of Mathematics, College of Education for Pure-sciences, Tikrit -University,- Tikrit, Iraq.	17-25
3.	تقدير هيدروكلوريد البروميثازين طيفيا بطريقة الازدواج التأكسدي باستخدام السلفاميثا كاسازول ككاشف الازواج	بتول منصور زعيان/ قسم الكيمياء/ كلية التربية للبنات ، م.د. اسراء طالب حميدي قسم الهندسة الكيمياوية ، أم.د. محمد سالم عبد العزيز قسم الكيمياء / كلية التربية للبنات / جامعة تكريت	26-45
4.	Creating Mathematical Models to Estimate the Concentration of Uranium in Children's Teeth Models for the Governorates of Baghdad and Basra Using Neville's and Spline Numerical Methods	1Safa Fuad Ahmed, 2Ghassan EzzuldNdin Arif, and 3Aws Asaad Hamdi 1,2Department of Mathematics, College of Education for Pure Sciences, Tikrit University, Salahaddin, Iraq. 3 Directorate General of Education in Salah al-Din Province, Ministry of Education, Iraq.	46-54
5.	Chromosomes Complexes in Meiosis and Genome Maintenance	Reem K. Ibrahim ¹ Najeeb Mphammed Hussein ² 1 Department of Biology , Collage of Sciences, University of Anbar Department of Food Sciences , Collage of Agriculture , University of Anbar	55-62
6.	Some Geometric Properties on a Subclass of Meromorphic Multivalent Functions Associated with Integral Operator	Ibtihal Nsaif Jasem. Abdul Rahman S. Juma Department of Mathematics, University of Anbar, Ramadi, Iraq	63-77
7.	مستويات هرمون الريلاكسين عند المرضى المصابين بضغط الدم والسكر من الذكور والاناث	م.د. شذى حازم شاكر / كلية التربية للعلوم الصرفة – قسم علوم الحياة	78-84
8.	Modified New Iterative Method for Solving Systems of Nonlinear Volterra Integral Equations of the second kind	Shangul Mohammed Ghareeb ¹ , Ghassan E. Arif ² and Borhan F. Jumaa ³ ^{1,2} Department of Mathematics / College of Education for Women / Tikrit University ³ Computer Science Department, College of Computer Science and Information Technology , University of Kirkuk, Kirkuk, Iraq.	85-94
9.	تأثير المستخلص (الكحولي) لبعض الحشرات الطبية (ذبابة البطل الزرقاء والزنبور الاحمر الشرقي) في تثبط فطري (<i>Trichophyton rubrum</i> , <i>Candida Spp</i>)	عدنان سعد مزاحم , سعيد ماهر لفته , سهى ماهر عبدالرشيد جامعة تكريت / كلية العلوم / قسم علوم الحياة	95-105

10.	الطريقة الصريحة لحل معادلة الموجة ثنائية البعد	¹ محمد حسن رحيم , ² أ.م.عوني محمد كقطان ^{1,2} قسم الرياضيات - كلية علوم الحاسوب والرياضيات - جامعة تكريت - العراق	106-121
11.	التقدير الطيفي للمثيل دوبا في مستحضراته الصيدلانية باستخدام تفاعل الاقتران التأكسدي	مأرب اسماعيل علي * أسراء طالب حميدي ** *قسم الكيمياء/ كلية التربية/ جامعة تكريت، تكريت، العراق ** قسم الهندسة الكيمياء/ كلية الهندسة/ جامعة تكريت، تكريت، العراق	122-143
12.	Stability and chaos diagnosis of 3-D Rabinovich-Fabrikant (R-F) system with adaptive control and synchronization	Maysoon M. Aziz, Ghassan E. Arif, Ahmad T. Ahmad	144-155
13.	طريقة طيفية لتقدير المثيل دوبا بشكله النقي وفي مستحضره الصيدلاني باستخدام تفاعل الاقتران التأكسدي ايمان موسى يادكار ⁽¹⁾ ، أ.م.د سرحان علي سلمان ⁽²⁾ ، أ.م.د. شهلة جمال شكور ⁽³⁾	¹ كلية التربية للنبات\قسم الكيمياء\جامعة تكريت ² كلية العلوم\قسم الكيمياء\جامعة تكريت ³ كلية العلوم\قسم الكيمياء\جامعة كركوك	156-188
14.	Utilization finite element methods for solving the inverse problem of viscous Burgers' equation	Hassan H. Mohameed ¹ , Prof.Dr.Ghassan Ezzulddin Arif ² , Dr.Mohammed Azeez Hilal ³ 1,2 Department of Mathematics, College of Education for pure sciences, Tikrit University, Tikrit, Iraq. 3 Baquba Technical Institute, Middle Technical University, Iraq.	189-203
15.	Establishment of mathematical models to estimate the concentration of Uranium in the soil with water and oil in The Qayyarah refinery	Nisreen S. Ahmed ^{a,*} , Ghassan E. Arif ^b ^a Department of Mathematics, College of Education for pure sciences, Tikrit University, Tikrit, Iraq. ^b Department of Mathematics, College of Education for Sciences, Tikrit University, Tikrit, Iraq.	204-211
16.	Evaluation the Efficiency of Yeast, Zeolite, and Vitamin E in reducing Toxicity of Aflatoxin B1 on Cellular Blood Characteristics in Male Rats	Nibras Yahya Ahmed Zedan and Hebat-Alla A.A. Alhamdani University Of Anbar - College of Education for Women	212-225

ISSN (Print): 2958-8987

ISSN (Online): 2958-8995

Doi: 10.59799/APPP6605

M-Projectine Curvature Tensor of Locally Conformal Kahler Manifold

Shahad ¹ , A. A. Shihab²

1. Shahad Rifaat Khalee. ,

2. Dr. prof .Ali Abdul Al Majeed. Shihab,

^{1,2}Department of Mathematics,

College of Education for Pure Sciences,

Tikrit University,

Tikrit, Iraq.

¹shahad.rf.iq2020@gmail.com

²ali.abd82@yahoo.com

draliabd@tu.edu.iq

M-Projective Curvature Tensor of Locally Conformal Kahler Manifold

Shahad¹, A. A. Shihab²

1. Shahad Rifaat Khalee. ,

2. Dr. prof .Ali Abdul Al Majeed. Shihab ,

^{1,2}Department of Mathematics,

College of Education for Pure Sciences,

Tikrit University,

Tikrit, Iraq.

¹shahad.rf.iq2020@gmail.com

²ali.abd82@yahoo.com

draliabd@tu.edu.iq

Abstract

In this paper we study the relationship between tensor is an algebraic curvature tensor, M-Projective Curvature Tensor of a Locally Conformal Kahler manifold W_4 , i.e. "it has a classical symmetry properties of the Riemann curvature tensor" of a Locally Conformal Kahler manifold W_4 has been examined in this research.

The typical Riemannian curvature symmetry features of this tensor were demonstrated. In the L.C.K-manifold, calculate the M-Projective tensor (*M*-tensor) components. Some observations and relationships among them were obtained, and links between the tensor components of this manifold were constructed. With obtaining a neutral equation for each of the eight these components.

Keywords: Locally conformal Kahler manifold W_4 , M-projective tensor, conformal curvature tensor.

1.Introduction

Conformal transformations of Riemannian structures are the important object of differential geometry, where this "transformations which keeping the property of smooth harmonic function. It is" known, that such transformations have tensor in variant so-called M-Projective Curvature Tensor, In this paper we investigated the M-Projective Curvature Tensor of a Locally Conformal Kahler manifold W_4 .

The M-projective curvature tensor :[8] on AH-manifold M is a tensor of type (4,0) and satisfied the relation $e^{-2f}M(A, B, C, D) = M(A, B, C, D)$, which is defined as the form:

$$M(A, B, C, D) = R(A, B, C, D) - \frac{1}{2(n-1)} [S(B, C)g(A, D) - S(A, C)g(B, D) + g(B, C)S(A, D) - g(A, C)S(B, D)]$$

Where R is Riemannian curvature tensor, g is the Riemannian metric and A is the scalar curvature $A, B, C, D \in X(M)$, where $X(M)$ is the Lie algebra of M^∞ vector field of M .

The locally conformal Kahler manifold which are going to be dealt with in this study, is one of the sixteen classes of almost Hermitian manifold. The first study on locally conformal Kahler manifold was conducted by Libermann 1955 [12]. Vaisman, in 1981 put down some geometrical conditions for locally conformal Kahler manifold [19]. Later on in 1982, Tricerri mentioned different examples about the locally conformal Kahler manifold [18].

In 1993, Banaru [1] From the Banaru's classification of L.C.K-manifold. The class locally conformal kahler manifold satisfies the following conditions:

$$B^{abc} = 0, B_c^{ab} = \alpha^{[a} \delta_c^{b]}$$

2. Preliminaries

Let M be a smooth $2n$ dimension manifold, $C^\infty(M)$ - smooth function algebra on M ; $\alpha(M)$ vector fields of smoothness module on "manifold" of M ; $g = \langle \cdot, \cdot \rangle$ - Riemannian metrics is a Riemannian metrics link g on M , d : the element of distinction from the outside. The smooth class is assumed for all manifolds, Tensor fields, and other objects C in the following. The structure of NK ("nearlykahler") on the "(manifold M)" is a pair " (Q, g) " where Q : represents the structure of the almost complicated (" $Q^2 = id$ ") on M , $g = \langle \cdot, \cdot \rangle$ represents the Riemannian "(pseudo)" metric on M , where in this case $\langle Q\alpha, Q\beta \rangle = \langle \alpha, \beta \rangle$; $\alpha, \beta \in \alpha(M)$.

Let M be a n -dimensional $2n$ -dimensional smooth manifold. On M , $C(M)$ is a smooth function algebra, and $\alpha(M)$ is the vector field module on M . The Riemannian connection of the metric is denoted by ∇ , while the exterior differentiation is denoted by d .

3. The Structure Equation of locally conformal kahler manifold

In the beginning, deals with the construction of class focally conformal kahler manifold in the adjoint G -structure space.

Definition 3.1:[6]

Let g and \tilde{g} be two Riemannian metrics on smooth manifold M , we say that on M given a conformal transformation metric if there is a smooth function $f \in C^\infty(M)$ such that $\tilde{g} = e^{2f} g$

Let $\{M, J, g = \langle \cdot, \cdot \rangle\}$ be an L.C.K-manifold. If there exists a conformal transformation of the metric g into the metric \tilde{g} . Then, $\{M, J, \tilde{g} = e^{2f} g\}$ will be L.C.K-manifold. In this case, we say that, on smooth manifold M given conformal transformation of L.C.K-structure, denoted by \tilde{M}_f .

Definition 3.2:[3]

An L.C.K-manifold M is called a locally conformal kahler manifold, if for each point $m \in M$ there exists an open neighborhood U of this point and there exists $f \in C^\infty(U)$ such that \tilde{U}_f is kahler manifold.

Remark 3.3:

We shall denote to the locally conformal kahler manifold L.C.K-manifold

Definition 3.4: [2]

Let M be L.C.K-manifold, the from which is given by the following relation

$$\alpha = \frac{1}{n-1} \delta F \circ J$$

Is called a Lie form, where δ represents the coderivative if F is r-form. Then, its coderivative is (r-1). Form and its dual is a vector, which is called a Lie vector.

Remark 3.5: [1]

- 1- From the Banaru's classification of L.C.K-manifold. The class locally conformal kahler manifold statistics the following conditions:

$$B^{abc} = 0, B_c^{ab} = \alpha^{[a} \delta_c^{b]}$$

- 2- The value of Riemannian metric is g denoted by the form

$$i- g_{ab} = g_{\hat{a}\hat{b}} = 0$$

$$ii- g_{\hat{a}\hat{b}} = \delta_b^a$$

$$iii- g_{a\hat{b}} = \delta_a^b$$

The structure equation of L.C.K-manifold provide by the following theorem.

Theorem 3.6: [7]

The collection of the structure equation of L.C.K-manifold in the ad joint G-structure space has the following:

$$i- dw^a = w_b^a \wedge w^b + \beta_c^{ab} w^c \wedge w_b$$

$$ii- dw_a = -w_a^b \wedge w_b + \beta_{ab}^c w_c \wedge w^b$$

$$iii- dw_b^a = w_c^a \wedge w_b^c + A_{bc}^{ad} w^c \wedge w_d + \left\{ \frac{1}{2} \alpha^{a[c} \delta_b^{d]} + \frac{1}{4} \alpha^a \alpha^{[c} \delta_b^{d]} \right\} w_c \wedge w_d$$

Where $\{w^i\}$ are the components of mixture form, w_j^i are the components of Riemannian connection of metric g and $\{A_{bc}^{ad}\}$ are system function in the ad joint G-structure space.

Theorem 3.7: [7]

The component of the Riemannian curvature tensor of L.C.K-manifold in the ad joint G-structure space are given as the following forms:

$$i- R_{abcd} = 0$$

$$ii- R_{\hat{a}\hat{b}\hat{c}\hat{d}} = 0$$

$$iii- R_{\hat{a}bcd} = \alpha_{a[c} \delta_{d]}^b + \frac{1}{2} \alpha_a \alpha_{[c} \delta_{d]}^b$$

$$iv- R_{a\hat{b}cd} = -\alpha_{a[c} \delta_{d]}^b - \frac{1}{2} \alpha_a \alpha_{[c} \delta_{d]}^b$$

$$v- R_{ab\hat{c}d} = \alpha_{[a|d]} \delta_{b]}^c - \alpha_{[a} \delta_{b]}^h \alpha_{[h} \delta_{d]}^c$$

$$vi- R_{abc\hat{d}} = \alpha_{[a|c]} \delta_{b]}^d - \alpha_{[a} \delta_{b]}^h \alpha_{[h} \delta_{c]}^d$$

$$vii- R_{\hat{a}\hat{b}cd} = -2 \alpha_{[c}^{[a} \delta_{d]}^b]$$

$$viii- R_{ab\hat{c}\hat{d}} = 2 \alpha_{[a}^{[c} \delta_{b]}^d]$$

$$ix- R_{\hat{a}\hat{b}\hat{c}\hat{d}} = A_{bd}^{ac} - \alpha^{[a} \delta_d^{h]} \alpha_{[b} \delta_h^c]$$

$$\begin{aligned}
\text{x- } R_{\hat{a}\hat{b}\hat{c}\hat{d}} &= A_{bc}^{ad} - \alpha^{[a}\delta_c^{h]} \alpha_{[h}\delta_b^d] \\
\text{xi- } R_{\hat{a}\hat{b}\hat{c}\hat{d}} &= -A_{ad}^{bc} + \alpha^{[h}\delta_a^{b]} \alpha_{[a}\delta_h^c] \\
\text{xii- } R_{\hat{a}\hat{b}\hat{c}\hat{d}} &= -A_{ac}^{bd} + \alpha^{[b}\delta_c^{h]} \alpha_{[a}\delta_h^d] \\
\text{xiii- } R_{\hat{a}\hat{b}\hat{c}\hat{d}} &= -\alpha^{[a|c|}\delta_a^{b]} + \alpha^{[a}\delta_h^{b]} \alpha_{[h}\delta_a^c] \\
\text{xiv- } R_{\hat{a}\hat{b}\hat{c}\hat{d}} &= -\alpha^{[a|d|}\delta_c^{b]} + \alpha^{[a}\delta_h^{b]} \alpha_{[h}\delta_c^d] \\
\text{xv- } R_{\hat{a}\hat{b}\hat{c}\hat{d}} &= \alpha^{[c}\delta_b^{d]} + \frac{1}{2}\alpha^a \alpha^{[c}\delta_b^d] \\
\text{xvi- } R_{\hat{a}\hat{b}\hat{c}\hat{d}} &= -\alpha^{[c}\delta_b^{d]} - \frac{1}{2}\alpha^a \alpha^{[c}\delta_b^d]
\end{aligned}$$

Definition 3.8:[6]

A tensor of type (2,0) which is defined as $r_{ij} = R_{ijk}^k = g^{k1}R_{kij1}$, is called a Ricci tensor.

Theorem 3.9:

The component of Ricci tensor of L.C.K-manifold in the ad joint G-structure space are given by the following forms:

$$\begin{aligned}
\text{i- } r_{ab} &= \alpha c_{[b}\delta_c^a] + \frac{1}{2}\alpha c \alpha_{[b}\delta_c^a] + \alpha_{[c|b|}\delta_a^c] - \alpha_{[c}\delta_a^h] \alpha_{[h}\delta_c^b] \\
\text{ii- } r_{\hat{a}\hat{b}} &= -2\alpha^{[c}\delta_c^{a]} - A_{cb}^{ac} + \alpha^{[a}\delta_b^{h]} \alpha_{[c}\delta_h^c] \\
\text{iii- } r_{\hat{a}\hat{b}} &= A_{ac}^{cb} - \alpha^{[c}\delta_c^{h]} \alpha_{[a}\delta_h^c] + 2\alpha_{[c}^{[b}\delta_a^c] \\
\text{iv- } r_{\hat{a}\hat{b}} &= -\alpha^{[c|b|}\delta_c^a] + \alpha^{[c}\delta_h^a] \alpha_{[h}\delta_c^b] - \alpha^{c[b}\delta_a^c] - \frac{1}{2}\alpha^c \alpha^{[b}\delta_a^c]
\end{aligned}$$

4. M-Projective Curvature Tensor of Locally Kahler

In this section, we study the class of locally kahler manifold and M-projective tensor of locally kahler manifold.

Definition 4.1:[9]

Let g and \tilde{g} be two Riemannian metrics on smooth manifold M, we say that on M given a conformal transformation metric if there is a smooth function $f \in M^\infty(M)$ such that $\tilde{g} = e^{2f}g$.

Definition 4.2:[8]

The M-projective curvature tensor on NK-manifold M is a tensor of type (4,0) and satisfied the relation $e^{-2f}M(A, B, C, D) = M(A, B, C, D)$, which is defined as the form:

$$\begin{aligned}
M(A, B, C, D) &= R(A, B, C, D) - \frac{1}{2(n-1)} [S(B, C)g(A, D) - S(A, C)g(B, D) + g(B, C)S(A, D) \\
&\quad - g(A, C)S(B, D)]
\end{aligned}$$

Where R is Riemannian curvature tensor, g is the Riemannian metric and A is the scalar curvature $A, B, C, D \in X(M)$, where X(M) is the Lie algebra of M^∞ vector field of M.

Definition 4.3:

The M-projective curvature tensor on L.C.K-manifold M is a tensor of type (4,0) and satisfied the relation $e^{-2f}M(A, B, C, D) = M(A, B, C, D)$, which is defined as the form:

$$M(A, B, C, D) = R(A, B, C, D) - \frac{1}{2(n-1)} [S(B, C)g(A, D) - S(A, C)g(B, D) + g(B, C)S(A, D) - g(A, C)S(B, D)]$$

Where R is Riemannian curvature tensor, g is the Riemannian metric and A is the scalar curvature $A, B, C, D \in X(M)$, where X(M) is the Lie algebra of M^∞ vector field of M.

Definition 4.4:[8]

The form defines the M-projective curvature tensor

$$M_{ijkl} = R_{ijkl} - \frac{1}{2(n-1)} [S_{jk}g_{il} - S_{ik}g_{jl} + g_{jk}S_{il} - g_{ik}S_{jl}]$$

The Riemannian curvature tensor and the Ricci tensor respectively are R and S.

Definition 4.5:[5]

The Riemannian manifold is called an Einstein manifold, if the components of Ricci tensor satisfies the equation $r_{ij} = e g_{ij}$, where e and g are respective an Einstein constant and Riemannian metric.

Let's consider properties of the M-projective curvature tensor.

Remark 4.6:

Thus, the projective tensor satisfies all of the algebraic curvature tensor's characteristics:

- i- $M(a, b, c, d) = -M(b, a, c, d)$
- ii- $M(a, b, c, d) = -(a, b, d, c)$
- iii- $M(a, b, c, d) + M(b, c, a, d) + M(c, a, b, d) = 0$
- iv- $M(a, b, c, d) = M(c, d, a, b). a, b, c, d \in X(M)$

Proof:

We shall prove(i)

$$M(a, b, c, d) = R(a, b, c, d) - \frac{1}{2(n-1)} [S(b, c)g(a, d) - S(a, c)g(b, d) + g(b, c)S(a, d) - g(a, c)S(b, d)]$$

$$= -R(b, a, c, d) + \frac{1}{2(n-1)} [-S(b, c)g(a, d) + S(a, c)g(b, d) - g(b, c)S(a, d) + g(a, c)S(b, d)]$$

$$= -M(b, a, c, d)$$

Properties are similarly proved.

- ii- $M(a, b, c, d) = -(a, b, d, c)$
- iii- $M(a, b, c, d) + M(b, c, a, d) + M(c, a, b, d) = 0$
- iv- $M(a, b, c, d) = M(c, d, a, b).$

Covariant projective tensor M type (3,1) have form

$$M(a, b)c = R(a, b)c + \frac{1}{2N - 1} \{ \langle a, c \rangle b - \langle b, c \rangle a \}$$

Where R is the Riemannian curvature tensor and a is the scalar curvature $a, b, c \in A(M)$

By definition of a spectrum tensor

$$M(a, b)c = M_0(a, b)c + M_1(a, b)c + M_2(a, b)c + M_3(a, b)c + M_4(a, b)c + M_5(a, b)c + M_6(a, b)c + M_7(a, b)c, \quad a, b, c \in A(M).$$

Tensor $M_0(a, b)c$ as non-zero the component can have only components of the form

$$\{M_{0bc\hat{d}}^a, M_{0\hat{b}\hat{c}\hat{d}}^{\hat{a}}\} = \{M_{bcd}^a, M_{\hat{b}\hat{c}\hat{d}}^{\hat{a}}\}$$

Tensor $M_1(a, b)c$ -components of the form

$$\{M_{1bc\hat{d}}^a, M_{1\hat{b}\hat{c}\hat{d}}^{\hat{a}}\} = \{M_{bc\hat{d}}^a, M_{\hat{b}\hat{c}\hat{d}}^{\hat{a}}\}$$

Tensor $M_2(a, b)c$ -components of the form

$$\{M_{2b\hat{c}\hat{d}}^a, M_{2\hat{b}\hat{c}\hat{d}}^{\hat{a}}\} = \{M_{b\hat{c}\hat{d}}^a, M_{\hat{b}\hat{c}\hat{d}}^{\hat{a}}\}$$

Tensor $M_3(a, b)c$ -components of the form

$$\{M_{3b\hat{c}\hat{d}}^a, M_{3\hat{b}\hat{c}\hat{d}}^{\hat{a}}\} = \{M_{b\hat{c}\hat{d}}^a, M_{\hat{b}\hat{c}\hat{d}}^{\hat{a}}\}$$

Tensor $M_4(a, b)c$ -components of the form

$$\{M_{4\hat{b}\hat{c}\hat{d}}^a, M_{4b\hat{c}\hat{d}}^{\hat{a}}\} = \{M_{\hat{b}\hat{c}\hat{d}}^a, M_{b\hat{c}\hat{d}}^{\hat{a}}\}$$

Tensor $M_5(a, b)c$ -components of the form

$$\{M_{5\hat{b}\hat{c}\hat{d}}^a, M_{5b\hat{c}\hat{d}}^{\hat{a}}\} = \{M_{\hat{b}\hat{c}\hat{d}}^a, M_{b\hat{c}\hat{d}}^{\hat{a}}\}$$

Tensor $M_6(a, b)c$ -components of the form

$$\{M_{6\hat{b}\hat{c}\hat{d}}^a, M_{6bc\hat{d}}^{\hat{a}}\} = \{M_{\hat{b}\hat{c}\hat{d}}^a, M_{bc\hat{d}}^{\hat{a}}\}$$

Tensor $M_7(a, b)c$ -components of the form

$$\{M_{7\hat{b}\hat{c}\hat{d}}^a, M_{7bcd}^{\hat{a}}\} = \{M_{\hat{b}\hat{c}\hat{d}}^a, M_{bcd}^{\hat{a}}\}$$

Tensors $M_0 = M_0(a, b)c, M_1 = M_1(a, b)c, \dots, M_7 = M_7(a, b)c$

The basic invariants projective AH-manifold will be named.

Definition 4.7:

Locally kahler manifold for which $M_i = 0$ is locally kahler manifold of class $M_i, i=0,1, \dots, 7$.

Theorem 4.8:

- i- Locally kahler manifold of class M_0 characterized by identity $M(a, b)c - M(a, Jb)Jc - M(Ja, b)Jc - M(Ja, Jb)c - JM(a, b)Jc - JM(a, Jb)c - JM(Ja, b)c + JM(Ja, Jb)Jc = 0, \quad a, b, c \in X(M)$
- ii- Locally kahler manifold of class M_1 characterized by identity $M(a, b)c + M(a, Jb)Jc - M(Ja, b)Jc + M(Ja, Jb)c + JM(a, b)Jc - JM(a, Jb)c - JM(Ja, b)c - JM(Ja, Jb)Jc = 0, \quad a, b, c \in X(M)$
- iii- Locally kahler manifold of class M_2 characterized by identity $M(a, b)c - M(a, Jb)Jc + M(Ja, b)Jc + M(Ja, Jb)c - JM(a, b)Jc - JM(a, Jb)c + JM(Ja, b)c - JM(Ja, Jb)Jc = 0, \quad a, b, c \in X(M)$
- iv- Locally kahler manifold of class M_3 characterized by identity $M(a, b)c + M(a, Jb)Jc + M(Ja, b)Jc - M(Ja, Jb)c - JM(a, b)Jc + JM(a, Jb)c + JM(Ja, b)c + JM(Ja, Jb)Jc = 0, \quad a, b, c \in X(M)$
- v- Locally kahler manifold of class M_4 characterized by identity $M(a, b)c + M(a, Jb)Jc + M(Ja, b)Jc - M(Ja, Jb)c + JM(a, b)Jc - JM(a, Jb)c - JM(Ja, b)c - JM(Ja, Jb)Jc = 0, \quad a, b, c \in X(M)$
- vi- Locally kahler manifold of class M_5 characterized by identity $M(a, b)c - M(a, Jb)Jc + M(Ja, b)Jc + M(Ja, Jb)c + JM(a, b)Jc + JM(a, Jb)c - JM(Ja, b)c + JM(Ja, Jb)Jc = 0, \quad a, b, c \in X(M)$
- vii- Locally kahler manifold of class M_6 characterized by identity $M(a, b)c + M(a, Jb)Jc - M(Ja, b)Jc + M(Ja, Jb)c + JM(a, b)Jc - JM(a, Jb)c + JM(Ja, b)c + JM(Ja, Jb)Jc = 0, \quad a, b, c \in X(M)$
- viii- Locally kahler manifold of class M_7 characterized by identity $M(a, b)c - M(a, Jb)Jc - M(Ja, b)Jc - M(Ja, Jb)c + JM(a, b)Jc + JM(a, Jb)c + JM(Ja, b)c - JM(Ja, Jb)Jc = 0, \quad a, b, c \in X(M)$

Theorem 4.9:

We have the following inclusion relations

- i- $M_0 = M_3 = M_4 = M_5 = M_6 = M_7,$
- ii- $M_1 = -M_2.$

Theorem 4.10:

The following equation describes the components of the projective tensor of L.C.K-manifold in the ad joint G-structure:

$$i- M_{\hat{a}\hat{b}\hat{c}\hat{d}} = \beta^{adc} \beta_{bdh} - A_{bd}^{ac} - \frac{1}{2n-1} [(3\beta_{dbh} \beta^{dch} - A_{bd}^{dc}) \delta_d^a + (3\beta_{bah} \beta^{bdh} - A_{ab}^{ad}) \delta_d^b]$$

$$\text{ii- } M_{\hat{a}bcd} = \beta^{adh} \beta_{hbc} + A_{bc}^{ad} - \frac{1}{2n-1} [(-3\beta^{bah} \beta_{hbc} + A_{bc}^{ab}) \delta_b^d - (3\beta_{abh} \beta^{adh} - A_{bd}^{ad}) \delta_c^a]$$

And the others are either conjugate of the above components or equal to zero.

Proof:

By using theorem 3.7, we compute the components of projective tensor as the following:

1- Put $i=a, j=b, k=c, l=d$

$$M_{abcd} = R_{abcd} - \frac{1}{2(n-1)} [S_{bc}g_{ad} - S_{ac}g_{bd} + g_{bc}S_{ad} - g_{ac}S_{bd}]$$

$$M_{abcd} = 0$$

2- Put $i = \hat{a}, j = b, k = c, l = d$

$$M_{\hat{a}bcd} = R_{\hat{a}bcd} - \frac{1}{2(n-1)} [S_{bc}g_{\hat{a}d} - S_{\hat{a}c}g_{bd} + g_{bc}S_{\hat{a}d} - g_{\hat{a}c}S_{bd}]$$

$$M_{\hat{a}bcd} = \alpha_{a[c} \delta_{d]}^b + \frac{1}{2} \alpha_a \alpha_{[c} \delta_{d]}^b$$

3- Put $i = a, j = \hat{b}, k = c, l = d$

$$M_{a\hat{b}cd} = R_{a\hat{b}cd} - \frac{1}{2(n-1)} [S_{\hat{b}c}g_{ad} - S_{ac}g_{\hat{b}d} + g_{\hat{b}c}S_{ad} - g_{ac}S_{\hat{b}d}]$$

$$M_{a\hat{b}cd} = -\alpha_{a[c} \delta_{d]}^b - \frac{1}{2} \alpha_a \alpha_{[c} \delta_{d]}^b$$

4- $i = a, j = b, k = \hat{c}, l = d$

$$M_{ab\hat{c}d} = R_{ab\hat{c}d} - \frac{1}{2(n-1)} [S_{b\hat{c}}g_{ad} - S_{a\hat{c}}g_{bd} + g_{b\hat{c}}S_{ad} - g_{a\hat{c}}S_{bd}]$$

$$M_{ab\hat{c}d} = \alpha_{[a|d} \delta_{b]}^c - \alpha_{[a} \delta_{b]}^h \alpha_{[h} \delta_{d]}^c$$

5- $i = a, j = b, k = c, l = \hat{d}$

$$M_{abc\hat{d}} = R_{abc\hat{d}} - \frac{1}{2(n-1)} [S_{bc}g_{a\hat{d}} - S_{ac}g_{b\hat{d}} + g_{bc}S_{a\hat{d}} - g_{ac}S_{b\hat{d}}]$$

$$M_{abc\hat{d}} = \alpha_{[a|c} \delta_{b]}^d - \alpha_{[a} \delta_{b]}^h \alpha_{[h} \delta_{c]}^d$$

6- Put $i = \hat{a}, j = \hat{b}, k = c, l = d$

$$M_{\hat{a}\hat{b}cd} = R_{\hat{a}\hat{b}cd} - \frac{1}{2(n-1)} [S_{\hat{b}c}g_{\hat{a}d} - S_{\hat{a}c}g_{\hat{b}d} + g_{\hat{b}c}S_{\hat{a}d} - g_{\hat{a}c}S_{\hat{b}d}]$$

$$M_{\hat{a}\hat{b}\hat{c}\hat{d}} = -2\alpha_{[c}^{[a} \delta_{d]}^{b]} - \frac{1}{2(n-1)} [(-2\alpha\alpha_{[b}^{[c} \delta_{c]}^{a]} - A_{cb}^{ac} + \alpha^{[a} \delta_b^{[h]} \alpha_{[c} \delta_{h]}^c)] \delta_b^a - (-2\alpha_{[b}^{[c} \delta_{c]}^{a]} - A_{cb}^{ac} + \alpha^{[a} \delta_b^{[h]} \alpha_{[c} \delta_{h]}^c) \delta_b^a + (-2\alpha_{[b}^{[c} \delta_{c]}^{a]} - A_{cb}^{ac} + \alpha^{[a} \delta_b^{[h]} \alpha_{[c} \delta_{h]}^c) \delta_b^a - (-2\alpha_{[b}^{[c} \delta_{c]}^{a]} - A_{cb}^{ac} + \alpha^{[a} \delta_b^{[h]} \alpha_{[c} \delta_{h]}^c) \delta_b^a$$

$$M_{\hat{a}\hat{b}\hat{c}\hat{d}} = -2\alpha_{[c}^{[a} \delta_{d]}^{b]}$$

7- Put $i = \hat{a}, j = b, k = \hat{c}, l = d$

$$M_{\hat{a}b\hat{c}d} = R_{\hat{a}b\hat{c}d} - \frac{1}{2(n-1)} [S_{b\hat{c}}g_{\hat{a}d} - S_{\hat{a}\hat{c}}g_{bd} + g_{b\hat{c}}S_{\hat{a}d} - g_{\hat{a}\hat{c}}S_{bd}]$$

$$M_{\hat{a}b\hat{c}d} = A_{bd}^{ac} - \alpha^{[a} \delta_d^{[h]} \alpha_{[b} \delta_{h]}^c - \frac{1}{2(n-1)} (A_{ac}^{cb} - \alpha^{[c} \delta_c^{[h]} \alpha_{[a} \delta_{h]}^c + 2\alpha_{[c}^{[b} \delta_a^{c]}) \delta_b^a + (A_{ac}^{cb} - \alpha^{[c} \delta_c^{[h]} \alpha_{[a} \delta_{h]}^c + 2\alpha_{[c}^{[b} \delta_a^{c]}) \delta_b^a + 2\alpha_{[c}^{[b} \delta_a^{c]}) \delta_b^a$$

$$M_{\hat{a}b\hat{c}d} = A_{bd}^{ac} - \alpha^{[a} \delta_d^{[h]} \alpha_{[b} \delta_{h]}^c - \frac{1}{(n-1)} (A_{ac}^{cb} - \alpha^{[c} \delta_c^{[h]} \alpha_{[a} \delta_{h]}^c + 2\alpha_{[c}^{[b} \delta_a^{c]}) \delta_b^a$$

8- Put $i = \hat{a}, j = b, k = c, l = \hat{d}$

$$M_{\hat{a}bc\hat{d}} = R_{\hat{a}bc\hat{d}} - \frac{1}{2(n-1)} [S_{bc}g_{\hat{a}\hat{d}} - S_{\hat{a}c}g_{b\hat{d}} + g_{bc}S_{\hat{a}\hat{d}} - g_{\hat{a}c}S_{b\hat{d}}]$$

$$M_{\hat{a}bc\hat{d}} = A_{bc}^{ad} - \alpha^{[a} \delta_c^{[h]} \alpha_{[b} \delta_{h]}^d - \frac{1}{2(n-1)} + (2\alpha_{[b}^{[c} \delta_{c]}^{a]} - A_{cb}^{ac} + \alpha^{[a} \delta_b^{[h]} \alpha_{[c} \delta_{h]}^c) \delta_a^b - (A_{ac}^{cb} - \alpha^{[c} \delta_c^{[h]} \alpha_{[a} \delta_{h]}^c + 2\alpha_{[c}^{[b} \delta_a^{c]}) \delta_b^a$$

The above theorem calculated components projective tensor curvature on space of the ad joint G-structure projective tensor of L.C.K-manifolds and M_1 and M_2 have only other components projective tensor are equal to zero.

For L.C.K-manifold only two projective tensor don'ts equal zero. M_1 with component $\{M_{bc\hat{d}}^a, M_{b\hat{c}d}^a\}$ and W_2 with component $\{M_{b\hat{c}d}^a, M_{\hat{b}cd}^a\}$.

Definition 4.2.11:[9][4]

According to properties well-know that $M \subset R_1 \subset R_2 \subset R_3$. Consider that, (M, J, g) locally kahler manifold of dimension $2n$, M-projective tensor.

References

- [1] Banara M." Introduction to differential Manifold and Riemannian geometry" New York, Academic press,1975.
- [2] Cray A. "Gurvature Identilies for Hermitian and almost Hermitian Manifold" J.diff. geom,V.4, P.283-309,1970.
- [3] Gryb A, and Hervalla L. M., " Sixteen classes of almost Hermitian Manifold and their linear invataiants" Ann, Math. pure and Appl, Vol. 123, No.3, PP.35-58, 1980.
- [4] Milava P. "Locally Conformally kahler manifold of constant type and J-invariant curvature Tensor " Facta Universities, series:Mechanicm Automatic control and Robotics, Vol.3, No 14, PP.791-804, 2003.
- [5] Petrov A.Z. ,"Einstein space" phys-math letr. Moscow, P.463, 1961.
- [6] Rachevski P.K, "Riemannian geometry and for so analysis" M. Nauka, 1964.
- [7] Rakees H. A., "Locally conformal kahler araniteld of class" 3RMsc, Thesis, University of Basrah, college of science, 2004.
- [8] R.N. Singh and Shravan K Pandey "on the M-projective curvature Tensor of N(k)-contact metric manifolds" Hindawi puplishing corporation, Vol.2013, Article ID 932564, 6 pages.
- [9] Yano, K. concicular Geometry I, concicular Transformation, proc Acad, Japan 16(1940), 195-200.

ISSN (Print): 2958-8987

ISSN (Online): 2958-8995

Doi: 10.59799/APPP6605

Establishment of Mathematical Models to
Estimate the Concentration of Radon in the
Soil with Water and Oil in the Qayyarah
Refinery

Nisreen S. Ahmed ^a, Prof. Dr Ghassan E. Arif ^b

^{a,b}Department of Mathematics, College
of-Education for Pure-sciences, Tikrit
-University,- Tikrit, Iraq.

^aEmail: nisreen.s.ahmed@st.tu.edu.iq, ^bEmail:
ghasanarif@tu.edu.iq

Establishment of Mathematical Models to Estimate the Concentration of Radon in the Soil with Water and Oil in the Qayyarah Refinery

Nisreen S. Ahmed ^a, Prof. Dr Ghassan E. Arif ^b

^{a,b}Department of Mathematics, College of-Education for Pure-sciences, Tikrit -University, -Tikrit, Iraq.

^aEmail: nisreen.s.ahmed@st.tu.edu.iq, ^bEmail: ghasanarif@tu.edu.iq

Abstract

The research aims to build mathematical models for estimating the concentration of Radon in the soil with water and oil using numerical methods such as Neville and Hermite, where we got mathematical models implicitly through the adequate amount of Radon concentration in the soil. We got on miniatures mistake percentage almost non-existent

Keywords: Uranium. Radon. Least Square . Mathematical Models. Neville Method . Hermit Method

1. Introduction

Natural radioactive elements Like Radon and thorium are found in the soil [1]. Radon gas belongs to the series of uranium and is characterized by the ability to transfer in the air from one place to another without impediment. It possibly exposes humans and planets in the oil industry [2, 3]. Natural Radon involves three isotopes, one from each of the three natural radioactive-disintegration series (the series of Uranium, thorium, and actinium). Radon was discovered in 1900 by Friedrich E. Dorn, a German chemist, radon-222 (3.823-day hal-life), the longest-lived isotope, arises in the uranium series [4]. Numerous studies have been published by the International Friedrich E. Dorn Atomic Energy Friedrich E. Dorn Agency on the possibility of the radioactive elements' presence in the oil industry, as well as treatment and safety methods [5].

Researchers conducted A study in Turkey by collecting soil samples, crude oil, sludge and water, measuring the radiation level and determining its danger [6]. Our study aims to estimate Radon concentration in the soil of the Qayyarah refinery with water and oil in Qayyarah refinery using some numerical methods like Neville, Hermite and Least Square methods.

1. Application Field

The study is established based on mathematical modelling by using numerical methods such as Neville to achieve calculations of Radon concentration in the soil. This study was established to estimate the mathematical modelling by accreditation on graph theory methods such as Neville, Hermite and Least Square.

2. Neville's Method

The key idea of this method is to estimate the polynomial value at a specific point without first finding all of the polynomial coefficients. The Neville's method is defined as follows: Let f be a function that has values at the n points X_0, X_1, \dots, X_n . Let $\{m_1, m_2, \dots, m_k\}$ be a k distinct integers set from the set $\{0, 1, 2, \dots, n\}$. Let $P_{m_1, m_2, \dots, m_k}(x)$ represent the polynomial of Lagrange that agrees with the f function at k points $x_{m_1}, x_{m_2}, \dots, x_{m_k}$, \dots i.e. $P_{m_1, m_2, \dots, m_k}(x_{m_1}) = f(x_{m_1}), P_{m_1, m_2, \dots, m_k}(x_{m_2}) = f(x_{m_2}), \dots, P_{m_1, m_2, \dots, m_k}(x_{m_k}) = f(x_{m_k})$. Obviously, $P_{m_1, m_2, \dots, m_k}(x)$ is the only $(k-1)$ degree polynomial which passes in the k points $(x_{m_1}, f(x_{m_1})), \dots, (x_{m_k}, f(x_{m_k}))$. Neville's method main idea is to recursively use polynomials of Lagrange of lower powers to calculate polynomials of Lagrange of higher power relationships. This concept can be useful; for instance, if we have the polynomial of Lagrange depending on some data set points $(x_i, f(x_i)), k= 0, 1, \dots, n$, and we can get a new data point, $(x_{n+1}, f(x_{n+1}))$ [7].

$$AR_n = \frac{P_0 \cdot P_1 - P_1 \cdot P_0}{P_0 - P_1},$$

$P_0 = 847 \quad AR_n = 0.5653$
 $P_1 = 1970 \quad AR_n = 1.3171$

$$AR_n = \frac{P_0 \cdot P_1 - P_1 \cdot P_0}{P_0 - P_1}$$

$$= \frac{1001 \cdot 0.5653 - 0.6688 \cdot 1970}{1001 - 1970}$$

$$= \frac{565.9653 - 1317.636}{-969}$$

$$= 0.0006694568 p - 0.0017299199 \tag{1}$$

Table 1: Calculate Radon concentration in the soil using the Neville method

No.	Location	P Tr.cm ⁻²	ARn Exp. Bq	ARnCal	E	E ²
1	Qayyarah refinery	847	0.5653	0.5653000	0.000000	0.0000000000
2	Qayyarah refinery	1001	0.6688	0.6683963	0.000404	0.0000001629
3	Qayyarah refinery	1294	0.8655	0.8645472	0.000953	0.0000009079
4	Qayyarah refinery	1372	0.9167	0.9167648	0.000065	0.0000000042
5	Qayyarah refinery	1467	0.9804	0.9803632	0.000037	0.0000000014
6	Qayyarah refinery	1565	1.0452	1.0459700	0.000770	0.0000005929
7	Qayyarah refinery	1742	1.1647	1.1644638	0.000236	0.0000000558
8	Qayyarah refinery	1778	1.1886	1.1885643	0.000036	0.0000000013
9	Qayyarah refinery	1970	1.3171	1.3171000	0.000000	0.0000000000
10	Qayyarah refinery	2308	1.5434	1.5433764	0.000024	0.0000000006
11	Qayyarah refinery	2035	1.3603	1.3606147	0.000315	0.0000000990

No.	Location	P Tr.cm ⁻²	ARn Exp. Bq	ARnCal	E	E ²
12	Qayyarah refinery	2029	1.3569	1.3565979	0.000302	0.0000000912
13	Qayyarah refinery	2055	1.3739	1.3740038	0.000104	0.0000000108
	Σ					0.0000019279

Fig.1. shows the estimated and real values for the Radon concentration in the soil using the Neville method as follows:

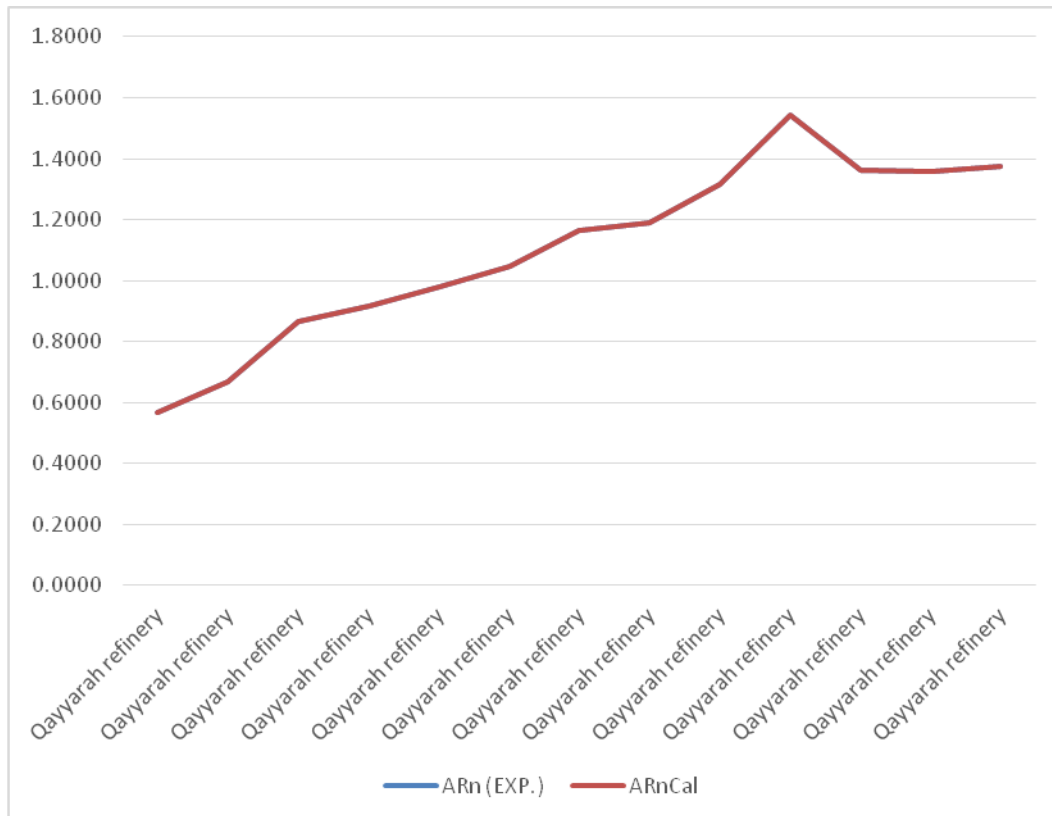


Fig. 1: The estimated values graph for the concentration of Radon on the soil by using Neville’s method

3. Hermite Method

The polynomials of Hermite are given in the case of $m_i=1$, for each $i=0, 1, \dots, n$. Those polynomials agree with f at x_0, x_1, \dots, x_n for a given function f . Likewise, they have a similar form as the function at $(x_i, f(x_i))$ due to their first derivatives agreeing with these of f function in the sense that the tangent lines are agreed to the polynomial and the function [8].

Using the Hermite method, we will estimate the concentration of Radon in the soil of Qayyarah City with water and oil in the Qayyarah refinery. By using the method of Hermite, the formula can be expressed as follows [9]:

$$P_0 = 847, F(P_0) = 0.5653$$

$$P_1 = 1001, F(P_1) = 0.6688$$

$$P_2 = 1294, F(P_2) = 0.8655$$

$$P_3 = 1372, F(P_3) = 0.9167$$

$$F[P_0, P_1] = \frac{F(P_1) - F(P_0)}{P_1 - P_0}$$

$$= \frac{0.6688 - 0.5653}{1001 - 847} = \frac{0.1035}{154} = 0.0006$$

$$F[P_1, P_2] = \frac{F(P_2) - F(P_1)}{P_2 - P_1}$$

$$= \frac{0.8655 - 0.6688}{1294 - 1001}$$

$$= \frac{0.1967}{293} = 0.0006$$

$$F[P_2, P_3] = \frac{F(P_3) - F(P_2)}{P_3 - P_2}$$

$$= \frac{0.9167 - 0.87655}{1372 - 1294}$$

$$= \frac{0.0512}{78} = 0.0006$$

$$F[P_0, P_1, P_2] = \frac{F[P_1, P_2] - F[P_0, P_1]}{P_2 - P_0}$$

$$= \frac{0.0006 - 0.0006}{1294 - 847} = \frac{0}{447} = 0$$

$$F[P_1, P_2, P_3] = \frac{F[P_2, P_3] - F[P_1, P_2]}{P_3 - P_1}$$

$$= \frac{0.0006 - 0.0006}{1372 - 1001} = \frac{0}{371} = 0$$

$$F[P_0, P_1, P_2, P_3] = \frac{F[P_1, P_2, P_3] - F[P_0, P_1, P_2]}{P_3 - P_0}$$

$$= \frac{0 - 0}{1372 - 847} = \frac{0}{525} = 0$$

$$AR_n = F[P_0] + F[P_0, P_1](P - P_0) + F[P_0, P_1, P_2](P - P_0)(P - P_1) + F[P_0, P_1, P_2, P_3]$$

$$(P - P_0)(P - P_1)(P - P_2)$$

$$= 0.5653 + 0.0006720779(P - 847) + 0(P - 847)(P - 1001) + 0(P - 847)(P - 1001)(P - 1294)$$

$$= 0.5653 + 0.0006720779P - 0.5692499813 + 0 + 0$$

$$= 0.0006720779P - 0.0039499813 \quad (2)$$

Table 2: Calculate Radon concentration in the soil using the Hermit method

No.	Location	P Tr.cm ⁻²	ARn Exp. ppm	ARnCal	E	E ²
1	Qayyarah refinery	847	0.5653	0.5653000	0.000000	0.0000000000
2	Qayyarah refinery	1001	0.6688	0.6688000	0.000000	0.0000000000
3	Qayyarah refinery	1294	0.8655	0.8657188	0.000219	0.0000000479
4	Qayyarah refinery	1372	0.9167	0.9181409	0.001441	0.0000020762
5	Qayyarah refinery	1467	0.9804	0.9819883	0.001588	0.0000025227
6	Qayyarah refinery	1565	1.0452	1.0478519	0.002652	0.0000070327
7	Qayyarah refinery	1742	1.1647	1.1668097	0.002110	0.0000044509
8	Qayyarah refinery	1778	1.1886	1.1910045	0.002405	0.0000057817
9	Qayyarah refinery	1970	1.3171	1.3200435	0.002943	0.0000086641
10	Qayyarah refinery	2308	1.5434	1.5472058	0.003806	0.0000144842
11	Qayyarah refinery	2035	1.3603	1.3637285	0.003429	0.0000117549
12	Qayyarah refinery	2029	1.3569	1.3596961	0.002796	0.0000078181
13	Qayyarah refinery	2055	1.3739	1.3771701	0.003270	0.0000106936
	Σ					0.0000753

Using Hermite's method, the estimated values for the concentration of Radon in the soil are shown below:

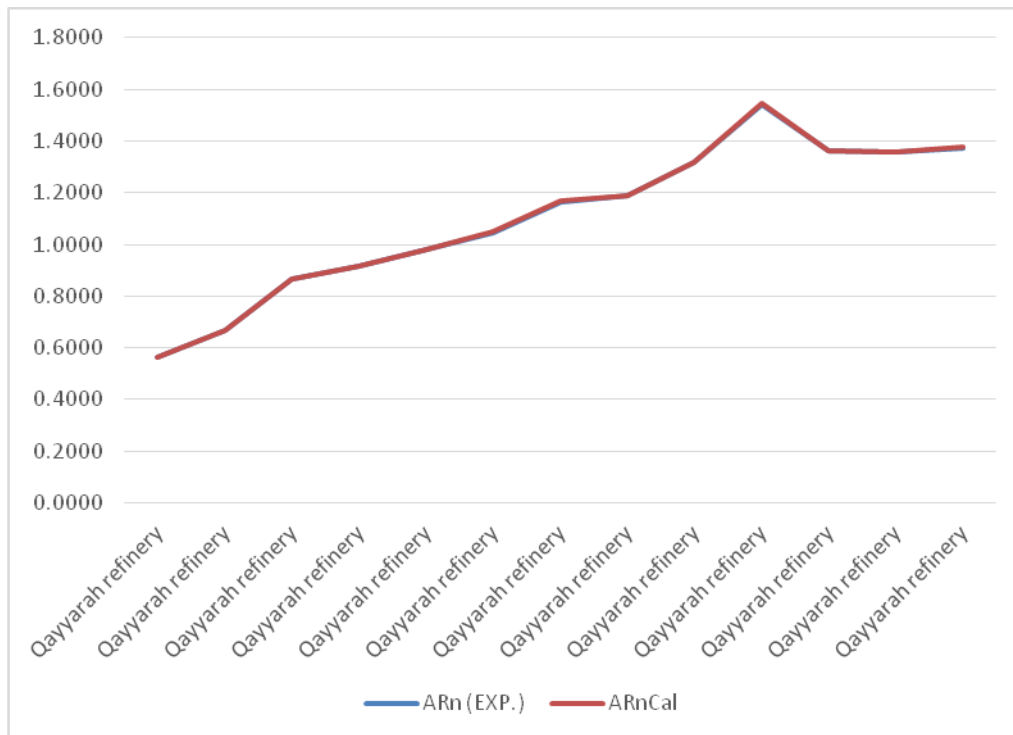


Fig. 2: The estimated values graph for the concentration of Radon on the soil by using Hermite's method.

4. Least Square Method

It is an essential statistical method, mainly for the analysis of regression. It estimates the trendline that reduces the overall significant mistakes or deviations in the line of analysis of observed points. It is a typical estimation approach that is used to solve equations systems where the number of equations exceeds the number of variables to obtain a solution that attempts to reduce the value of the squares mean the of the error that is produced from approximating each equation [10].

We used the Least squares method to estimate Radon's concentration in the Qayyarah refinery's soil. The rule of the Least squares method is formed as shown below [11]:

$$N * a_0 + a_1 \sum P = \sum ARn$$

$$13 a_0 + 21463 a_1 = 14.3468$$

$$a_0 * \sum P + a_1 \sum p^2 = \sum P * ARn$$

$$21463 a_0 + 37762247 a_1 = 25243.7496$$

$$\pm 13 a_0 \pm 21463 a_1 = \pm 14.3468$$

$$21450 a_0 + 37740784 a_1 = 25229.4028$$

$$21450 a_0 = 25229.4028 - 37740784 a_1$$

$$a_0 = \frac{25229.4028 - 37740784 a_1}{21450}$$

$$a_0 = 1.1761959347 - 1759.4771095571 a_1$$

$$13 a_0 + 21463 a_1 = 14.3468$$

$$13 (1.1761959347 - 1759.4771095571 a_1) + 21463 a_1 = 14.3468$$

$$15.2905471511 - 22873.202424242 a_1 + 21463 a_1 = 14.3468$$

$$-1410.202424242 a_1 = -0.9437471511$$

$$a_1 = \frac{0.9437471511}{1410.202424242}$$

$$a_1 = 0.0006692281$$

$$a_0 = 1.1761959347 - 1759.4771095571 a_1$$

$$a_0 = 1.1761959347 - 1759.4771095571 (0.0006692281)$$

$$a_0 = 1.1761959347 - 1.177491523$$

$$a_0 = -0.0012955883$$

$$ARn = a_0 + a_1 * P$$

$$ARn = -0.0012955883 + 0.0006692281 P$$

Table 3: Calculate Radon concentration in the soil using the Least Square method

No.	Location	P Tr.cm ⁻²	ARn Exp. Bq	p ²	P*ARn	ARnCal	E	E ²
1	Qayyarah refinery	847	0.5653	717409	478.8091	0.565540612	0.000241	0.0000000579
2	Qayyarah refinery	1001	0.6688	1002001	669.4688	0.668601740	0.000198	0.0000000393
3	Qayyarah refinery	1294	0.8655	1674436	1119.9570	0.864685573	0.000814	0.0000006633
4	Qayyarah refinery	1372	0.9167	1882384	1257.7124	0.916885365	0.000185	0.0000000344
5	Qayyarah refinery	1467	0.9804	2152089	1438.2468	0.980462034	0.000062	0.0000000038
6	Qayyarah refinery	1565	1.0452	2449225	1635.7380	1.046046388	0.000846	0.0000007164
7	Qayyarah refinery	1742	1.1647	3034564	2028.9074	1.164499762	0.000200	0.0000000401
8	Qayyarah refinery	1778	1.1886	3161284	2113.3308	1.188591974	0.000008	0.0000000001
9	Qayyarah refinery	1970	1.3171	3880900	2594.6870	1.317083769	0.000016	0.0000000003
10	Qayyarah refinery	2308	1.5434	5326864	3562.1672	1.543282867	0.000117	0.0000000137
11	Qayyarah refinery	2035	1.3603	4141225	2768.2105	1.360583595	0.000284	0.0000000804
12	Qayyarah refinery	2029	1.3569	4116841	2753.1501	1.356568227	0.000332	0.0000001101
13	Qayyarah refinery	2055	1.3739	4223025	2823.3645	1.373968157	0.000068	0.0000000046
	Σ	21463	14.3468	37762247	25243.7496			0.000017644

By using the Least square method, the estimated values for the Radon concentration on the soil is shown below.

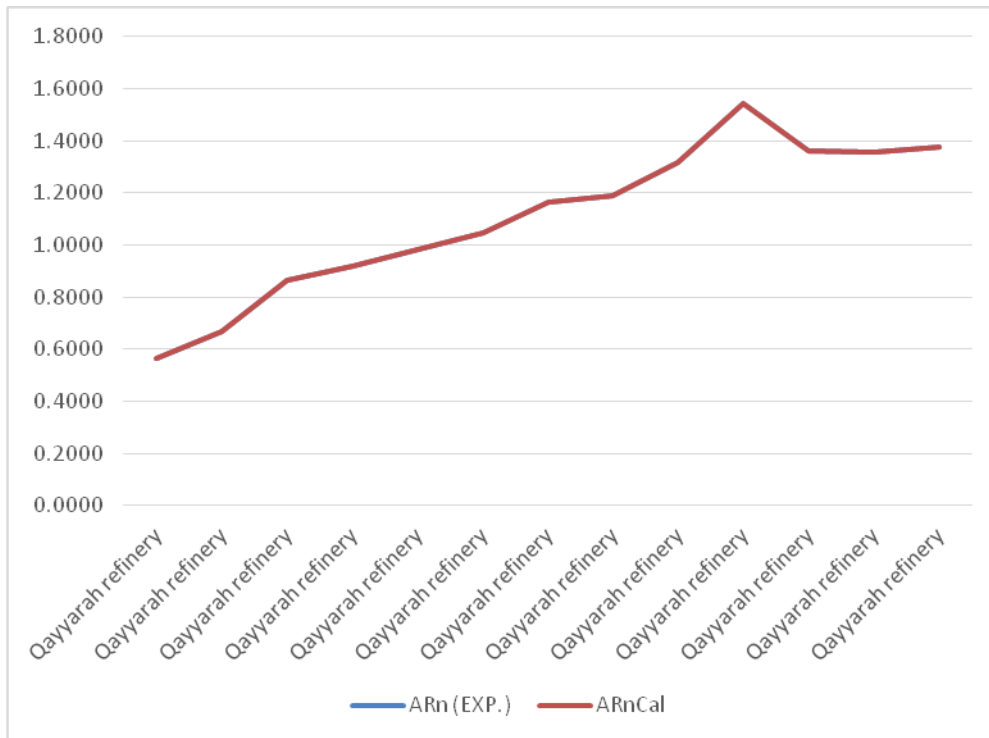


Fig. 3: The estimated values graph for the concentration of Radon on soil by using Least Square’s method

5. Conclusion and Result

As explained by a short investigation that measured the concentration of Radon in the soil of Qayyarah City, the research confirmed that mathematical modelling is an effective

and accurate method for identifying Radon concentration in the soil. This research used several numerical analytic techniques to demonstrate a relationship between mathematics and healthcare. We do not create mathematical models that aid us in solving issues; alternatively, we obtain answers compatible with theoretical values and experimental evidence through these models. We have utilized techniques of extrapolation which are the Neville, Leas Square, and Hermit methods, for validating the mathematical models.

The mathematical models that have been presented in this research are practical and valuable tools. Thus, the recommended models gave results that were consistent and accurate. The derived mathematical models helped us estimate the concentrations of Radon in the soil. The best models were these developed by numerical analysis is the approach of the Least square method, which is found to be with the least estimated error.

References

- [1] E. Hazou and T. Patchali, "Assessment of radiological hazards in the phosphate mining area of Kpogame, Togo," *Case Studies in Chemical Environmental Engineering*, vol. 3, p. 100077, 2021.
- [2] M. Attallah, M. Hamed, E. El Afifi, and H. Aly, "Removal of ²²⁶Ra and ²²⁸Ra from TENORM sludge waste using surfactants solutions," *Journal of environmental radioactivity* vol. 139, pp. 78-84, 2015.
- [3] T. Tchorz and M. Kłos, "Factors affecting atmospheric radon concentration, human health," *Science of the total environment*, vol. 584, pp. 911-920, 2017.
- [4] N. Su, W. Burnett, H. MacIntyre, J. Liefer, R. Peterson, and R. Viso, "Natural radon and radium isotopes for assessing groundwater discharge into Little Lagoon, AL: implications for harmful algal blooms," *Estuaries coasts*, vol. 37, pp. 893-910, 2014.
- [5] M. A. Mahmoud and R. Yousuf, "Measuring the concentration of uranium in the Qayyarah oilfield and refinery," *Tikrit Journal of Pure Science*, vol. 26, no. 5, pp. 66-64, 2021.
- [6] A. Parmaksız, Y. Ağuş, F. Bulgurlu, E. Bulur, T. Öncü, and Y. Ö. Özkök, "Measurement of enhanced radium isotopes in oil production wastes in Turkey," *Journal of environmental radioactivity*, vol. 141, pp. 82-89, 2015.
- [7] J. H. Ahlberg, E. N. Nilson, and J. L. Walsh, *The Theory of Splines and Their Applications: Mathematics in Science and Engineering: A Series of Monographs and Textbooks, Vol. 38*. Elsevier, 2016.
- [8] R. Hameed, G. Arif, and A. Hamdi, "Estimatig the amount of potassium radiation effect on soil using Neville and Hermite numerical methods," *Tikrit Journal of Pure Science*, vol. 22, no. 9, pp. 100-105, 2017.
- [9] S. S. Sastry, *Introductory methods of numerical analysis*. PHI Learning Pvt. Ltd., 2012.
- [10] H. Abdi, "The method of least squares," *Encyclopedia of measurement statistics*, vol. 1, pp. 530-532, 2007.
- [11] B.-N. Jiang, "On the least-squares method," *Computer methods in applied mechanics engineering*, vol. 152, no. 1-2, pp. 239-257, 1998.

ISSN (Print): 2958-8987

ISSN (Online): 2958-8995

Doi: 10.59799/APPP6605

**Spectrophotometric Determination of
Promethazine Hydrochloride by the Oxidative Coupling
Method using Sulfamethaxazole as A Coupling Reagent**

Batool Mansoor Zaeen

Education College for women Dept.Chemistry

batolaldoury@gmail.com

Israa Talib Humeidy

Engineering college Dept. Chemical Eng

Israatalib@tu.edu.iq

Mohamed Salem Abdelaziz

Education College for women Dept.Chemistry

salim-aziz30@tu.edu.iq

تقدير هيدروكلوريد البروميثازين طيفيا بطريقة الازدواج التأكسدي باستخدام السلفاميثاگزول ككاشف
عروون

*بتول منصور زعيان **أ.م.د. اسراء طالب حميدي *** أ.م.د.محمد سالم عبد العزيز

¹ قسم الكيمياء / كلية التربية للبنات/جامعة تكريت، تكريت، العراق

² قسم الهندسة الكيميائية / كلية الهندسة / جامعة تكريت، تكريت، العراق

³ قسم الكيمياء / كلية التربية للبنات/ جامعة تكريت، تكريت، العراق

[1]batolaldoury@gmail.com

[2]Israatalib@tu.edu.iq

[3]salim-aziz30@tu.edu.iq

Spectrophotometric determination of promethazine hydrochloride by the oxidative coupling method using sulfamethaxazole as a coupling reagent

*Batool Mansoor Zaeen ,**Israa Talib Humeidy, *** Mohamed Salem Abdelaziz

* Education College for women Dept.Chemistry

** Engineering college Dept. Chemical Eng.

***Education College for women Dept.Chemistry

المخلص:

يتضمن البحث تطوير طريقة طيفية لتقدير عقار البروميثازين باستخدام تفاعل الاقتران التأكسدي مع الكاشف السلفاميثاگزول في وسط متعادل بوجود العامل المؤكسد بيرويدات البوتاسيوم لتكوين ناتج اخضر اللون ذائب في الماء ويعطي أعلى امتصاص عند الطول الموجي 600.5 نانوميتر. كانت حدود قانون بير في مدى التراكيز 3.125 - 43.75 مايكروغرام/مل من البروميثازين . والامتصاصية المولارية 7444.88 لتر.مول⁻¹.سم⁻¹ ودلالة ساندل 0.0431 مايكروغرام /سم². وتراوحت قيمة الانحراف القياسي النسبي 0.1868% ، وحد كشف 0.0682 مايكروغرام/مل. تم تطبيق هذه الطريقة بنجاح لتقدير البروميثازين في المستحضرات الصيدلانية (اقراص). وباسترجاعية 99.93%.

الكلمات المفتاحية : البروميثازين , السلفاميثاگزول، اقتران تأكسدي

Abstract :

This research involves the development of spectrophotometric method for determination of promethazine hydrochloride by oxidative coupling reaction with sulfamethaxazole in a neutral medium in the presence of potassium periodate to produce an intense green color, soluble in water, stable product and absorbs at 600.5 nm. Beer's law was in the linear range 3.125-43.75 µg/ml of promethazine hydrochloride, the molar extinction coefficient, Sandell's sensitivity index and detection limit were 7444.88 L. mol⁻¹.cm⁻¹, 0.0431 µg.cm⁻² and 0.0682 µg/ml respectively. The RSD value was (0.152-0.221)% depending on the concentration. This method was applied successfully to the determination of promethazine hydrochloride in pharmaceutical preparation (tablets) with recovery of not less than 99.93 % .

المقدمة

الاسم العلمي للبروميثازين:

- (2-dimethylaminopropyl)phenothiazine
- N,N&-trimethyl-10H-phenothiazine-10-ethanamine

صيغته التركيبية :



صيغته الجزيئية هي : C₁₇H₂₀N₂S₁.HCl

وهو عبارة عن دواء مثبط للأعصاب من مضادات الهستامين ويعد من عائلة الفينوثيازين ويستخدم في معالجة الأرق والمساعدة على النوم وعلاج أعراض أمراض التهاب الأنف التحسسي وسيلان الأنف والعطاس⁽¹⁾، وهو مسحوق أبيض اللون سريع الذوبان في الماء والكحولات والكلوروفورم ولكنه قليل الذوبان في الأسيتون والايثر وهو يتحول من اللون الأبيض إلى اللون الأزرق عند تعرضه للرطوبة والهواء ويظهر أقصى امتصاص عند الطول الموجي 249-297 نانومتر⁽²⁾، وهو عديم الرائحة ودرجة انصهاره 222 °م⁽³⁾.

ولأهمية المركب قيد الدراسة طبياً تم تقديره بالعديد من الطرائق التحليلية المختلفة مثل الطرائق الطيفية⁽¹⁴⁻⁴⁾ وطرائق الحقن الجرياني⁽¹⁷⁻¹⁵⁾ والطرائق الكهروكيميائية⁽²⁰⁻¹⁸⁾ وطرائق البريق الكيميائي⁽²¹⁾

وطرائق الكروماتوغرافيا (22-25). تم في هذا البحث تقدير العقار بطريقة طيفية بسيطة وحساسة عن طريق تفاعلات الاقتران التاكسدي .

المواد وطرائق العمل :

Instruments

الأجهزة المستخدمة

1- جهاز المطياف مزدوج الحزمة نوع

Shimadzu UV-Visible Spectrophotometer UV-160

Jenway pH/mv meter 3310

2- جهاز قياس الدالة الحامضية

3 - جهاز الأمواج فوق الصوتية مع حمام مائي

Ultrasonic with water bath, UNISONICS

4 - مسخن حراري ذو محرك مغناطيسي

Hot Plate with Magnetic Stirrer (BIOSAN MSH 300)

5 – ميزان حساس (بأربع مراتب عشرية)

Sartorius BL210 S AG GOTTINGEN

المواد الكيماوية

إن جميع المواد الكيماوية المستخدمة كانت بدرجة عالية من النقاوة ومجهزة من قبل شركتي Fluka وBDH

محاليل المواد المستخدمة :

1- محلول البروميثازين القياسي 1000 مايكروغرام (3.1162×10^{-3} مولاري)

حضر بإذابة 0.1000 غرام من مسحوق البروميثازين النقي في كمية من الماء المقطر ثم أكمل الحجم الى العلامة في قنينة حجمية سعة 100 مللتر وحضرت المحاليل الاقل تركيز بالتخفيف .

2- محلول البروميثازين 250 مايكروغرام، مللتر (77.90588×10^{-2} مولاري).

تم تحضير هذا المحلول بسحب 25 مللتر من الحلول المحضر بتركيز 1000 مايكروغرام /مل ووضعها في قنينة حجمية سعة 100 مللتر واكمل الحجم الى حد العلامة بالماء المقطر.

3- محلول كاشف السلفاميثا كسازول 1×10^{-2} مولاري

حضر المحلول بإذابة 0.253 غرام من الكاشف في 2 ملتر من حامض الكبريتيك المركز ثم أكمل الحجم الى العلامة في قنينة حجمية سعة 100 ملتر بالماء المقطر

4- محلول بيربودات البوتاسيوم 1×10^{-2} مولاري

حضر هذا المحلول باذابة 0.23 غم من بيربودات البوتاسيوم في الماء المقطر باستخدام حمام مائي ثم بعد الاذابة اكمل الحجم الى حد العلامة في قنينة حجمية سعة 100 ملتر بالماء المقطر.

5- محلول هيدروكسيد الصود يوم التقريبي (1مولاري) .

حضر هذا المحلول باذابة 4 غم من هيدروكسيد الصوديوم في كميته قليلة من الماء المقطر ثم الى حد العلامة في قنينة حجمية سعة 100 ملتر بالماء المقطر .

6- محاليل المتداخلات 1000 مايكروغرام/ مل

تم تحضيرها باذابة 0.1000 غم من كل مادة في الماء المقطر واكمل الحجم الى 100 ملتر في قنينة حجمية سعة 100 ملتر بالماء المقطر ومنه حضرت المحاليل المخففة .

7- محلول حامض الهيدروكلوريك التقريبي (1مولاري)

حضر هذا المحلول بتخفيف 8.5 ملتر من HCl المركز ذو تركيز 11.8 مولاري بالماء المقطر، وأكمل الحجم إلى 100 ملتر، باستخدام قنينة حجمية سعة 100 ملتر ومنه حضرت المحاليل المخففة.

8- محاليل المستحضرات الصيدلانية 250 مايكرو غرام /مل

تم تحضير هذا المحلول من المستحضر المجهز من شركة (Brussels Laboratories Pvt.Ltd) في الهند حيث كل قرص يحتوي على 5 ملغرام ما يكافئ 0.05 غرام , ويحضر من طحن 20 حبة بشكل جيد معدل وزن الحبة الواحدة (0.6939) واخذ منة وزن (0.025) غم واذيب بنفس الطريقة التي اذيب فيها المحلول القياسي , ثم رشح المحلول وغسل الراسب عدة مرات بعد ذلك تم نقل الراشح الى قنينة حجمية سعة 100 ملتر واكمل الحجم بالماء المقطر للحصول على محلول بتركيز 250 مايكروغرام/مل.

Preliminary Investigations

الاختبارات الأولية

لوحظ أنه عند مزج محلول البروميثازين مع محلول الكاشف السلفاميثا كسازول بوجود بيربودات البوتاسيوم مع الرج قليلاً يتكون مركب ذو لون اخضر غامق ، وأظهر أقصى امتصاص عند طول موجي 600.5 نانوميتر في حين اظهر المحلول الصوري امتصاصاً قليلاً عند الطول الموجي أعلاه ، لذا تم دراسة الظروف المثلى لتفاعل الازدواج للحصول على أفضل نتائج ممكنة لأجل تطوير طريقة طيفية بسيطة وحساسة لتقدير البروميثازين.

Optimization of the Experimental Conditions

تم إجراء التجارب اللاحقة باستخدام 1 ملتر من محلول العامل المؤكسد و 1 ملتر من محلول الكاشف المستخدم و 1 ملتر من محلول البروميثازين ذو تركيز 250 مايكروغرام/ مل في حجم نهائي مقداره 20 ملتر وتم قياس الامتصاص للمحاليل عند طول موجي 600.5 نانوميتر مقابل المحلول الصوري.

اختيار أفضل كاشف اقتران :

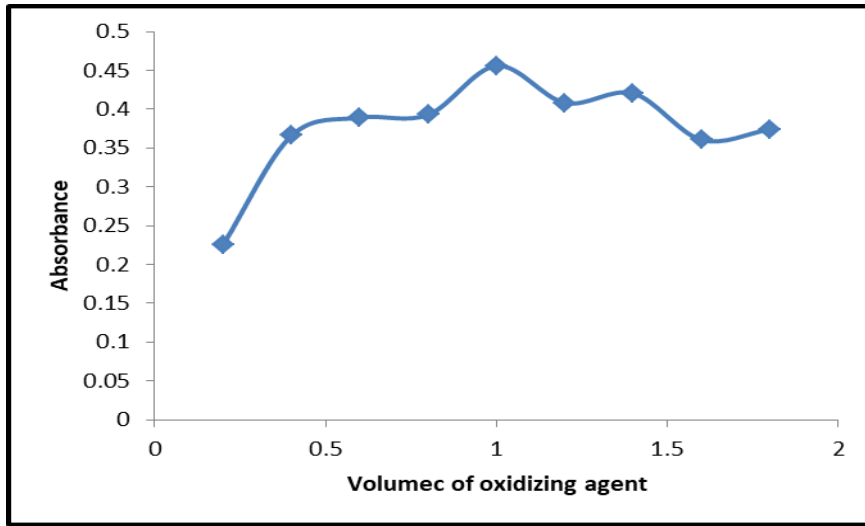
تم استخدام عدد من المركبات الكيماوية التي من الممكن استخدامها ككواشف اقتران مثل (2،4- ثنائي نايترو فنيل هيدرازين ، بايروكاتيكول، بارا فنلين داي امين، بارا امينو فينول، اورثوتولدين، 4،1 - داي امينو بنزين، السلفاميثا كسازول) بتركيز 1×10^{-2} مولاري في تقدير البروميثازين بوجود العامل المؤكسد بيريدوات البوتاسيوم بتركيز 1×10^{-2} مولاري وتم قياس الامتصاص لكل نموذج مقابل محلوله الصوري في مدى من الطول الموجي بين 200-800 نانوميتر، و تم اختيار السلفاميثا كسازول كعامل اقتران لأنه أعطى أعلى امتصاص للنواتج الملون عند الطول الموجي 600.5 نانوميتر.

اختيار أفضل عامل مؤكسد

تم استخدام عدة عوامل مؤكسدة مثل (بيريدوات البوتاسيوم، ن - برومو سكسنايد، كبريتات الامونيوم، سيانيد البوتاسيوم الحديدكي، كبريتات السيريوم الامونياكي، كلوريد الحديدكي) بتركيز 1×10^{-2} مولاري لكل منها أضيفت إلى 1 ملتر من البروميثازين بتركيز 250 مايكروغرام/ مل، ثم أضيف 1 ملتر من الكاشف السلفاميثا كسازول بتركيز 1×10^{-2} مولاري في قنينة حجمية سعة 20 ملتر، وأكمل الحجم بالماء المقطر إلى حد العلامة. بعدها تم قياس الامتصاص لكل نموذج مقابل محلوله الصوري في مدى من الطول الموجي بين 200 - 800 نانوميتر، ووجد أن أفضل عامل مؤكسد هو بيريدوات البوتاسيوم، لأنه أعطى أعلى امتصاص عند الطول الموجي 600.5 و تم استخدامه في التجارب اللاحقة.

تأثير حجم العامل المؤكسد

تمت دراسة تأثير حجم العامل المؤكسد بيريدوات البوتاسيوم (KIO₄) بتركيز 1×10^{-2} مولاري من خلال اضافة احجام من (0.2-1.8) ملتر منه الى قناني حجمية سعة 20 ملتر تحتوي على 2 ملتر من محلول البروميثازين بتركيز 250 مايكروغرام / مل ومن ثم اضافة 1 ملتر من محلول الكاشف السلفاميثا كسازول بتركيز 1×10^{-2} مولاري واكمل الحجم الى حد العلامة بالماء المقطر والنتائج كما موضحة في الشكل (1).

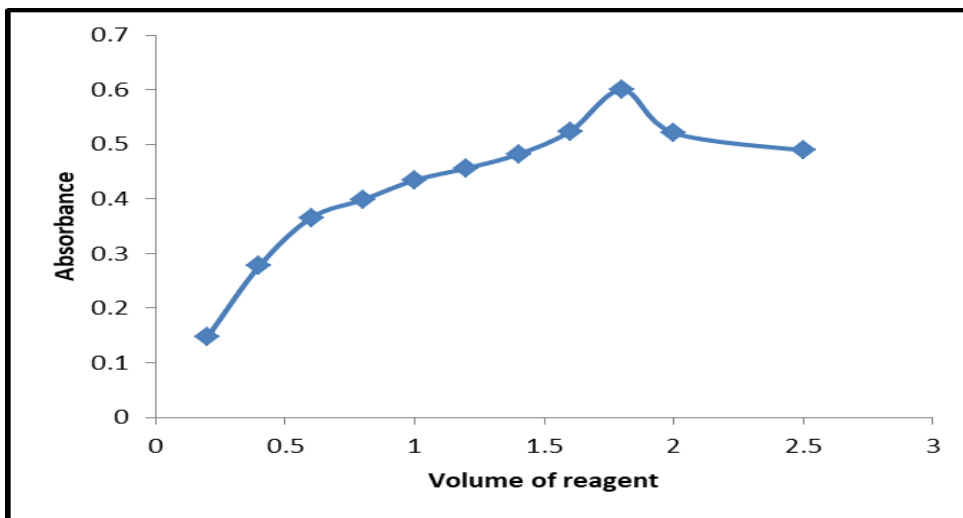


الشكل (1) تأثير حجم العامل المؤكسد

وجد من النتائج التي يظهرها الشكل (1) أن أفضل حجم من محلول العامل المؤكسد الذي يعطي أفضل امتصاص هو 1.0 مللتر والذي استخدم في التجارب اللاحقة .

تأثير حجم الكاشف

تمت دراسة تأثير حجم كاشف الاقتران وذلك بأخذ حجم 2 مللتر من عقار البروميثازين بتركيز 250 مايكروغرام / مل في قناني حجمية سعة (20 مللتر) واطافة حجم 1 مللتر من العامل المؤكسد بيريوذات البوتاسيوم KIO_4 بتركيز 10×10^{-2} مولاري واطافة حجوم مختلفة من الكاشف السلفاميثااكسازول تبدأ من (0.2- 2) مللتر وأكمل الحجم الى العلامة بالماء المقطر وتم قياس الامتصاص مقابل المحلول الصوري لكل منها ووجد ان حجم 1.8 اعطى افضل امتصاص وتم استخدامه في التجارب اللاحقة والنتائج مبينة في الشكل (2).



الشكل (2) تأثير حجم الكاشف

تأثير حجم الحامض

تمت دراسة تأثير حجم الحامض على الامتصاص بإضافة حجوم مختلفة (0.2-1.8) مللتر من محلول حامض الهيدروكلوريك بتركيز 1 مولاري الى سلسلة من قناني حجمية سعة 20 مللتر تحتوي كل منها على 2 مللتر من البروميثازين بتركيز 250 مايكروغرام/ مل و1مللتر من العامل المؤكسد بيربودات البوتاسيوم بتركيز 10×10^{-2} مولاري وتركت القناني لمدة 5 دقيقة لإتمام عملية الأكسدة، ثم اضيف 1.8 مللتر من الكاشف السلفاميثا كسازول بتركيز 10×10^{-2} مولاري بعد ذلك تم تخفيف المحاليل بالماء المقطر، ثم تم قياس الامتصاص لها عند الطول الموجي 600.5 نانومتر مقابل محاليلها الصورية وتم قياس الدالة الحامضية لها وجد من خلال الامتصاصات انه لا تأثير لإضافة الحامض على الامتصاص لذلك تم استبعاد اضافة الحامض في التجارب اللاحقة. والنتائج مبينة في الجدول (1).

الجدول (1) تأثير حجم الحامض على الامتصاص

Volume of acid, ml	Absorbance
0.0	0.5997
0.2	0.5783
0.4	0.5364
0.6	0.5253
0.8	0.5098
1	0.4866
1.2	0.4498
1.4	0.4067
1.6	0.3856
1.8	0.3512

تأثير زمن الأكسدة

تمت دراسة الزمن اللازم لأكسدة البروميثازين بواسطة بيربودات البوتاسيوم بأخذ سلسلة من القناني الحجمية سعة 20 مللتر، تحتوي على 2 مللتر من محلول البروميثازين بتركيز 250

مايكروغرام/ مل واضيف اليه 1مللتر من محلول بيريدونات البوتاسيوم بتركيز 10×10^{-2} مولاري، وتركت المحاليل مُدد زمنية مختلفة، ثم أُضيف 1.8 مللتر من محلول الكاشف السلفاميثا كسازول بتركيز 10×10^{-2} مولاري، بعدها تم التخفيف بالماء المقطر إلى 20 مللتر، وتم قياس الامتصاص للمحاليل عند الطول الموجي 600.5 نانوميتر مقابل محاليلها الصورية والنتائج مبينة في الجدول (2).

الجدول (2) تاثير زمن الأكسدة في الامتصاص

Time minutes	Direc t	5	10	15	20	25	30	35
Absorban	0.363	0.552	0.507	0.499	0.445	0.4099	0.403	0.402

يلاحظ من الجدول اعلاه أن 5 دقائق كافية لإتمام عملية الأكسدة وتم اعتمادها في التجارب اللاحقة.

تأثير تسلسل الإضافات

تمت دراسة تأثير تغير تسلسل الإضافات للمحاليل المستخدمة في التفاعل حيث ان لتسلسل الاضافة تأثيرا على شدة لون المركب الناتج لذلك تم إجراء عدد من التجارب وبتسلسل إضافات مختلفة، علماً إن جميع حجوم وتراكيز المواد المستخدمة كانت نفسها في الحالات كافة. ولوحظ من النتائج التي تم الحصول عليها في الجدول (3) أن الترتيب الأول يعطي أعلى امتصاص لذلك تم استخدامه في التجارب اللاحقة.

- Promethazine (C)
- $KIO_4(O)$
- Sulfamethoxazol (R)

الجدول (3) تأثير تسلسل الإضافات في الامتصاص

No	Order of additions	Absorbance
1	C + O + R	0.5676
2	O + R + C	0.2257
3	C + R + O	0.4193
4	R + O + C	0.3152

تم تتبع استقرارية الناتج المتكون باستخدام الظروف المثلى التي تم الحصول عليها في التجارب السابقة وذلك بأخذ حجم 2 ملتر من محلول البروميثازين بتركيز 250 مايكروغرام/ مل، وإضافة 1 ملتر من العامل المؤكسد بيربودات البوتاسيوم بتركيز 10×10^{-2} مولاري وتركب القناني لمدة 5 دقائق لاتمام عملية الاكسدة ثم تمت اضافة 1.8 ملتر من محلول الكاشف السلفاميثا كسازول بتركيز 10×10^{-2} مولاري ثم أكمل الحجم إلى حد العلامة بالماء المقطر في قناني حجمية سعة 20 ملتر، بعدها تم قياس الامتصاص للمحاليل الملونة بعد تركها فترات زمنية معينة بالدقائق عند الطول الموجي 600.5 نانوميتر مقابل محاليلها الصورية والنتائج مبينة في الجدول (4).

الجدول (4) استقرارية الناتج المتكون

Time (min)	Absorbance
5	0.5111
10	0.5654
15	0.5469
20	0.5623
25	0.5698
30	0.5738
35	0.5768
40	0.5791
45	0.5584
50	0.5582
55	0.5873
60	0.5743

يتبين من النتائج في الجدول (4) ثبوت استقرارية الناتج الملون بعد 5 دقائق ولمدة 60 دقيقة على الأقل وهي مدة كافية لإجراء القياسات.

تأثير درجة الحرارة

تمت دراسة تأثير درجة الحرارة على امتصاص الناتج الملون المتكون واستقراريته باستخدام درجات حرارية 5-50 م° والنتائج مبينة في الجدول (5).

الجدول (5) تأثير درجة الحرارة في الامتصاص

Temperature °C	Absorbance
5	0.4956
10	0.4704
15	0.5044
20	0.5405
25	0.5637
30	0.5109
35	0.4725
40	0.4515
45	0.4436
50	0.4329

يبين الجدول (5) أن درجة الحرارة المثلى هي 20-30 م° ويقل الامتصاص كلما زادت درجة الحرارة لذا تم استخدام 25 م° في التجارب اللاحقة

تأثير نوع المذيب

بعد إضافة جميع مكونات التفاعل حسب القيم المثلى في التجارب السابقة، تم استخدام مذيبات مختلفة لإكمال الحجم إلى حد العلامة في قناني حجميه سعة 20 ملتر، والنتائج كما مبينة في الجدول (6)

الجدول (6) تأثير نوع المذيب

Solvent	$\lambda_{max}(nm)$	Absorbance
Water	600.5	0.5930
Ethanol	604	0.4603
Acetone	604.5	0.3819
Diethyl ether	Turbid	Turbid
Methanol	600	0.4222

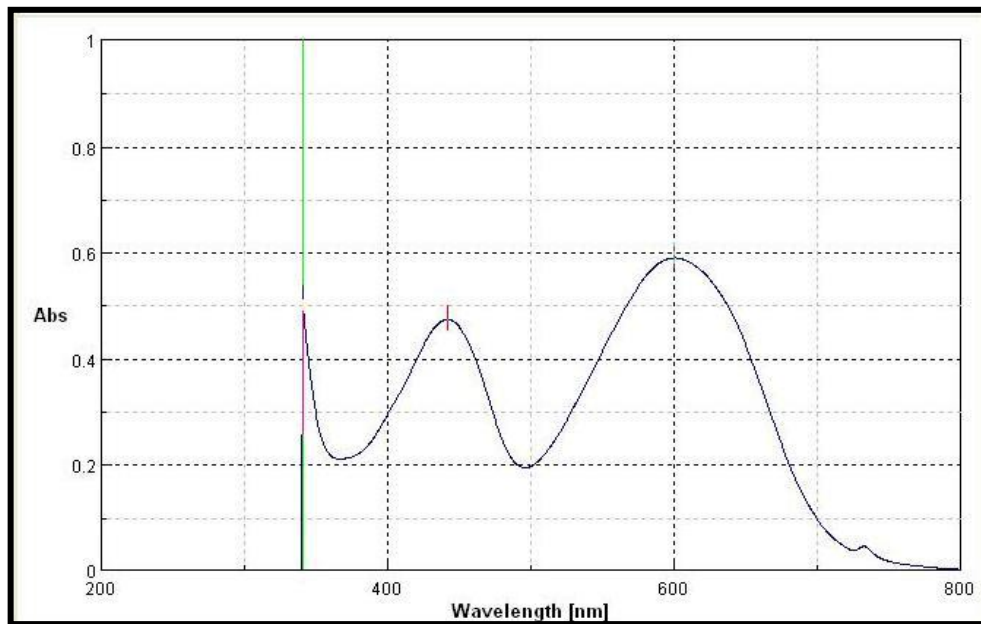
توضح النتائج في الجدول (6) إن استخدام الماء المقطر يعطي اعلى امتصاص للمحلول الناتج مقارنة بالمذيبات المستخدمة ولذلك تم استخدامه كمذيب في جميع التجارب اللاحقة

من خلال نتائج التجارب السابقة، تم تلخيص الظروف المثلى لتقدير البروميثازين حسب ما موضح في الجدول (7) .

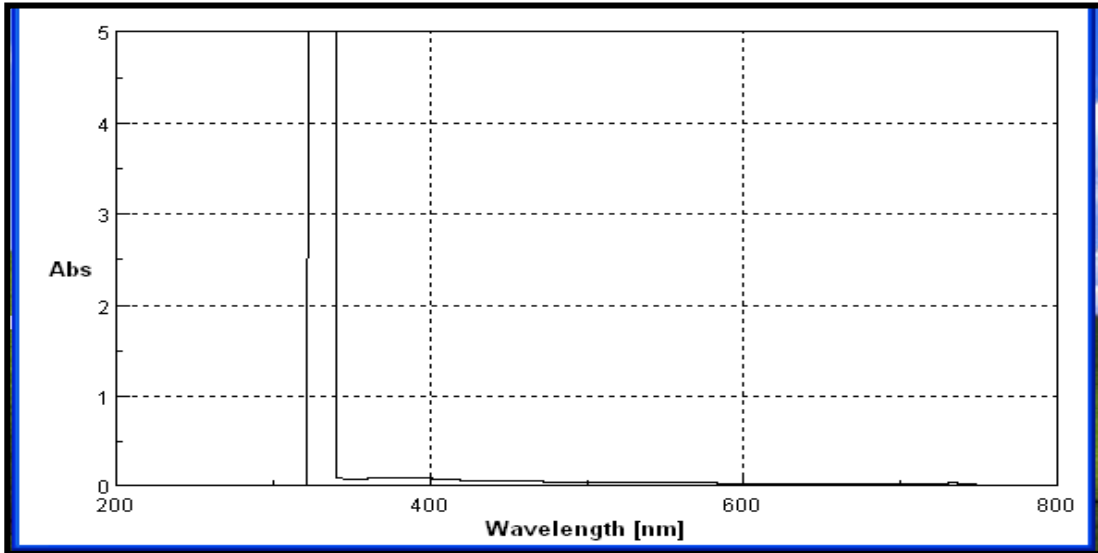
الجدول (7) ملخص الظروف المثلى لتقدير البروميثازين

Experimental Conditions	The value
λ_{max} (nm)	600.5
Amount (ml) of 1×10^{-2} M potassium	1.0
Amount (ml) of 1×10^{-2} M	1.8
Oxidation time	min5
Temperature ($^{\circ}$ C)	25
Solvent	Water

تم التأكد من الطول الموجي لأعلى امتصاص تحت ظروف العمل المثلى لتقدير البروميثازين بقياس طيف الامتصاص للمحلول الناتج وتم الحصول على الشكل (3) وتبين أن الطول الموجي لأعلى امتصاص هو 600.5 نانوميتر، و حسب ما وجد في الاختبارات الأولية.



شكل (3): طيف الامتصاص للناتج المتكون مقابل البلانك



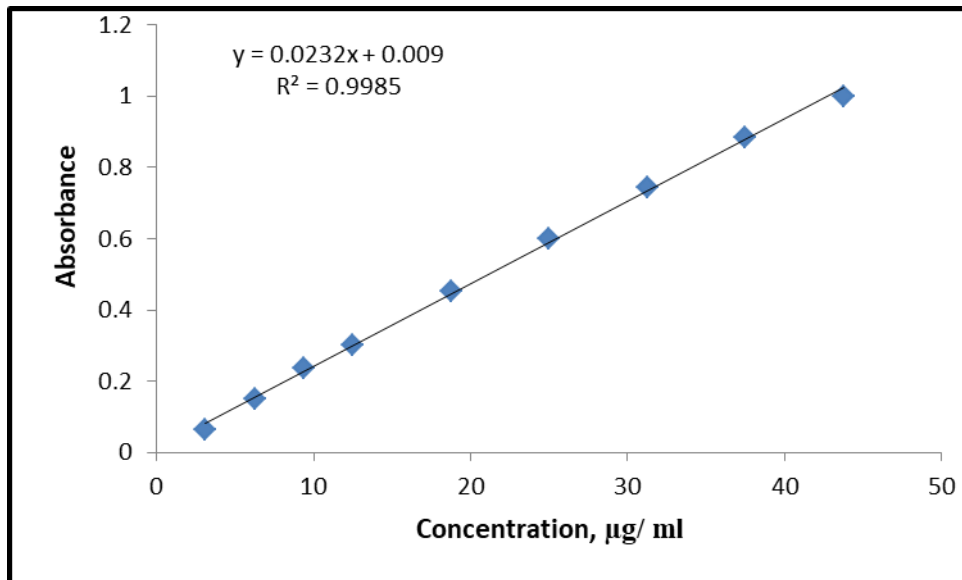
شكل (4): طيف الامتصاص لمحلول البلاستيك مقابل الماء المقطر

طريقة العمل المعتمدة وإعداد منحنى المعايرة

بعد تثبيت الظروف المثلى لتقدير البروميثازين حضر المنحنى القياسي وحسب الآتي :

أضيفت حجوم متزايدة (0.25 – 5) مللتر من محلول البروميثازين ذو تركيز 250 مايكروغرام/مل إلى سلسلة من القناني الحجمية سعة 20 مللتر، وأضيف إليها 1 مللتر من محلول العامل المؤكسد بيرريودات البوتاسيوم بتركيز 1×10^{-2} مولاري، وتركت المحاليل 5 دقائق لاكتّمال تفاعل الأوكسدة، بعدها أضيف 1.8 مللتر من محلول الكاشف السلفاميثا كسازول بتركيز 1×10^{-2} مولاري، ثم أكمل الحجم إلى العلامة بالماء المقطر، وتم قياس الامتصاص لجميع المحاليل عند 600.5 نانوميتر مقابل المحلول الصوري لكل منها.

يمثل الشكل (5) المنحنى القياسي الذي يتبع قانون بير لمدى من التراكيز بين (3.125 – 43.75) مايكروغرام/مل من البروميثازين، وبلغت الامتصاصية المولارية للطريقة 7444.88 لتر.مول⁻¹.سم⁻¹، ودلالة ساندل 0.0431 مايكروغرام.سم⁻².



الشكل (5) المنحني القياسي لتقدير البروميثازين

دقة الطريقة وتوافقيتها⁽²⁶⁾

تم حساب دقة وتوافقية الطريقة المقترحة لتقدير البروميثازين تحت الظروف المثلى المبينة في طريقة العمل، وذلك من خلال حساب الاسترجاعية، والانحراف القياسي النسبي لتركيزين مختلفين من البروميثازين (6.25, 9.375) مايكروغرام/ مل بأخذ معدل ست قراءات لكل منها. وكان معدل الاسترجاعية % 99.935، والانحراف القياسي النسبي لا يتجاوز 0.1868%، أي ان الطريقة ذات دقة عالية و ذات توافق مرضٍ وتمَّ حساب كلا من الاسترجاعية ومعدلها والانحراف القياسي النسبي رياضياً كما يأتي:

$$RE \% = O - T / T \times 100$$

RE = الخطأ النسبي

O = القيمة العملية

T = القيمة الحقيقية

وتحسب قيمة الاسترجاعية (Recovery) من القانون الآتي

$$Recovery \% = RE \% + 100$$

أما بالنسبة لحساب قيمة النسبة المئوية للانحراف القياسي النسبي فيتم بتطبيق القانون الآتي :

$$RSD = \frac{S}{\bar{X}} \times 100$$

S = الانحراف القياسي

 \bar{X} = معدل القراءات

والنتائج مبينة في الجدول (8).

الجدول (8) دقة الطريقة وتوافقيتها

Amount of Promethazine taken $\mu\text{g} / \text{ml}$	RE, %	Recovery, %	Average recovery, %	RSD, %
6.25	+0.1336	99.86		0.221

9.375

+0.0141

100.01

99.935

0.1526

حد الكشف وحد الكمية

تم حساب حدي الكشف الكمي والنوعي من خلال قياس امتصاص 10 محاليل لأدنى تركيز (3.125 مايكروغرام/مل) في منحنى المعايرة ضمن حدود قانون بير وعند الظروف المثلى , كان حد الكشف النوعي والكمي على التوالي 0.0682 مايكروغرام/مل , 0.2066 مايكروغرام/ مل كما في الجدول (9) وقد تم حسابه من العلاقة الرياضية الآتية⁽²⁷⁾ :

$$LOD=3.3S/B$$

$$LOQ=10S/B$$

إذ أن:

$$DOD=حد\ الكشف\ النوعي$$

$$LOQ = حد\ الكشف\ الكمي$$

$$S=الانحراف\ القياسي\ لادنى\ تركيز$$

$$B=الميل$$

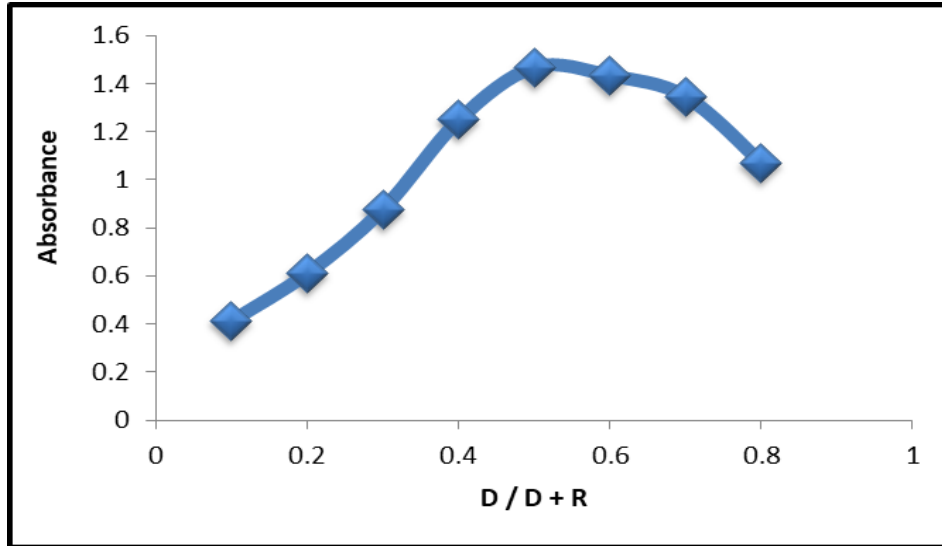
الجدول (9) حد الكشف

Concentration µg /ml	B	S	LOD µg /ml	LOQ µg /ml
3.125	0.0232	0.0004795	0.0682	0.2066

طبيعة الناتج المتكون

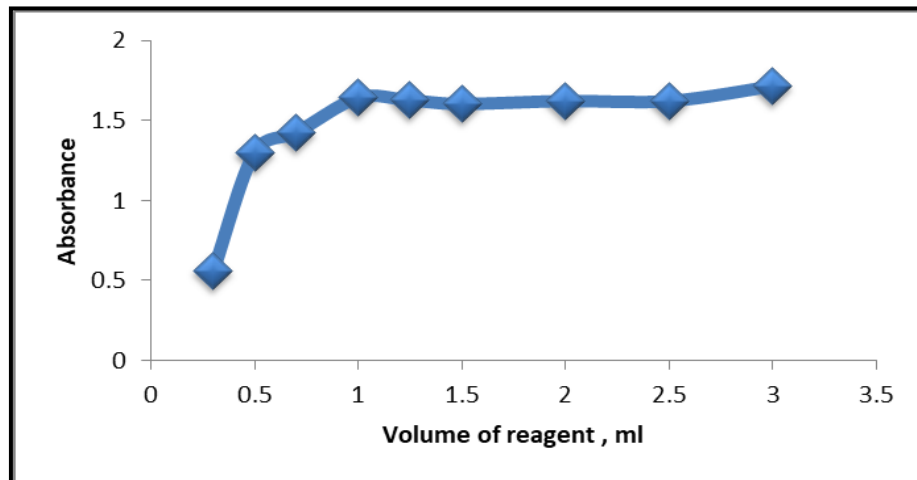
ولمعرفة طبيعة الناتج المتكون ونسبة ارتباط العقار مع الكاشف طبقت طريقتي التغيرات المستمرة (طريقة جوب) و طريقة النسبة المولية في كلا الطريقتين يكون تركيز كل من محلول البروميثازين ومحلول الكاشف السلفاميثاكسازول في نفس التركيز وهو 10×10^{-2} مولاري .في (طريقة جوب)⁽²⁸⁾ تم وضع احجام مختلفة من محلول العقار تتراوح بين 0.1-0.9 مللتر في قناني حجمية سعة 20 مللتر وأضيفت كمكملات هذه الاحجام الى حجم 1مللتر من محلول الكاشف ثم أُضيف 1 مللتر من محلول بيربودات

البوتاسيوم ذي التركيز 10×10^{-2} مولاري و تم التخفيف بالماء المقطر الى حد العلامة بعدها تم قياس الامتصاص لهذه المحاليل عند الطول الموجي 5. 600 نانومتر مقابل محاليلها الصورية ويوضح الشكل (6) أن النسبة هي 1:1 بين البرومثيازين والكاشف .



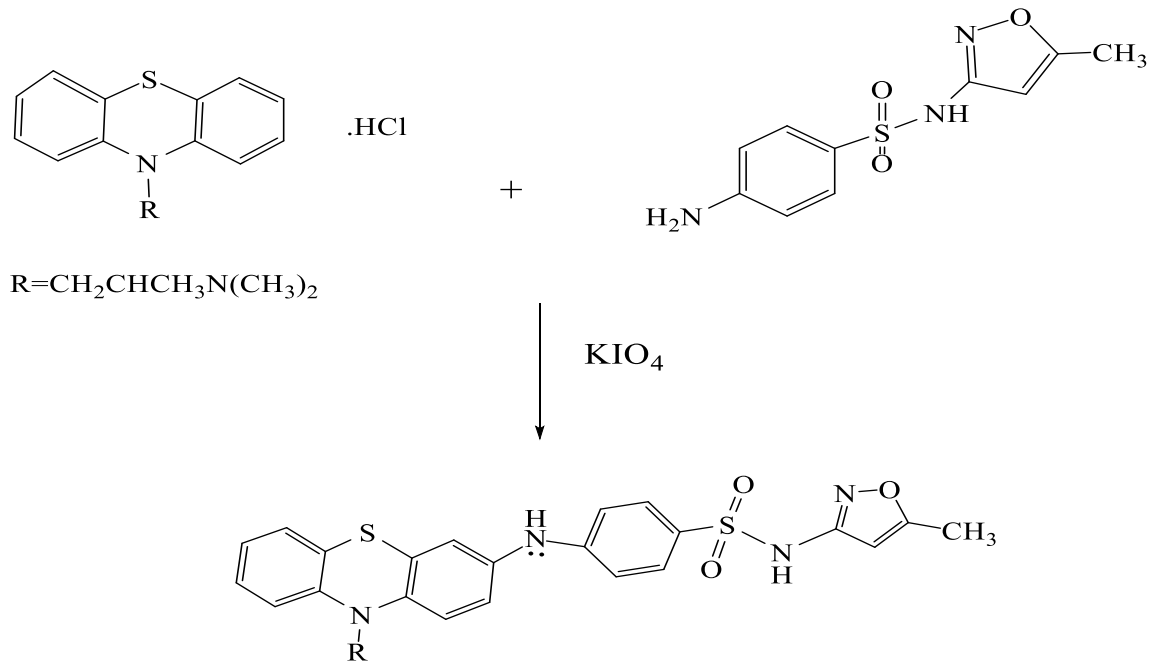
الشكل (6) منحنى طريقة التغيرات المستمرة (طريقة جوب)

وللتأكد من ان نسبة التفاعل بين البرومثيازين والكاشف هي 1:1 استخدمت طريقة النسبة المولية (28) تم وضع 1 مللتر من محلول العقار البرومثيازين في سلسلة قناني حجمية سعة 20 مللتر و اضيف إليها محلول الكاشف باحجام مختلفة (3.0-3.5) مللتر ثم اكملت بقية الاضافات بالأحجام المثلى , وتم التخفيف بالماء المقطر الى حد العلامة , وتم قياس الامتصاص لهذه المحاليل عند الطول الموجي 5. 600 نانومتر مقابل المحلول الصوري لكل منها , وجد أن النسبة المولية تتفق مع طريقة التغيرات ويؤكد الشكل (7) أن النسبة هي 1:1 بين البرومثيازين: السلفاميثاكسازول.



الشكل (7) منحنى طريقة النسبة المولية

و عليه تكون معادلة التفاعل المقترحة كالآتي:



Green Color Complex

تأثير المتداخلات

لغرض فحص انتقائية الطريقة وإمكانية تطبيقها على المستحضرات الصيدلانية، تم دراسة تأثير المتداخلات وذلك عن طريق إضافة أحجام مختلفة من هذه المتداخل (2,4,6) مللتر بتركيز 1000 مايكروغرام/ مل إلى سلسلة من القناني الحجمية سعة 20 مللتر تحتوي على 2 مللتر من محلول البروميثازين و 1 مللتر من العامل المؤكسد بتركيز 1×10^{-2} مولاري، وتركت المحاليل مدة 5 دقائق لاكتمال التفاعل ثم أضيف 1.8 مللتر من المحلول الكاشف السلفاميثايسازول بتركيز 1×10^{-2} ، بعدها تم التخفيف بالماء المقطر إلى حد العلامة ثم قياس الامتصاص لجميع المحاليل عند طول موجي 600.5 نانوميتر مقابل محاليلها الصورية وبحساب الاسترجاعية لكل إضافة وجد أنه لا يوجد تأثير للمتداخلات المستخدمة على الامتصاص مما يجعل إمكانية تطبيق الطريقة على المستحضرات الصيدلانية والنتائج مبينة في الجدول (10)

الجدول (10) تأثير المتداخلات في الامتصاص

Foreign Compound	Recovery (%) of 500 µg Promethazine / µg and Foreign Compound Added		
	100	200	300

Maltose	100.01	99.93	100.03
Glucose	99.74	99.69	99.79
Lactose	99.89	99.84	99.78
Sucrose	96.68	99.74	99.78
Mannose	99.87	99.83	100.07

الجزء التطبيقي

تقدير البروميثازين في القرص الدوائي 5 ملغرام بالطريقة المباشرة

تم أخذ حجوم مختلفة (1، 2، 3) ملتر من محلول القرص الدوائي 5 ملغرام المحضر للحصول على تراكيز 12.5، 25، 37.5 مايكروغرام/مل، تمت معاملة هذه الحجوم وفق طريقة العمل المثلى، حيث تم وضع هذه الحجوم في ثلاث قناني حجمية سعة 20 ملتر واطيف الى كل قنينة حجم 1 ملتر من العامل المؤكسد بيربودات البوتاسيوم بتركيز 0.01 مولاري واطافة 1.8 ملتر من الكاشف السلفاميثاكسازول بتركيز 0.01 مولاري وتم قياس الامتصاص (معدل ست قراءات) لكل محلول مقابل محلولها الصوري عند الطول الموجي 600.5 نانوميتر، وتم حساب الاسترجاعية و RSD والناتج مبينة في الجدول (11).

الجدول (11) تقدير البروميثازين في الأقراص الدوائية (5ملغرام) بالطريقة المباشرة

Amount of promethazine taken $\mu\text{g/ml}$	RE, %	Recovery *, %	Average recovery, %	RSD, %
12.5	-1.373	98.59	99.50	0.7138
25	-0.10	99.89		0.4670
37.5	0.0339	100.03		0.2883

* Average of five determinations

الناتج الموضحة في الجدول (11)، اكدت نجاح الطريقة المقترحة في تقدير البروميثازين في الأقراص الدوائية التي تمت دراستها.

الاستنتاجات

طورت طريقة طيفية جديدة لتقدير البروميثازين بسيطة وذات حساسية عالية تعتمد على التقدير المباشر البروميثازين وذلك بطريقة تفاعلات الإقتران التأكسدي مع الكاشف حامض السلفاميثاكسازول 10^{-2} مولاري بوجود العامل المؤكسد بيربودات البوتاسيوم بتركيز 1×10^{-2} مولاري، وقد تم إجراء التفاعل في وسط متعادل وظهر ناتج ذو لون اخضر ذائب في الماء ومستقر واعطى أعلى امتصاص عند الطول الموجي 600.5 نانوميتر وتتبع الطريقة قانون بير في مدى 3.123- 43.75

مايكروغرام/مل ويحصل انحراف عند التراكيز الأعلى وبلغت الإمتصاصية المولارية 7444.88 لتر. مول⁻¹. سم⁻¹ ودلالة ساندل 0.0431 مايكروغرام. سم⁻². بمعامل ارتباط 0.9977 , والانحراف القياسي النسبي (0.152-0.221), وبعد كشف 0.0682 مايكروغرام/مل, وتم تطبيق الطريقة بنجاح في تقدير البرومثيازين في المستحضرات الصيدلانية (أقراص), وباسترجاعية 99.93 % .
المصادر :

- 1- Middle East Medical Index , "28 th ed.,2007.
2. The Merk Index,12th copyright by Merch Co.Inc.White house 2000,CD Rom.
3. British pharmacopoeia, 6th Ed,London, vol I and II,pp1-3,2009.
- 4.Balammal,G.,Sagari,N.S.,K.,Kumar,B.S.,andJayachandra,R.P., "Spectrophotometric Estimation of promethazine hydrochloride in bulk and pharmaceut –ical Formulation ".Inter.J.of pharm Research & Analysis.
5. Al-Samarrai, E.T. "Spectrophotometric Determination of promethiazine and thiamine in pharmaceutical preparations using membrane electrodes and spectrophotometric method " M.Sc., Thesis ,College of Education , Tikrit University, 2009.
6. Abdulrahman,L.K., and AL-Abachi,A.M., "Spectrophotometric Micro Determ -ination of Promethazine Hydrochloride in Pharm -aceutical Dosage from Via Oxi -dative Coupling Reaction With p-Amino benzoic acid and N-Brom osuccin imide ",Um-Salam .Sci.J.,Vol .2,Issue.3,2005.
7. Al- Najafi, D.T. S., "Application of the Oxidative Coupling Reac-tions to the Spectrophotometric Determination of Paracetamol, Clioquinol and promethazine Hydrochloride" ,University of Mosul, Collage Of Education, pp.78-96,2008 .
- 8.Qader,H.A.,and Fakhre,N.A., "Spectrophotometric determination of prom ethazi-ne hydrochloride in pure and Pharmaceutical Dosage Forms".Zanco.J.of Pure and Applied Scie.,Vol.29,Issue 4, pp.107-114, 2017.
9. Seif.M.J.,and Anwar.J., "A new spectrophometric methods for the determination of Promethazine hydrochloride from Pure and Phar-maceutical Preparati on ",Tala -nta ,Vol.67,Issue 5,pp.869-872, 2005.
10. Al-bayati, A.N. " Spectrophotometric Determination of promethiazine hydrochloride and trofluroperazine hydrochloride by oxidative coupling reaction in their pharmaceutical preparations" M.Sc., Thesis ,College of Education for girls , Tikrit University,2018,43 .
11. Saif,M.J.and Anwar, J."AnewSpectrophotometric method for the determination of Promethazine Hydrochloride from pure and pharmaceutical Preparation s" Talanta ,67, 869-872, 2005.
12. Ramesh,K.C.,Gowda,B.G., and Keshavayya, J., "Spectrophot ometric determin- ation of Promethazine hydrochloride in Pharma ceutical formulations ",Indian.J.of Pharm.Sci.,pp.432-435, 2003.
- 13.Nagaraja,P.J,Gowda,N.N.M,and Rangappa,K.S "A simple spectrophoto metric determination of some phenothiazine drugs in pharmaceutica samples" ,A naly. Sci .,vol.16,Issue11,pp.1127-1131.2000.
14. Al-kahdimy.,A.S.H., "Flame Emission and Molecular Absorption Spectrop- hotometric Determination of Promethazine Hydrochloride via Potassium Dich- romate as Oxidant Reagent",World J. of Pharmaceutical Sci., Vol.4,Issue 3,2016.

15. Shakir, I.M.A., and Turkey, N.S., "Flow injection analysis for the Spectrometric determination of promethazine-HCl in pure and pharmaceutical preparation via oxidation by persulphate using Ayah 3SX3-3D solar microphotometer", *Baghdad, J. Sci.*, Vol.10, Issue 4, **2013**.
16. Shakir, I.M.A., "Flow injection analysis for the photometric determination of promethazine-HCl in pure and pharmaceutical preparation via oxidation by persulphate using Ayah 3SX3-3D solar micro photometer", *Baghdad, J. Sci.*, Vol.56, Issue.1, pp.25-37, **2015**
17. Calatayud, J.M., and Sanchob, T.G., "Spectrophotometric determination of promethazine by flow injection analysis and oxidation by Ce(IV)", *J. of Pharm. and Bio-medical Analy.*, Vol.10, Issue 1, pp.37-40, **1992**
18. Marcoa, J. P., Borgesa, K. B., and Tarley, C. R.T., "Development of a Simple, Rapid and Validated Square Wave Volta Metric Method for Determination of Promethazine in Raw Material and Pharmaceutical Formulation using DNA Modified Multiwall Carbon Nanotube Paste Electrode", *Chemical Sciences*, Vol. 177, pp. 251-259, **2013**.
19. Honarmand, E., Hassan, M., and Ghamarib, M. j., "Paper Electro Analytical Approach for Determination of Promethazine Hydrochloride on Gold Nanoparticles-Incorporated Carbon Paste Electrode as a Nanosensor", *An International J. to Further the Chemical Sciences*, Vol.4, Issue. 67, pp.35511-35521, **2014**.
20. Fabiana, S. F., Luis, C. f., Fernanda V., Geraldo, M. T., and Viviane, S. S. A. F., "Paper Amperometric Determination in Tablets using an Electrochemically Reduced Graphene Oxide Modified Electrode", *New Journal of Chemistry*, Vol. 39. Issue. 1, pp.696-702, **2015**.
21. Sultan, M. S, Hassan, Y. A. M, and Abulkibash, A. M, "Chemiluminescence Assay of Promethazine Hydrochloride using Acidic Permanganate Employing Flow Injection Mode Operated with Syringe and Peristaltic Pumps" *Talanta*, Vol. 59 pp.1073-1080, **2003**.
22. Al-Doury, I.T.H., "Determination of pharmaceutical drugs Using Spectrophotometric and HPLC Techniques", *University of Tikrit, Iraq, Collage of Science*, pp.118-138, **2014**.
23. Kakadiya, J., Parmar, N., Shah, N., "Development and Validation of RP-HPLC for Simultaneous Estimation of Promethazine Hydrochloride and Paracetamol in Combined Liquid Formulation", *Asian J. of Res. in Biological and Pharm. Sci.*, Vol.2, Issue.1, pp. 11 - 26, **2014**.
24. Borkar, D.D., Godse, V.P., Bafana, Y.S., and Bhosale, A.V., "Simultaneous Estimation of Paracetamol and Promethazine Hydrochloride in Pharmaceutical Formulations by a RP-HPLC Method", *Inter. J. of Chem. Tech. Res.*, Vol.1, Issue. 3 .667-670, **2009**.
25. Tanaka, E., Nakamura, T., Terada, M., and Shinozuka, T., "Simple and simultaneous determination for 12 phenothiazine's in human serum by reversed phase high-performance liquid chromatography", *J. Chromatogr.*, Vol.854, pp.116-120, **2007**.
- 26- Humeidy, I.T. "Spectrophotometric method for Determination of sulfamerazine Using 2,4-dinitrophenylhydrazine Reagent" *Journal of physics Conference Serie* 1294, 1-9, (2019).
- 27- Humeidy, I.T. "Spectrophotometric determination of cefotaxime sodium in pharmaceutical formulations" *Materials Today: Proceedings*, 47, 6043–6049, (2021).
- 28- Humeidy, I.T, Salman, S.A., Hashim, K.K. "Spectrophotometric Determination of Methyl dopa With 2,6-Diaminopyridine Reagent Using Oxidative Coupling Reaction" *J. Eng. Sci. Technol.* 15 (3), 1824–1839, (2020).

ISSN (Print): 2958-8987

ISSN (Online): 2958-8995

Doi: 10.59799/APPP6605

**Creating Mathematical Models to Estimate the
Concentration of Uranium in Children's Teeth Models
for the Governorates of Baghdad and Basra Using
Neville's and Spline Numerical Methods**

**¹Safa Fuad Ahmed, ²Ghassan Ezzulddin Arif, and ³Aws Asaad
Hamdi**

^{1,2}Department of Mathematics, College of Education for Pure
Sciences, Tikrit
University, Salahaddin, Iraq.

³ Directorate General of Education in Salah al-Din Province,
Ministry of Education, Iraq.

Safa.f.ahmed@st.tu.edu.iq

ghasanarif@tu.edu.iq

aws7331@gmail.com

Creating Mathematical Models to Estimate the Concentration of Uranium in Children's Teeth Models for the Governorates of Baghdad and Basra Using Neville's and Spline Numerical Methods

¹Safa Fuad Ahmed, ²Ghassan Ezzulddin Arif, and ³Aws Asaad Hamdi

^{1,2}Department of Mathematics, College of Education for Pure Sciences, Tikrit University, Salahaddin, Iraq.

³ Directorate General of Education in Salah al-Din Province, Ministry of Education, Iraq.

[¹Safa.f.ahmed@st.tu.edu.iq](mailto:Safa.f.ahmed@st.tu.edu.iq)

[²ghasanarif@tu.edu.iq](mailto:ghasanarif@tu.edu.iq)

[³aws7331@gmail.com](mailto:aws7331@gmail.com)

Abstract

The purpose of this research is to develop accurate mathematical models for estimating the concentration of uranium in children's teeth in Baghdad and Basra governorates using numerical methods. To achieve this, the Nivel and Spline methods were employed to estimate the uranium concentration in samples of children's teeth. The results of the assessment showed close agreement with the experimental data. This study is of significant importance as it contributes to the advancement of precise and efficient methods for assessing uranium concentration in human teeth. Such advancements are crucial for effectively monitoring and managing potential health risks associated with uranium exposure.

Keywords: Spline Method, Neville Method, Mathematical Models, Uranium, Basra.

1- Introduction

In this article, we investigate various numerical estimation methods to accurately determine the concentration of uranium in children's teeth. Utilizing the numerical spline method, we develop mathematical models for estimation. Numerical analysis, a critical aspect of mathematics and other sciences, plays a pivotal role in our research.

To achieve accurate estimates, we employ numerical interpolation methods, ensuring that the estimated values closely approximate the real values with minimal error. Notably, recent years have seen a surge in speculative studies, with Stephen Balter et al. exploring techniques to estimate radiation dose on the skin fluoroscopically [1], and Haregeweyn N. and Yohannes F. examining non-agricultural pollution models on watersheds in Ethiopia [2]. Michael G. et al. delve into second-generation computer software for internal dose assessment in nuclear medicine [3]. In 2001, Emily R. Unsworth and her colleagues conducted a study in England, employing ICP mass spectrometry to measure uranium concentrations in seawater and groundwater. Their findings revealed uranium amounts of 2.68 ngml⁻¹ in seawater and 0.3 ngml⁻¹ in groundwater [4]. Hakonson-Hayes et al.

evaluated ²³⁸U concentrations in tomato, pumpkin, lettuce, and radish contents irrigated with well water in the Nambe region using ICP-MS in 2002. The measured values were <1 µg/l, 150 µg/l, 500 µg/l, and 1200 µg/l, respectively [5]. In 2003, Reimann et al. measured uranium activity concentrations in river water, sea water, and tap water as 2.63%, 1.13%, and 1.37%, respectively, using ICPMS in a study conducted by Koji Oshita et al. in Japan. The activation values in drinking water from Eastern Africa were measured as 0.005-48 g/l, 598-45800 g/l, and 0.002-1.59 µg/l, respectively, by Clemens Reimann et al. [6]. Furthermore, in 2017, Arif, G. E. et al. demonstrated the estimation of uranium radiation effects on workers in selected chemical factories, relying on the numerical analysis spline method [7]. Overall, our study delves into the importance of numerical methods for accurately estimating uranium concentration in children's teeth, contributing to the field's understanding and monitoring of potential health risks associated with uranium exposure.

2- Neville’s Method: [8-9]

In Lagrange interpolation there is a practical difficulty which is the difficulty of applying the error term, therefore, the required polynomial degree for the wanted accuracy is unknown if calculations are not conducted. A general procedure is to calculate the given results of different polynomials until the achievement of suitable agreement. Thus, the work achieved by the second polynomial in calculating the approximation does not reduce the required work for calculating the third approximation. In addition, it is also not easy to acquire the fourth approximation when the third approximation is known and so on. We can deduce these approximating Polynomials in away by employing previous calculations to a greater benefit.

Theorem1: Let f be defined at x_0, x_1, \dots, x_k , and let x_j and x_i be two distinct numbers in this set.

Then

$$p(x) = \frac{(x - x_j)p_{0,1,\dots,j-1,j+1,\dots,k}(x) - (x - x_i)p_{0,1,\dots,i-1,i+1,\dots,k}(x)}{(x_i - x_j)}$$

Using the Nivelle’s method to calculate of uranium concentration in child teeth in Baghdad governorate

$$Ra = \frac{(U - U_0)R_{a1} - (U - U_1)R_{a0}}{(U_1 - U_0)}$$

$$U_0 = 2.18R_{a0} = 0.020$$

$$U_1 = 1.87R_{a1} = 0.017$$

$$Ra = \frac{(U - 2.18)(0.017) - (U - 1.87)(0.020)}{1.87 - 2.18}$$

$$Ra = \frac{0.017U - 0.03706 - 0.020U + 0.0374}{-0.31}$$

$$Ra = \frac{-0.003U + 0.00034}{-0.31}$$

$$Ra=0.0096U - 0.00109$$

Table 1: The resulted values obtained by the mathematical model proposed to calculate of uranium concentration in child teeth in Baghdad governorate by using the Nivelles method.

No	Age of the child	U	Ra.Exp [10]	Ra.cal	Error	Error ²
1	9	2.18	0.020	0.021	0.001	0.000001
2	8	2.18	0.020	0.021	0.001	0.000001
3	12	2.81	0.026	0.027	0.001	0.000001
4	11	1.87	0.017	0.018	0.001	0.000001
Σ						0.000004

Figure 1 shows the diagram between experimental and estimated values for determination of uranium concentration in child teeth in Baghdad governorate using the Nivelles method

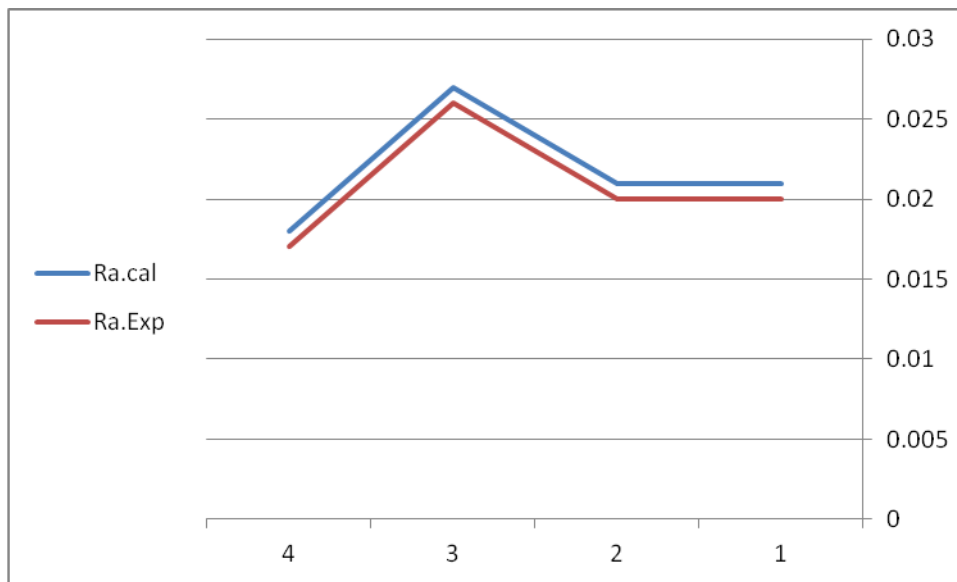


Fig. 1: Comparison between exp. and estimated values for determination of uranium concentration in child teeth in Baghdad governorate using the Nivelles method.

Using the Nivelles method to calculate of uranium concentration in child teeth in Basra governorate

$$Ra = \frac{(U - U_0)R_{a1} - (U - U_1)R_{a0}}{(U_1 - U_0)}$$

$$U_0 = 16.7187R_{a0} = 0.15$$

$$U_1 = 18.125R_{a1} = 0.169$$

$$Ra = \frac{(U - 16.7187)0.169 - (U - 18.125)0.15}{18.125 - 16.7187}$$

$$Ra = \frac{0.169U - 2.825 - 0.15U + 2.719}{1.4063}$$

$$Ra = \frac{0.019U - 0.106}{1.4063}$$

$$Ra = 0.0135U - 0.0754$$

Table 2: The resulted values obtained by the mathematical model proposed to calculate of uranium concentration in child teeth in Basra governorate by using the Nivelles’s method.

No	Age of the child	U	Ra.Exp [10]	Ra.cal	Error	Error ²
1	6	16.7187	0.15	0.15	0	0
2	6	16.7187	0.15	0.15	0	0
3	9	18.4375	0.17	0.17	0	0
4	9	19.0625	0.176	0.182	0.006	0.000036
5	10	18.125	0.169	0.169	0	0
Σ						0.000036

Figure 2 shows the diagram between experimental and estimated values for determination of uranium concentration in child teeth in Basra governorate using the Nivelles’s method

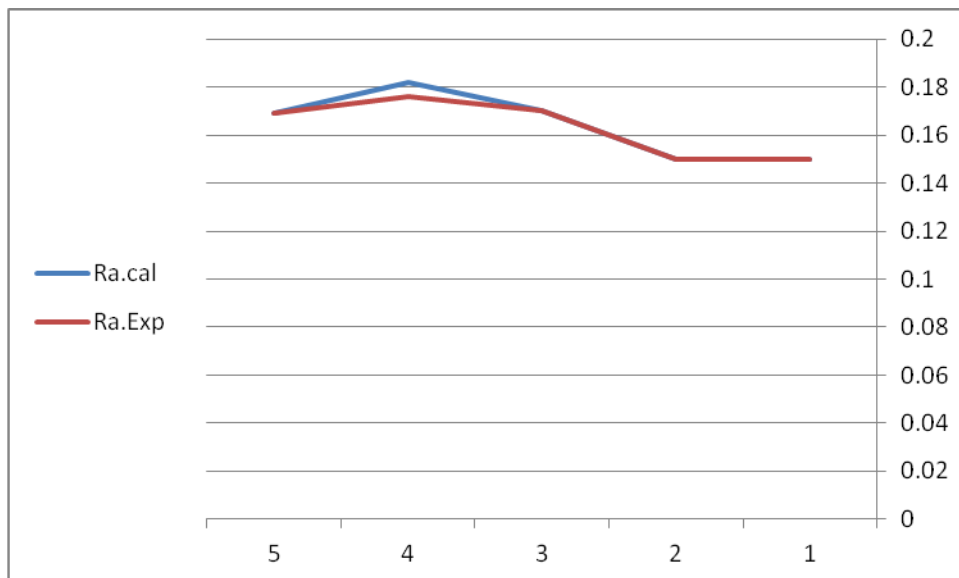


Fig. 2: Comparison between exp. and estimated values for determination of uranium concentration in child teeth in Basra governorate using the Nivelles’s method

3- Spline Method: [11]

Let the given data point be (x_j, y_j) $a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n = b$, where $j = 1, 2, \dots, n$, $h_j = x_j - x_{j-1}$, and let be the spline of degree one defined in the interval $[x_{j-1}, x_j]$. Further, let S_j obviously, $S_j(x)$ represents a straight line joining the points (x_{j-1}, y_{j-1}) and (x_j, y_j) . Hence, we write

$$S_j(x) = y_{j-1} + m_j(x - x_{j-1})$$

$$m = \frac{y - y_{j-1}}{x - x_{j-1}},$$

Using the spline method to calculate of uranium concentration in child teeth in Baghdad governorate

$$R_a = R_{a0} + \frac{R_{a1} - R_{a0}}{U_1 - U_0} (U - U_0)$$

$$U_0 = 2.18R_{a0} = 0.020$$

$$U_1 = 1.87R_{a1} = 0.017$$

$$R_a = 0.020 + \frac{0.017 - 0.020}{1.87 - 2.18} (U - 2.18)$$

$$R_a = 0.020 + \frac{-0.003}{-0.31} (U - 2.18)$$

$$R_a = 0.020 + 0.0096(U - 2.18)$$

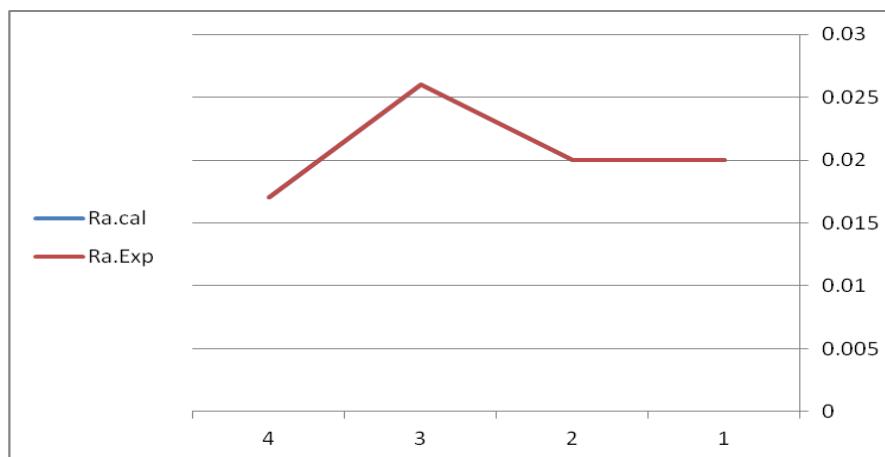
$$R_a = 0.020 + 0.0096U - 0.020$$

$$R_a = 0.0096U$$

Table 3: The resulted values obtained by the mathematical model proposed to calculate of uranium concentration in child teeth in Baghdad governorate by using the Spline method.

No	Age of the child	U	Ra.Exp [10]	Ra.cal	Error	Error ²
1	9	2.18	0.020	0.020	0	0
2	8	2.18	0.020	0.020	0	0
3	12	2.81	0.026	0.026	0	0
4	11	1.87	0.017	0.017	0	0
Σ						0

Figure 3 shows the diagram between experimental and estimated values for determination of uranium concentration in child teeth in Baghdad governorate using the Spline



Method

Fig. 3: Comparison between exp. and estimated values determination of uranium concentration in child teeth in Baghdad governorate using the Spline method.

Using the spline method to calculate of uranium concentration in child teeth in Basra governorate

$$R_a = R_{a0} + \frac{R_{a1} - R_{a0}}{U_1 - U_0} (U - U_0)$$

$$U_0 = 16.7187R_{a0} = 0.15$$

$$U_1 = 18.125R_{a1} = 0.169$$

9

$$R_a = 0.15 + \frac{0.169 - 0.15}{18.125 - 16.7187} (U - 16.7187)$$

$$R_a = 0.15 + \frac{0.19}{1.4063} (U - 16.7187)$$

$$R_a = 0.15 + 0.135(U - 16.7187)$$

$$R_a = 0.15 + 0.135U - 2.257$$

Table 4: The resulted values obtained by the mathematical model proposed to calculate of uranium concentration in child teeth in Basra governorate by using the Spline method.

No	Age of the child	U	Ra.Exp [10]	Ra.cal	Error	<i>Error</i> ²
1	6	16.7187	0.15	0.15	0	0
2	6	16.7187	0.15	0.15	0	0
3	9	18.4375	0.17	0.38	0.21	0.0441
4	9	19.0625	0.176	0.466	0.29	0.0841
5	10	18.125	0.169	0.339	0.17	0.0289
Σ						0.1571

Figure 4 shows the diagram between experimental and estimated values for determination of uranium concentration in child teeth in Basra governorate using the Spline method

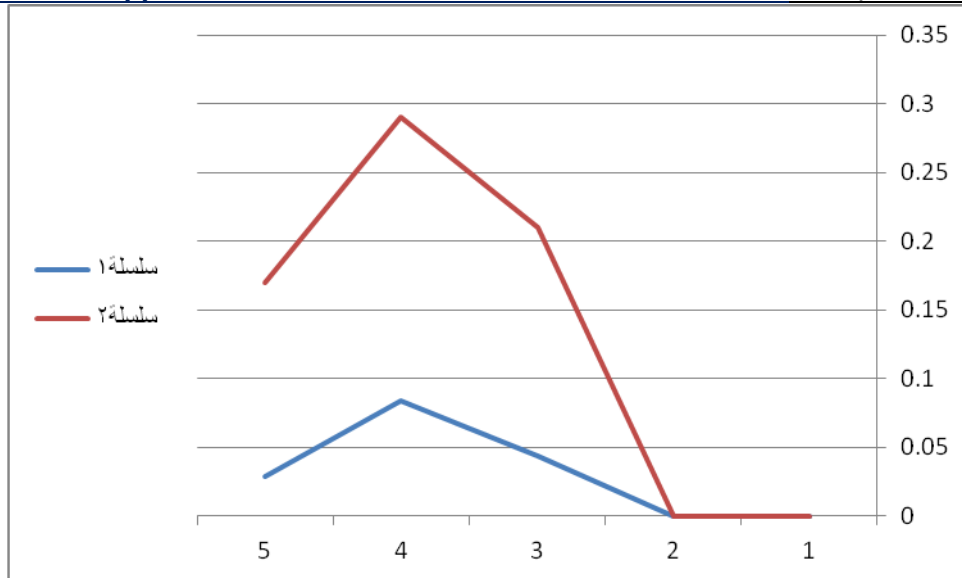


Fig. 4: Comparison between exp. and estimated values for determination of uranium concentration in child teeth in Basra governorate by using the Spline method.

4- Conclusions

This project utilized the Nivel and Spline numerical methods to estimate the concentration of uranium in children's teeth in Baghdad and Basra governorates. The results obtained from both methods were compared and analyzed, and it was concluded that the Spline method provided better results for estimating uranium concentrations in samples from Baghdad governorate, as shown in Table (1). On the other hand, Neville's method was found to be more effective than the Spline method for estimating uranium concentrations in samples from Basra Governorate, as indicated in Table (2). These findings demonstrate the importance of selecting appropriate numerical methods when developing models for estimating uranium concentrations in human teeth, as different methods may be more suitable for different regions or sample types.

References

- [1] Balter, Stephen, Douglas W. Fletcher, Hsin M. Kuan, Donald Miller, Detlev Richter, Hannes Seissl, and Thomas B. Shope Jr. "Techniques to estimate radiation dose to skin during fluoroscopically guided procedures α ." *Skin Dose Measurements AAPM* (2002): 1-10.
- [2] Haregeweyn, Nigussie, and Fekadu Yohannes. "Testing and evaluation of the agricultural non-point source pollution model (AGNPS) on Augucho catchment, western Hararghe, Ethiopia." *Agriculture, ecosystems & environment* 99, no. 1-3 (2003): 201-212.
- [3] Stabin, Michael G., Richard B. Sparks, and Eric Crowe. "OLINDA/EXM: the second-generation personal computer software for internal dose assessment in nuclear medicine." *Journal of nuclear medicine* 46, no. 6 (2005): 1023-1027.
- [4] Unsworth, Emily R., Jennifer M. Cook, and Steve J. Hill. "Determination of uranium and thorium in natural waters with a high matrix concentration using solid-phase

- extraction inductively coupled plasma mass spectrometry." *Analytica chimica acta* 442, no. 1 (2001): 141-146.
- [5] Hakonson-Hayes, Audrey C., P. R^h Fresquez, and F. W. Whicker. "Assessing potential risks from exposure to natural uranium in well water." *Journal of environmental radioactivity* 59, no. 1 (2002): 29-40.
- [6] Hakonson-Hayes, Audrey C., P. R^h Fresquez, and F. W. Whicker. "Assessing potential risks from exposure to natural uranium in well water." *Journal of environmental radioactivity* 59, no. 1 (2002): 29-40.
- [7] Arif, Ghassan Ezzulddin, Raad Awad Hameed, Shaymaa Mahmoud Abdullah, and Waffa Abdulsatar Shatti. "Estimating the Amount of Uranium Radiation Effect on the Workers in Selected Chemical Factories by Using the Numerical Spline Method." *Diyala Journal For Pure Science* 13, no. 4-part 1 (2017).
- [8] Burden, Richard L., J. Douglas Faires, and Annette M. Burden. *Numerical analysis. Cengage learning*, 2015.
- [9] G. Shanker Rao. *Numerical analysis. revised third edition, new age international Publishers*, 2006.
- [10] Kadhim, Nidhala H., and Nada F. Tawfiq. "Determination of Uranium Concentration in child teeth by track detector CR-39 in same middle and south regions of Iraq." *Baghdad Science Journal* 8, no. 4 (2011).
- [11] Sastry, Shankar S. *Introductory methods of numerical analysis. PHI Learning Pvt. Ltd.*, 2012.

ISSN (Print): 2958-8987

ISSN (Online): 2958-8995

Doi: 10.59799/APPP6605

Chromosomes Complexes in Meiosis and Genome Maintenance

**Reem K. Ibrahim¹ , Najeeb Mphammed
Hussein ²**

**¹ Department of biology , collage of sciences,
University of Anbar**

**Department of Food sciences , collage of
² Agriculture , University Of Anbar**

reem.khalid@uoanbar.edu.iq

Reem K. Ibrahim¹ , Najeeb Mphammed Hussein²

¹ Department of Biology, Collage of Sciences, University of Anbar

² Department of Food Sciences, Collage of Agriculture, University of Anbar

reem.khalid@uoanbar.edu.iq

abstract

The abstract provides an overview of various topics related to meiosis, cohesion and structural maintenance of chromosomes (SMC) complexes, DNA repair, transcription regulation during plant mitosis and meiosis, and opportunities for engineering in these areas. It mentions the significance of meiosis in producing gametes and increasing genetic diversity. The role of cohesion and SMC complexes in maintaining chromosome structure and organization is highlighted, as well as their potential for engineering applications. The abstract also mentions the importance of SMC complexes in DNA repair and the opportunities for engineering DNA damage tolerance. Additionally, it discusses the role of the ECO1 gene in mitosis and meiosis and its potential implications for plant breeding. Furthermore, the abstract briefly touches upon the role of transposons in tolerance to DNA damage and potential risks associated with engineering modified crossover formation during meiosis. It also suggests the possibility of boosting crossover formation through manipulation of meiotic cohesins for efficient transmission of new alleles. Overall, the abstract provides a comprehensive overview of various important topics in cell biology and genetics, with a focus on potential applications and opportunities for engineering advancements in these areas.

Introduction

Meiosis is a type of cell division that produces gametes, or haploid cells, which have half the number of chromosomes as the original cells.¹ In meiosis, chromosomes undergo complex and regulated interactions, including homologous pairing and crossing over, to ensure the proper distribution of genetic material to daughter cells.² These interactions help to increase genetic diversity and maintain genome stability.³ During meiosis, chromosomes are replicated and then lined up along the cell's equator, forming homologous pairs.⁴ Cross-over events occur, where genetic material is exchanged between homologous chromosomes, generating new combinations of genetic information.⁵ This shuffling of genetic information increases genetic diversity and helps to prevent the accumulation of harmful mutations.⁶ Maintenance of genome stability is crucial for the proper functioning of cells and the prevention of diseases, such as cancer.⁷ In

addition to the mechanisms that occur during meiosis, other processes also help to maintain genome stability, including DNA repair mechanisms, proper replication, and proper segregation of chromosomes during cell division. In conclusion, the complex interactions that occur during meiosis play a crucial role in maintaining the integrity of the genome, ensuring the proper distribution of genetic information to daughter cells and increasing genetic diversity.

ASSEMBLY OF EUKARYOTIC COHESION AND STRUCTURAL MAINTENANCE OF CHROMOSOMES COMPLEXES

Eukaryotic Cohesion and Structural Maintenance of Chromosomes (SMC) complexes are critical for the proper functioning and maintenance of chromosomes in eukaryotic cells.⁸ The Cohesion complex holds sister chromatids together until they can be properly separated during cell division, while the SMC complex is involved in the maintenance of chromosome structure and organization.⁹ The Cohesion complex is composed of several proteins, including cohesin, which links sister chromatids together by forming a ring around them.¹⁰ This ring structure helps to prevent premature separation of the sister chromatids and ensures proper chromosome segregation during cell division.¹¹ The SMC complex is a large protein complex that is involved in many aspects of chromosome biology, including chromatin organization, DNA repair, and the regulation of gene expression.¹² The SMC complex acts as a molecular “scaffold” for chromosomes, helping to maintain their proper structure and organization.¹³ The SMC complex also interacts with other chromatin-associated proteins to ensure the proper regulation of gene expression and DNA repair. In summary, the Cohesion and SMC complexes play essential roles in the maintenance of chromosome structure and organization in eukaryotic cells.¹⁴ These complexes help to ensure proper chromosome segregation during cell division, regulate gene expression, and repair DNA damage, thereby maintaining genome stability and integrity.

ENGINEERING OF COHESION, SUPERCOILING, AND CELL CYCLE PROGRESSION

Engineering of Cohesion, Supercoiling, and Cell Cycle Progression refers to the manipulation of the molecular mechanisms that regulate chromosome structure, organization, and segregation in order to control cell behavior and advance scientific and medical applications. Cohesion, or the physical connection between sister chromatids, is critical for proper chromosome segregation during cell division.¹⁵ Researchers can manipulate the activity of cohesin and other components of the Cohesion complex to control cell behavior and study the underlying mechanisms of cell division.¹⁶ Supercoiling refers to the twisting of DNA into compact, energy-stabilized structures.¹⁷ Supercoiling is regulated by several enzymes, including topoisomerases, and has important implications for DNA replication, transcription, and repair.¹⁸ By engineering supercoiling, researchers can study its effects on cell behavior and potential applications in biotechnology.¹⁹ Cell cycle progression refers to the sequence of events that cells undergo from one cell

division to the next. The regulation of the cell cycle is critical for proper cell growth and division and is tightly controlled by a series of signaling pathways and checkpoints.²⁰ By engineering cell cycle progression, researchers can control cell behavior and study the underlying mechanisms of the cell cycle, leading to potential applications in cell-based therapies and cancer research.²¹ In conclusion, the engineering of Cohesion, Supercoiling, and Cell Cycle Progression is a growing field that combines principles from molecular biology, biochemistry, and biotechnology to manipulate the molecular mechanisms that regulate chromosome behavior and cell behavior.²² These advancements have the potential to contribute to the development of new therapeutic strategies and treatments

PATHWAYS TO ACHIEVE ROBUST TRANSCRIPTION DURING PLANT MITOSIS AND MEIOSIS: NEW ROLES FOR COHESINS AND SMC5/SMC6 COMPLEXES

Transcription during plant mitosis and meiosis is a complex and tightly regulated process that is critical for proper cell growth and division.²³ Cohesins and SMC5/SMC6 complexes play important roles in regulating transcription during these cell cycles.²⁴ Cohesins are proteins that link sister chromatids together during cell division, ensuring proper chromosome segregation.²⁵ Recent studies have shown that cohesins also play a role in regulating gene expression during mitosis and meiosis in plants.³ For example, cohesins can act as transcriptional regulators by recruiting chromatin-modifying enzymes to specific genes, thereby controlling their expression. SMC5/SMC6 complexes are large protein complexes that are involved in several aspects of chromosome biology, including DNA repair and the regulation of gene expression.⁴ Recent studies have shown that the SMC5/SMC6 complex can also play a role in regulating transcription during plant mitosis and meiosis.⁶ For example, the SMC5/SMC6 complex can act as a transcriptional repressor by modifying chromatin structure and preventing the recruitment of RNA polymerase to specific genes. In conclusion, recent research has revealed new roles for cohesins and SMC5/SMC6 complexes in regulating transcription during plant mitosis and meiosis.⁴ These findings provide new insights into the complex regulatory pathways that control gene expression during these cell cycles and may have important implications for the development of new therapeutic strategies for diseases such as cancer.

THE ROLE OF SMC COMPLEXES IN DNA REPAIR: OPPORTUNITIES FOR ENGINEERING TOLERANCE TO DNA DAMAGE

The Structural Maintenance of Chromosomes (SMC) complexes play an important role in DNA repair and are important targets for engineering tolerance to DNA damage.⁷ SMC complexes are large protein complexes that are involved in many aspects of chromosome biology, including chromatin organization, DNA repair, and the regulation of gene expression.⁹ SMC complexes participate in DNA repair by recruiting DNA repair factors to sites of DNA damage, helping to ensure that damaged DNA is repaired efficiently and accurately.³ They also play a role in maintaining chromosome structure during DNA repair,

which is critical for ensuring the proper functioning of DNA repair pathways. By engineering tolerance to DNA damage, researchers aim to enhance the ability of cells to repair damaged DNA and maintain genome stability.¹¹ This can be achieved through a variety of approaches, including the modulation of SMC complex activity, the engineering of new SMC-like proteins with improved DNA repair functions, and the design of small molecule inhibitors that target specific components of the SMC complex. In conclusion, the SMC complex plays a critical role in DNA repair and offers opportunities for engineering tolerance to DNA damage. These advances have the potential to contribute to the development of new therapies for diseases associated with DNA damage, such as cancer and neurodegenerative disorders.

THE ROLE OF ECO1 COMPLEMENTATION GROUP IN MITOSIS AND MEIOSIS: OPPORTUNITIES FOR PLANT BREEDING

The ECO1 (Essential for Condensation 1) gene encodes a protein that belongs to the complementation group involved in chromatid condensation and segregation during cell division.⁵ In mitosis, ECO1 helps ensure proper chromosome segregation by condensing chromatids and resolving cohesin-mediated sister chromatid connections.⁶ In meiosis, ECO1 helps ensure proper homologous chromosome pairing, recombination, and segregation.³ Opportunities for plant breeding may arise from the understanding of ECO1's role in cell division, as it can help in the manipulation of chromosome structure and improve crop yield and quality through precise control of meiotic processes. However, it should be noted that more research is needed to fully understand the complex mechanisms involved in cell division and the role of ECO1.

TRANSPOSONS, AND TOLERANCE TO DNA DAMAGE

Transposons are mobile genetic elements that can jump from one location to another within a genome.² They can contribute to genome size variation and can also disrupt gene function. Transposons can also play a role in tolerance to DNA damage.⁶ For example, some transposons contain genes that encode DNA repair enzymes, and their mobility allows them to act as "repair kits" for damaged DNA. Additionally, transposons can induce epigenetic changes that affect the expression of nearby genes, some of which can confer resistance to DNA damage. However, transposons can also cause DNA damage themselves through their ability to insert into or disrupt genes, leading to mutations and other chromosomal rearrangements. Therefore, transposons

OPPORTUNITIES FOR ENGINEERING MODIFIED CROSSOVER FORMATION DURING MEIOSIS

can both contribute to tolerance and sensitivity to DNA damage, and the overall effect depends on the specific circumstances and the type of transposon involved.¹³ Meiotic crossing over is the exchange of

genetic material between homologous chromosomes, which contributes to genetic diversity.¹² By understanding the molecular mechanisms that control crossover formation, there may be opportunities for engineering modified crossover formation during meiosis. For example, this could involve the use of genetic or epigenetic modifications to increase or decrease crossover frequency, leading to changes in chromosome structure and the distribution of genetic traits. This could have potential applications in agriculture, such as the development of crops with improved yield, resistance to pests and diseases, and tolerance to environmental stress. However, it should be noted that while the manipulation of crossover formation holds potential benefits, it also presents potential risks.¹⁴ Unintended consequences of modifying crossover formation could lead to the creation of unstable chromosomes or other detrimental effects on the stability of the genome. As with any manipulation of biological systems, caution and thorough testing is required before moving forward with any applications in engineering modified crossover formation during meiosis.

EFFICIENT TRANSMISSION OF NEW ALLELES: BOOSTING CO FORMATION WITH MEIOTIC COHESINS

Meiotic cohesins play an important role in the formation and stability of chromosomes during meiosis. By holding sister chromatids together, cohesins ensure proper chromosome segregation and prevent loss of genetic information. One potential approach to boosting crossover (CO) formation during meiosis is to manipulate the activity of meiotic cohesins.²² For example, increasing the amount or activity of cohesins could result in more frequent COs and the efficient transmission of new alleles from one generation to the next.²³ This could lead to increased genetic diversity and potentially improve traits such as disease resistance and stress tolerance. However, as with any genetic manipulation, caution is necessary when boosting CO formation.²⁴ Excessive CO formation could lead to genomic instability and reduced fertility, which could negatively impact the overall health and productivity of the organism. Therefore, a thorough understanding of the molecular mechanisms involved in cohesin activity and CO formation is necessary to ensure safe and effective manipulation.

References

1. Academic Databases: Use academic databases like PubMed, Google Scholar, Scopus, or Web of Science to search for recent scientific publications related to meiosis, cohesion and SMC complexes, DNA repair, transcription regulation, and plant breeding.
2. Journals and Publications: Explore recent issues of reputable journals in the fields of genetics, cell biology, molecular biology, and plant sciences to find articles relevant to your research.
3. Research Institutions and Universities: Check the websites of prominent research institutions and universities known for their expertise in genetics and cell biology. They often publish their latest research findings on their websites.

- 4.Preprint Servers: Consider searching preprint servers like bioRxiv and arXiv, where researchers often share their latest findings before they are peer-reviewed and published in journals
- 5.Conferences and Symposia: Look for conference proceedings and symposium publications in your areas of interest. Many researchers present their most recent work at academic conferences
- 6.Alberts, B., Johnson, A., Lewis, J., Raff, M., Roberts, K., & Walter, P. (2002). *Molecular Biology of the Cell*, 4th Edition. Garland Science. Chapter 20.
- 7.Keeney, S. (2001). Mechanism and control of meiotic recombination initiation. *Current Topics in Developmental Biology*, 52, 1-53.
- 8.Peters, J. M., & Nishiyama, T. (2012). Sister chromatid cohesion. *Cold Spring Harbor Perspectives in Biology*, 4(11), a011130.
- 9.Uhlmann, F. (2016). SMC complexes: from DNA to chromosomes. *Nature Reviews Molecular Cell Biology*, 17(7), 399-412.
- 10.Jackson, S. P., & Bartek, J. (2009). The DNA-damage response in human biology and disease. *Nature*, 461(7267), 1071-1078.
- 11.Harper, J. W., Elledge, S. J. (2007). The DNA damage response: ten years after. *Molecular Cell*, 28(5), 739-745.
- 12.Mercier, R., & Grelon, M. (2008). Meiosis in plants: ten years of gene discovery. *Cytogenetic and Genome Research*, 120(3-4), 281-290.
- 13.Wang, C. R., & Yang, S. L. (2017). Progress in understanding meiotic chromosome behavior and homologous recombination in higher plants. *Journal of Integrative Plant Biology*, 59(11), 832-847.
- 14.Zhang, F., Wen, Y., & Guo, X. (2019). CRISPR/Cas9 for genome editing: progress, implications, and challenges. *Human Molecular Genetics*, 28(R2), R103-R110.
- 15.Puchta, H., & Fauser, F. (2014). Synthetic nucleases for genome engineering in plants: prospects for a bright future. *The Plant Journal*, 78(5), 727-741.
- 16.Varshney, R. K., et al. (2019). Agriculture: Unlocking the genetic potential of plant genomes. *Journal of Experimental Botany*, 70(3), 465-468.
- 17.Jiao, Y., & Meyerowitz, E. M. (2010). Cell-type specific analysis of translating RNAs in developing flowers reveals new levels of control. *Molecular Systems Biology*, 6(1), 419.
- 18.Symington, L. S., & Gautier, J. (2011). Double-strand break end resection and repair pathway choice. *Annual Review of Genetics*, 45, 247-271
- 19.Kim, H., & Chen, J. (2018). New players in the BRCA1-mediated DNA damage responsive network. *Molecular & Cellular Oncology*, 5(5), e1487168
- 20.Remeseiro, S., & Losada, A. (2013). Cohesin, a chromatin engagement ring. *Current Opinion in Cell Biology*, 25(1), 63-71

21. Tonkin, E. T., Wang, T. J., Lisgo, S., & Bamshad, M. J. (2004). Strain-dependent craniofacial aberrations in mice lacking the *Evi1* gene. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 101(52), 17245-17250
22. Wang, X., & Brandt, V. L. (2019). DNA Replication and Repair in Plants. In *The Enzymes* (Vol. 45, pp. 177-199). Academic Press
23. Heale, J. T., Ball, A. R., Schmiesing, J. A., & Kim, J. S. (2006). Condensin I interacts with the PARP-1:XRCC1 complex and functions in DNA single-strand break repair. *Molecular Cell*, 21(6), 837-848
24. Zhang, L., Tang, D., Li, J., & Yang, Z. (2015). All roads lead to Rome: tackling meiotic DNA double-strand breaks in plants. *Current Opinion in Plant Biology*, 27, 159-168
25. Choi, K., Zhao, X., Kelly, K. A., & Venn, O. (2013). Arabidopsis meiotic crossover hotspots overlap with H2A.Z nucleosomes at gene promoters. *Nature Genetics*, 45(11), 1327-1336.

ISSN (Print): 2958-8987

ISSN (Online): 2958-8995

Doi: 10.59799/APPP6605

**Some Geometric Properties on a Subclass of Meromorphic
Multivalent Functions Associated with Integral Operator**

Ibtihal Nsaif Jasem. Abdul Rahman S. Juma

Department of Mathematics, University of Anbar, Ramadi, Iraq

E-mail: iptehalnj@gmail.com

E-mail: eps.abdulrahman.juma@uoanbar.edu.iq

Some Geometric Properties on a Subclass of Meromorphic Multivalent Functions Associated with Integral Operator

Ibtihal Nsaif Jasem. Abdul Rahman S. Juma

Department of Mathematics, University of Anbar, Ramadi, Iraq

E-mail: iptehalnj@gmail.com

E-mail: eps.abdulrahman.juma@uoanbar.edu.iq

Abstract: In this paper, we have defined a subclass $\mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D)$, of meromorphic multivalent functions by using integral operator $\mathfrak{J}_p^* f(z)$. Also, we have obtained the coefficient bounds for the function of the form $f(z) = \frac{1}{z^q} + \sum_{h=1}^{\infty} a_{h-q} b_{h-q} z^{h-q}$ ($a_{h-q} \geq 0, q \in \mathbb{N}$), and belong to the class $\mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D)$. We have get some important geometric properties of coefficient estimates such as extreme points and we have proved that convex linear combination is in the same class. A growth and distortion theorems were introduced. Furthermore, we have deduced the radii of starlikeness and convexity theorems and partial sum property is defined. At last, in the present paper some concepts like neighborhood for analytic Univalent functions are going to be introduced and proved that $N_\epsilon(f) \subset \mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D)$.

Keyword: Meromorphic multivalent functions, integral operator, extreme points, growth and distortion bounds, ϵ -neighborhood property, partial sum property.

المستخلص: في ورقة البحث هذه قمنا بتعريف فئة فرعية $\mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D)$ للدالة الميرومورفيه المتعدده باستخدام مؤثر التكامل $\mathfrak{J}_p^* f(z)$. كذلك حصلنا على حدود المعاملات للدالة التي من الصيغة $f(z) = \frac{1}{z^q} + \sum_{h=1}^{\infty} a_{h-q} b_{h-q} z^{h-q}$ ($a_{h-q} \geq 0, q \in \mathbb{N}$), لقد قمنا بالحصول على بعض الخواص الهندسية المهمة لتقديرات المعامل مثل ذلك النقاط المتطرفة وقمنا ببرهان التركيب الخطي المحدب في نفس الفئة. نظريات النمو والتشويه قد قدمت ايضاً. بالإضافة الى ذلك قمنا

باستنتاج نظريات انصاف الاقطار النجمية والمحدبة وعرفنا خاصية الجمع الجزئي. اخيراً في الورقة البحثية المقدمة هذه بعض المبادئ كالجوار للدوال التحليلية الاحادية التكافؤ قد قدمت وبُرهنت وذلك بأن

$$\cdot N_\epsilon(f) \subset \mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D)$$

1.Introduction

Meromorphic multivalent have been studied by many authors in field differential geometry [1-5] and mathematical finance [6-10]

Let \mathcal{M}_q^h denote the class of meromorphic functions of the form

$$f(z) = \frac{1}{z^q} + \sum_{h=1}^{\infty} a_{h-q} z^{h-q}, (a_{h-q} \geq 0, q \in \mathbb{N}), \tag{1.1}$$

which analyze in the open, pierced disk

$$U^* = \{z: z \in \mathbb{C}, 0 < |z| < 1\}. \text{ If } f \in \mathcal{M}_q^h$$

Presented by (1.1), and

$$g(z) = \frac{1}{z^q} + \sum_{h=1}^{\infty} b_{h-q} z^{h-q}, (b_{h-q} \geq 0, q \in \mathbb{N})$$

then the convolution $f * g$ defined by

$$(f * g)(z) = \frac{1}{z^q} + \sum_{h=1}^{\infty} a_{h-q} b_{h-q} z^{h-q} = (g * f)(z).$$

For the function $f \in \mathcal{M}_q^h$, we define the integral operator Seoudy [11] $\mathfrak{J}_q^x f(z): \mathcal{M}_q^h \rightarrow \mathcal{M}_q^h$ as 01

$$\mathfrak{J}_q^x f(z) = \frac{1}{z^q} + \sum_{h=1}^{\infty} \left[\frac{010}{h-q+1} \right]^x a_{h-q} z^{h-q}, (x \geq 0, q \in \mathbb{N}). \text{ Which studied by [12].}$$

2. Definition: [13] We apply $\mathfrak{J}_q^x f(z)$ to define the class \mathcal{M}_q^h as follow. The function provided by (1.1) meets the inequality, it is said to be in the class $\mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D)$

$$\left| \frac{\delta z^{q+2} [\mathfrak{J}_q^x f(z)]'' + z^{q+1} [\mathfrak{J}_q^x f(z)]' - q[\delta(q+1) - 1]}{D [\delta z^{q+2} [\mathfrak{J}_q^x f(z)]'' + z^{q+1} [\mathfrak{J}_q^x f(z)]' - Gq[\delta(q+1) - 1]} \right| < 1, \tag{2.1}$$

where $\left(z \in U^*, x \geq 0, q \in \mathbb{N}, -1 \leq D < G \leq 1, 0 \leq \delta < \frac{1}{q+1} \right)$.

3. Main Results

The coefficient constraints for the function of the from (1.1) to belong to the class $\mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D)$ are as follows.

Theorem (3.1): Suppose that $f \in \mathcal{M}_q^h$, the function $f \in \mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D)$ if and only if

$$\sum_{h=1}^{\infty} \left[\frac{1}{h+q+1} \right]^x (1-D)(h-q)[\delta(h-q-1)+1] a_{h-q} \leq q(D-G)[\delta(q+1)-1], \quad (3.1)$$

the inequality is sharp for $f(z)$ given by

$$f(z) = \frac{1}{z^q} + \frac{q(D-G)[\delta(q+1)-1]}{\left[\frac{1}{h+q+1} \right]^x (1-D)(h-q)[\delta(h-q-1)+1]} z^{h-q}. (h \geq 1)$$

Proof: Let the inequality (3.1) holds true and assume that $0 < |z| = r < 1$. Then from (2.1) we get

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_f &= \left| \delta z^{q+2} [3_q^x f(z)]'' + z^{q+1} [3_q^x f(z)]' - q[\delta(q+1)-1] \right| \\ &- \left| D \left[\delta z^{q+2} [3_q^x f(z)]'' + z^{q+1} [3_q^x f(z)]' \right] - Gq[\delta(q+1)-1] \right| \\ &= \left| \sum_{h=1}^{\infty} \left[\frac{1}{h+q+1} \right]^x (h-q)[\delta(h-q-1)+1] a_{h-q} z^h \right| \\ &- \left| q(D-G)[\delta(q+1)-1] + D \sum_{h=1}^{\infty} \left[\frac{1}{h+q+1} \right]^x (h-q)[\delta(h-q-1)+1] a_{h-q} z^h \right| \\ &\leq \sum_{h=1}^{\infty} \left[\frac{1}{h+q+1} \right]^x (h-q)[\delta(h-q-1)+1] a_{h-q} r^h \\ &- q(D-G)[\delta(q+1)-1] - q(D-G)[\delta(q+1)-1] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -D \sum_{h=1}^{\infty} \left[\frac{1}{h+q+1} \right]^x (h-q)[\delta(h-q-1) + 1] a_{h-q} r^h \\
 & \leq \sum_{h=1}^{\infty} \left[\frac{1}{h+q+1} \right]^x (1-D)(h-q)[\delta(h-q-1) + 1] a_{h-q} \\
 & \quad - q(D-G)[\delta(q+1)-1] \leq 0.
 \end{aligned}$$

From (3.1), hence $f \in \mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D)$.

Conversely, assume that $f \in \mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D)$, then

$$\begin{aligned}
 & \left| \frac{\delta z^{q+2} [\mathfrak{J}_q^\alpha f(z)]'' + z^{q+1} [\mathfrak{J}_q^\alpha f(z)]' - q[\delta(q+1)-1]}{D[\delta z^{q+2} [\mathfrak{J}_q^\alpha f(z)]'' + z^{q+1} [\mathfrak{J}_q^\alpha f(z)]'] - Gq[\delta(q+1)-1]} \right| \\
 & = \left| \frac{\sum_{h=1}^{\infty} \left[\frac{1}{h+q+1} \right]^x (h-q)[\delta(h-q-1)+1] a_{h-q} z^h}{q(D-G)[\delta(q+1)-1] + D \sum_{h=1}^{\infty} \left[\frac{1}{h+q+1} \right]^x (h-q)[\delta(h-q-1)+1] a_{h-q} z^h} \right| < 1,
 \end{aligned}$$

since $Re(z) \leq |z|$ for all z ,

$$Re \left(\frac{\sum_{h=1}^{\infty} \left[\frac{1}{h+q+1} \right]^x (h-q)[\delta(h-q-1)+1] a_{h-q} z^h}{q(D-G)[\delta(q+1)-1] + D \sum_{h=1}^{\infty} \left[\frac{1}{h+q+1} \right]^x (h-q)[\delta(h-q-1)+1] a_{h-q} z^h} \right) < 1.$$

By letting $z \rightarrow 1^-$, we have

$$\begin{aligned}
 & \sum_{h=1}^{\infty} \left[\frac{1}{h+q+1} \right]^x (1-D)(h-q)[\delta(h-q-1) + 1] a_{h-q} \\
 & \leq q(D-G)[\delta(q+1)-1].
 \end{aligned}$$

Last but not least, if we take.

$$f(z) = \frac{1}{z^q} + \frac{q(D-G)[\delta(q+1)-1]}{\left[\frac{1}{h+q+1} \right]^x (1-D)(h-q)[\delta(h-q-1)+1]} z^{h-q}, (h \geq 1).$$

Hence, the proof is complete.

Corollary (3.2): If $f \in \mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D)$, then

$$a_{h-q} \leq \frac{q(D-G)[\delta(q+1)-1]}{\left[\frac{1}{h+q+1}\right]^x (1-D)(h-q)[\delta(h-q-1)+1]} z^{h-q}, (h \geq 1)$$

where $\left(z \in U^*, x \geq 0, q \in \mathbb{N}, -1 \leq D < G \leq 1, 0 \leq \delta < \frac{1}{1+q}\right)$.

Corollary (3.3): If $0 \leq \delta_1 < \delta_2 < \frac{1}{q+1}$, then

$$\mathcal{M}_q^{h,x}(\delta_1, G, D) \subset \mathcal{M}_q^{h,x}(\delta_2, G, D).$$

In the following theorem, we get the extreme points of the class $\mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D)$

Theorem (3.4): The function $f \in \mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D)$ given by (1.1) if and only if the conditions below are true

$$f(z) = \sum_{h=0}^{\infty} c_{h-q} f_{h-q}(z), c_{h-q} \geq 0, \sum_{h=0}^{\infty} c_{h-q} = 1,$$

where

$$f_{-q}(z) = \frac{1}{z^q},$$

$$f_{-q}(z) = \frac{1}{z^q} + \frac{q(D-G)[\delta(q+1)-1]}{\left[\frac{1}{h+q+1}\right]^x (1-D)(h-q)[\delta(h-q-1)+1]} z^{h-q}. (h \geq 1)$$

Proof: Assume that

$$f(z) = \sum_{h=0}^{\infty} c_{h-q} f_{h-q}(z), c_{h-q} \geq 0, \sum_{h=0}^{\infty} c_{h-q} = 1,$$

then

$$\begin{aligned} f(z) &= c_{-q} f_{-q}(z) + \sum_{h=1}^{\infty} c_{h-q} \left[\frac{1}{z^q} + \frac{q(D-G)[\delta(q+1)-1]}{\left[\frac{1}{h+q+1}\right]^x (1-D)(h-q)[\delta(h-q-1)+1]} z^{h-q} \right] \\ &+ \sum_{h=1}^{\infty} c_{h-q} \left[\frac{1}{z^q} + \frac{q(D-G)[\delta(q+1)-1]}{\left[\frac{1}{h+q+1}\right]^x (1-D)(h-q)[\delta(h-q-1)+1]} z^{h-q} \right] \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{z^q} + \sum_{h=1}^{\infty} \frac{q(D-G)[\delta(q+1)-1]}{\left[\frac{1}{h+q+1}\right]^x (1-D)(h-q)[\delta(h-q-1)+1]} c_{h-q} z^{h-q}.$$

From Theorem (3.1), we have $f \in \mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D)$.

Conversely, assume that $f \in \mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D)$ and by letting

$$c_{-q} = 1 - \sum_{h=1}^{\infty} c_{h-q}, \text{ where}$$

$$c_h = \frac{q(D-G)[\delta(q+1)-1]}{\left[\frac{1}{h+q+1}\right]^x (1-D)(h-q)[\delta(h-q-1)+1]} a_{h-q}, \text{ this concludes the results.}$$

Theorem (3.5): Suppose that

$$f_{\tau}(z) = \frac{1}{z^q} + \sum_{h=1}^{\infty} a_{h-q,\tau} z^{h-q}, \tau = 1, 2, 3, \dots, s$$

and $f_{\tau}(z) \in \mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D)$, then $f(z) = \sum_{\tau=1}^s c_{\tau-q} f_{\tau}(z)$ in the same class where

$$\sum_{\tau=1}^s c_{\tau-q} = 1.$$

Proof: Theorem (3.1) states that we have

$$\begin{aligned} & \sum_{h=1}^{\infty} \left[\frac{1}{h+q+1}\right]^x (1-D)(h-q)[\delta(h-q-1)+1] a_{h-q,\tau} \\ & \leq q(D-G)[\delta(q+1)-1] (\tau = 1, 2, 3, \dots, s). \end{aligned}$$

But

$$\begin{aligned} f(z) &= \sum_{\tau=1}^s c_{\tau-q} f_{\tau}(z) = \sum_{\tau=1}^s c_{\tau-q} \left[\frac{1}{z^q} + \sum_{h=1}^{\infty} a_{h-q,\tau} z^{h-q} \right] \\ &= \frac{1}{z^q} \sum_{\tau=1}^s c_{\tau-q} + \sum_{h=1}^{\infty} \left[\sum_{\tau=1}^s c_{\tau-q} a_{h-q,\tau} \right] z^{h-q} \\ &= \frac{1}{z^q} + \sum_{h=1}^{\infty} \left[\sum_{\tau=1}^s c_{\tau-q} a_{h-q,\tau} \right] z^{h-q}, \end{aligned}$$

since

$$\begin{aligned} & \sum_{h=1}^{\infty} \left[\frac{1}{h+q+1} \right]^x (1-D)(h-q)[\delta(h-q-1)+1] [\sum_{\tau=1}^s c_{\tau-q} a_{h-q,\tau}] \\ &= \sum_{\tau=1}^s c_{\tau-q} \left\{ \sum_{h=1}^{\infty} \left[\frac{1}{h+q+1} \right]^x (1-D)(h-q)[\delta(h-q-1)+1] a_{h-q,\tau} \right\} \\ &\leq \sum_{\tau=1}^s c_{\tau-q} \{ q(D-G)[\delta(q+1)-1] \} \\ &= q(D-G)[\delta(q+1)-1] \sum_{\tau=1}^s c_{\tau-q} = q(D-G)[\delta(q+1)-1]. \end{aligned}$$

A growth and distortion property for functions in the subclass $\mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D)$ is provided in the next two theorems.

Theorem (3.6): If $f \in \mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D)$ given by (1.1), then for $0 < |z| = r < 1$,

we have

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^q} \left(1 - \frac{q(D-G)[\delta(q+1)-1]}{\left[\frac{1}{h+q+1} \right]^x (1-D)(h-q)[\delta(h-q-1)+1]} \right) &\leq |f(z)| \\ &\leq \frac{1}{r^q} \left(1 + \frac{q(D-G)[\delta(q+1)-1]}{\left[\frac{1}{h+q+1} \right]^x (1-D)(h-q)[\delta(h-q-1)+1]} \right). \end{aligned}$$

Proof: Since $f(z) = \frac{1}{z^q} + \sum_{h=1}^{\infty} a_{h-q} z^{h-q}$, ($a_{h-q} \geq 0, q \in \mathbb{N}$), then

$$\begin{aligned} |f(z)| &= \left| \frac{1}{z^q} + \sum_{h=1}^{\infty} a_{h-q} z^{h-q} \right| \\ &\leq \frac{1}{|z|^q} + \sum_{h=1}^{\infty} a_{h-q} |z|^{h-q} \\ &\leq \frac{1}{r^q} (1 + \sum_{h=1}^{\infty} a_{h-q}). \end{aligned} \tag{3.2}$$

From Corollary (3.2) $a_{h-q} \leq \frac{q(D-G)[\delta(q+1)-1]}{\left[\frac{1}{h+q+1} \right]^x (1-D)(h-q)[\delta(h-q-1)+1]}$, ($h \geq 1$), hence from (3.2) we

obtain

$$|f(z)| \leq \frac{1}{r^q} \left(1 + \frac{q(D-G)[\delta(q+1)-1]}{\left[\frac{1}{h+q+1}\right]^x (1-D)(h-q)[\delta(h-q-1)+1]} \right),$$

similarly,

$$\begin{aligned} |f(z)| &\geq \frac{1}{|z|^q} + \sum_{h=1}^{\infty} a_{h-q} |z|^{h-q} \\ &\geq \frac{1}{r^q} \left(1 + \sum_{h=1}^{\infty} a_{h-q} \right) \\ &\geq \frac{1}{r^q} \left(1 - \frac{q(D-G)[\delta(q+1)-1]}{\left[\frac{1}{h+q+1}\right]^x (1-D)(h-q)[\delta(h-q-1)+1]} \right). \end{aligned}$$

Theorem (3.7): If $f \in \mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D)$ given by (1.1), then for

$0 < |z| = r < 1$, we

have

$$\begin{aligned} \frac{q}{r^{q+1}} \left(1 - r \frac{q(D-G)[\delta(q+1)-1]}{\left[\frac{1}{h+q+1}\right]^x (1-D)(h-q)[\delta(h-q-1)+1]} \right) &\leq |f'(z)| \\ &\leq \frac{q}{r^{q+1}} \left(1 + r \frac{q(D-G)[\delta(q+1)-1]}{\left[\frac{1}{h+q+1}\right]^x (1-D)(h-q)[\delta(h-q-1)+1]} \right). \end{aligned}$$

Proof: Assume that $f \in \mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D)$, then

$$\begin{aligned} |f'(z)| &\leq \left| \frac{q}{z^{q+1}} + \sum_{h=1}^{\infty} a_{h-q} (h-q) z^{h-q-1} \right| \\ &\leq \frac{q}{|z|^{q+1}} + \sum_{h=1}^{\infty} a_{h-q} (h-q) |z|^{h-q-1} \\ &\leq \frac{q}{z^{q+1}} \left(1 + r \sum_{h=1}^{\infty} a_{h-q} \right) \\ &\leq \frac{q}{z^{q+1}} \left(1 + r \frac{q(D-G)[\delta(q+1)-1]}{\left[\frac{1}{h+q+1}\right]^x (1-D)(h-q)[\delta(h-q-1)+1]} \right). \end{aligned}$$

Also, we have

$$\begin{aligned}
|f'(z)| &= \left| \frac{q}{z^{q+1}} - \sum_{h=1}^{\infty} a_{h-q} (h-q) z^{h-q-1} \right| \\
&\geq \frac{q}{|z|^{q+1}} - \sum_{h=1}^{\infty} a_{h-q} (h-q) |z|^{h-q-1} \\
&\geq \frac{q}{z^{q+1}} (1 - r \sum_{h=1}^{\infty} a_{h-q}) \\
&\geq \frac{q}{z^{q+1}} \left(1 - r \frac{q(D-G)[\delta(q+1)-1]}{\left[\frac{1}{h+q+1}\right]^x (1-D)(h-q)[\delta(h-q-1)+1]} \right).
\end{aligned}$$

Thus, the proof is complete.

The following theorems define the partial sum property and indicate the radii of starlikeness and convexity.

Theorem (3.8): If $f \in \mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D)$, Consequently, $f(z)$ is starlike and meromorphically univalent of order β in $|z| < k_1$, ($0 \leq \beta < q$) and meromorphically univalent convex of order η in $|z| < k_2$ ($0 \leq \eta < 1$) where

$$k_1 = ihf_h \left\{ \frac{\left[\frac{1}{h+q+1}\right]^x (q-\beta)(1-D)(h-q)[\delta(h-q-1)+1]}{q(h+q-\beta)(D-G)[\delta(q+1)-1]} \right\}^{\frac{1}{h}}, \quad (h \geq 1). \quad (3.3)$$

And

$$k_2 = ihf_h \left\{ \frac{\left[\frac{1}{h+q+1}\right]^x (1-D)(h-q)[\delta(h-q-1)+1]}{(h+q-\eta)(D-G)[\delta(q+1)-1]} \right\}^{\frac{1}{h}}, \quad (h \geq 1). \quad (3.4)$$

Proof: To prove $\left| q + \frac{zf'(z)}{f(z)} \right| \leq q - \beta$, $|z| < k_1$ for starlikeness

$$\text{Since } \left| q + \frac{zf'(z)}{f(z)} \right| = \left| \frac{\sum_{h=1}^{\infty} h a_{h-q} z^h}{1 + \sum_{h=1}^{\infty} a_{h-q} z^h} \right| \leq \frac{\sum_{h=1}^{\infty} h a_{h-q} |z|^h}{1 - \sum_{h=1}^{\infty} a_{h-q} |z|^h} \leq q - \beta, \quad |z| < k_1$$

$$\text{or } \sum_{h=1}^{\infty} h a_{h-q} |z|^h \leq (q - \beta) - (q - \beta) \sum_{h=1}^{\infty} a_{h-q} |z|^h \quad \text{or } \sum_{h=1}^{\infty} \frac{h+q-\beta}{q-\beta} a_{h-q} |z|^h \leq 1.$$

From Corollary (3.2) $\frac{h+q-\beta}{q-\beta} |z|^h \leq \frac{\left[\frac{1}{h+q+1}\right]^x (1-D)(h-q)[\delta(h-q-1)+1]}{q(D-G)[\delta(q+1)-1]}$,

$$|z|^h \leq \frac{\left[\frac{1}{h+q+1}\right]^x (q-\beta)(1-D)(h-q)[\delta(h-q-1)+1]}{q(h+q-\eta)(D-G)[\delta(q+1)-1]}.$$

Thus, we obtain (3.3). For convexity, using Alexander's Theorem $f(z)$ is convex if and only if $zf'(z)$ is starlike we conclude (3.4) which is completes the proof.

Theorem (3.9): If $f \in \mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D)$ given by (1.1), $-1 \leq D < G \leq 1$ and

$$\mathcal{R}_1(z) = \frac{1}{z^q}, \mathcal{R}_s(z) = \frac{1}{z} + \sum_{h=1}^{s-1} a_{h-q} z^{h-q}, (s = 2, 3, \dots).$$

Also suppose that $\sum_{h=1}^{\infty} y_{h-q} a_{h-q} \leq 1$ where

$$y_{h-q} = \frac{\left[\frac{1}{h+q+1}\right]^x (1-D)(h-q)[\delta(h-q-1)+1]}{q(D-G)[\delta(q+1)-1]}, \tag{3.5}$$

then

$$Re\left(\frac{f(z)}{\mathcal{R}_s(z)}\right) > 1 - \frac{1}{y_s}, \quad Re\left(\frac{\mathcal{R}_s(z)}{f(z)}\right) > \frac{y_s}{y_s+1}. \tag{3.6}$$

Proof: Since $\sum_{h=1}^{\infty} y_{h-q} a_{h-q} \leq 1$ from Theorem (3.1) $f \in \mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D)$ and

$y_{h-q+1} > y_{h-q} > 1, h \geq 1$, therefore

$$\sum_{h=1}^{s-1} a_{h-q} + y_s \sum_{h=s}^{\infty} a_{h-q} \leq \sum_{h=1}^{\infty} y_{h-q} a_{h-q} \leq 1. \tag{3.7}$$

By putting $\mathcal{H}_1(z) = y_s \left[\frac{f(z)}{\mathcal{R}_s(z)} - \left(1 - \frac{1}{y_s}\right) \right] = \frac{y_s \sum_{h=1}^{s-1} a_{h-q} z^{h-q}}{1 + \sum_{h=1}^{s-1} a_{h-q} z^{h-q}} + 1$ and applying (3.7) we have

$$\begin{aligned} Re\left(\frac{y_s(z)-1}{\mathcal{H}_1(z)+1}\right) &= \left| \frac{y_s(z)-1}{\mathcal{H}_1(z)+1} \right| \\ &= \left| \frac{y_s \sum_{h=1}^{\infty} a_{h-q} z^{h-q}}{2 + y_s \sum_{h=1}^{\infty} a_{h-q} z^{h-q} + 2 y_s \sum_{h=1}^{s-1} a_{h-q} z^{h-q}} \right| \end{aligned}$$

$$\leq \frac{y_s \sum_{h=1}^{\infty} a_{h-q} z^{h-q}}{2 - y_s \sum_{h=1}^{\infty} a_{h-q} z^{h-q} - 2 \sum_{h=1}^{s-1} a_{h-q} z^{h-q}} \leq 1.$$

A quick computation yields $Re(\mathcal{H}_1(z)) > 0$ and $Re\left(\frac{\mathcal{H}_1(z)}{y_s}\right) > 0$ which is equivalently to

$$Re\left(\frac{f(z)}{\mathcal{R}_s(z)} - \left(1 - \frac{1}{y_s}\right)\right) > 0$$

The first inequality in (3.6) is produced by this. Regarding the second inequality, we think

$$\mathcal{H}_1(z) = (y_s + 1) \left(\frac{\mathcal{R}_s(z)}{f(z)} - \frac{y_s}{y_s + 1}\right) = 1 - \frac{(y_s + 1) \sum_{h=1}^{\infty} a_{h-q} z^{h-q}}{1 + \sum_{h=1}^{\infty} a_{h-q} z^{h-q}},$$

and by using (3.7)

$\left|\frac{\mathcal{H}_2(z) - 1}{\mathcal{H}_2(z) + 1}\right| \leq 1$. Thus $Re(\mathcal{H}_2(z)) > 0$ therefore $Re\left(\frac{\mathcal{H}_2(z)}{y_s + 1}\right) > 0$ which is equivalently to

$$Re\left(\frac{\mathcal{R}_s(z)}{f(z)} - \frac{y_s}{y_s + 1}\right) > 0.$$

Hence, the proof is complete.

Theorem (3.10): This theorem for neighborhoods results, Some ideas, such as neighborhood for analytic univalent functions, will be introduced in this theorem. For analytical univalent functions, Ruscheweyh [14], Raina and Srivastava [15], and Lashin [16] have the necessary neighborhood we define ϵ - neighborhood of $f \in \mathcal{M}_q^h$ given by (1.1) as

$$N_\epsilon(z) = \left\{g(z): g(z) = \frac{1}{z^q} + \sum_{h=1}^{\infty} c_{h-q} z^{h-q} \in \mathcal{M}_q^h, \lambda \leq \epsilon\right\}.$$

Where

$$\lambda = \sum_{h=1}^{\infty} \frac{\left[\frac{1}{h+q+1}\right]^x (1-D)(h-q)[\delta(h-q-1)+1]}{q(D-G)[\delta(q+1)-1]} |a_{h-q} - c_{h-q}|.$$

Now, if $f \in \mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D)$ given by (1.1) and f satisfies the condition

$$\frac{\vartheta z^{-q} + f(z)}{\vartheta + 1} \in \mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D) (|\vartheta| < \epsilon, \epsilon > 0, \vartheta \in \mathbb{C}),$$

then $N_\epsilon(f) \subset \mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D)$.

Proof: by using (2.1), we have $f \in \mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D)$ if and only if

$$\frac{\delta z^{q+2} [\mathfrak{I}_q^\alpha f(z)]'' + z^{q+1} [\mathfrak{I}_q^\alpha f(z)]' - q[\delta(q+1) - 1]}{D[\delta z^{q+2} [\mathfrak{I}_q^\alpha f(z)]'' + z^{q+1} [\mathfrak{I}_q^\alpha f(z)]' - Gq[\delta(q+1) - 1]} \neq \psi,$$

for any $|\psi| = 1, \psi \in \mathbb{C}$ or $\frac{(f * K)(z)}{z^{-q}} \neq 0, (z \in U^*),$ (3.8)

where $K(z) = \frac{1}{z^q} + \sum_{h=1}^\infty d_{h-q} z^{h-q}$. Such that

$$d_{h-q} = \frac{\left[\frac{1}{h+q+1}\right]^x (1-D\psi)(h-q)[\delta(h-q-1)+1]}{q\psi(D-G)[\delta(q+1)-1]},$$
 (3.9)

$$\begin{aligned} |d_{h-q}| &= \left| \frac{\left[\frac{1}{h+q+1}\right]^x (1-D\psi)(h-q)[\delta(h-q-1)+1]}{q\psi(D-G)[\delta(q+1)-1]} \right| \\ &\leq \frac{\left[\frac{1}{h+q+1}\right]^x (q-\beta)(1-D)(h-q)[\delta(h-q-1)+1]}{q(D-G)[\delta(q+1)-1]}, \end{aligned}$$

since

$$\frac{\vartheta z^{-q} + f(z)}{\vartheta + 1} \in \mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D) (|\vartheta| < \epsilon, \epsilon > 0, \vartheta \in \mathbb{C}),$$

we get

$$\frac{\left(\frac{\vartheta z^{-q} + f(z)}{\vartheta + 1} * K\right)(z)}{z^{-q}} \neq 0, (z \in U^*).$$
 (3.10)

If we assume that $\left|\frac{(f * K)(z)}{z^{-q}}\right| < \epsilon$, then by (3.10), we have

$$\left| \frac{(f * K)(z)}{(\vartheta + 1)z^{-q}} + \frac{\vartheta}{(\vartheta + 1)} \right| \geq \frac{|\vartheta| - 1}{|\vartheta + 1|} \left| \frac{(f * K)(z)}{z^{-q}} \right| > \frac{|\vartheta| - \epsilon}{|\vartheta + 1|} \geq 0,$$

but this is contradiction with $|\vartheta| < \epsilon$, therefore $\left| \frac{(f * K)(z)}{z^{-q}} \right| < \epsilon$.

Now, if we suppose that $g(z) = \frac{1}{z^q} + \sum_{h=1}^{\infty} c_{h-q} z^{h-q} \in N_{\epsilon}(f)$, then

$$\begin{aligned} \left| \frac{(f-g)(z) * K(z)}{z^{-q}} \right| &= \left| \sum_{h=1}^{\infty} (a_{h-q} - c_{h-q}) d_{h-q} z^{h-q} \right| \\ &\leq \sum_{h=1}^{\infty} |a_{h-q} - c_{h-q}| |d_{h-q}| |z^{h-q}| \\ &\leq |z^{h-q}| \sum_{h=1}^{\infty} \frac{\left[\frac{1}{h+q+1} \right]^x (1-D)(h-q)[\delta(h-q+1)+1]}{q(D-G)[\delta(q+1)-1]} |a_{h-q} - c_{h-q}| \leq \epsilon. \end{aligned}$$

Hence, we get

$$\frac{(g * K)(z)}{z^{-q}} \neq 0, (z \in U^*),$$

for any $\psi \in \mathbb{C}, |\psi| = 1$, therefore $g(z) \in \mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D)$ which implies that

$$N_{\epsilon}(f) \subset \mathcal{M}_q^{h,x}(\delta, G, D).$$

Conclusion and Future Studies

In this article, we introduced a subclass of meromorphic multivalent functions Defined by integral operator that are important for mathematical finance. As a outcome, we deduced some geometric properties of coefficient estimates, extreme points, convex linear combination, radii of starlikeness and convexity. Furthermore, we investigated the neighborhood of the presented classes.

Finally, we suggest in the future studies the coefficient problems continue to include new classes of other functions and new generalized derivative operators. Also, it is possible to study new properties other than those mentioned in this article.

References

- [1] Harms, P., Stefanovits, D., Affine representations of fractional processes with applications in mathematical finance, *Stochastic Processes and their Applications*, 2019. 129 (4), P. 1185-1228. Doi: 10.1016/j.spa.2018.04.010.
- [2] Choquet, G., Sur un type de transformation analytique generalisant la representation conforme et define au moyen de fonctions harmoniques, *Bull. Sci. Math.*, 1945, 89 (2), P. 156-165.
- [3] Lewy, H., On the non-vanishing of the jacobian in certain one-to-one mappings, *Bull. Amer. Math. Soc.*, 1936. 42. P. 689-692.
- [4] Rado, T., Aufgabe 41, *Jahresber. Deutsch. Math-Vermin.*, 1926, 35, p. 49-62.
- [5] Clunie, J., and Sheil-Small, T., Harmonic univalent functions, *Ann. Acad. Aci. Penn. Ser. A I Math.*, 1984, 9, p. 3-25.
- [6] Choquet, G., Sur un type de transformation analytique generalisant la representation conforme et definie au moyen de fonctions harmoniques, *Bull. Sci. Math.*, 1945, 89 (2), P. 156-165.
- [7] Lewy, H., On the non-vanishing of the Jacobian in certain one-to-one mappings, *Bull. Amer. Math. Soc.*, 1936, 42, P. 689-692.
- [8] Rado, T., Aufgabe 41, *Jahresber. Deutsch. Math. -Vermin.*, 1926, 35, P. 49-62.
- [9] Clunie, J., and Sheil-Small, T., Harmonic univalent functions, *Ann. Acad. Aci. Penn. Ser. A I Math.*, 1984, 9, P. 3-25.
- [10] Tripathi, S., Application of Mathematics in Financial Management, *Advances in Mathematical Finance and Applications*, 2019, 4 (2), p. 1-14. Doi: 10.22034/amfa.2019.583576.1169.
- [11] T. M. Seoudy and M. K. Aouf, class of admissible functions associated with certain integral operator applied to meromorphic functions. *Bull Iranian Math. Soc. Vol. 41 (2015), No. 4, pp. 793-804.*
- [12] H. F. Hussian and A. R. S. Juma, On a second order differential subordination of multivalent meromorphic functions defined by integral operator, *AIP Conference proceeding 2414, 040071 (2023).*
- [13] Lashin, A. Y., On certain subclasses of meromorphically p-valent functions, *Demonstratio Math.*, 2008, 61, p. 371-380. Doi: 10.1515/dema-2008-0213.
- [14] Raina, K. R., Srivastava, H. M., Inclusion and neighborhoods properties of some analytic and multivalent functions, *J. In-equal. Pure and Appl. Math.*, 2006, 7(1), p. 1-6.
- [15] Ruscheweyh, S., Neighborhoods of univalent functions, *Proc. Amer. Math. Soc.*, 1981, 81(4), p. 521-527.
- [16] MH. Golmohammadi, S. Najafzadeh, On a generalized subclass of p-valent meromorphic functions by defined q-Derivative operator, *Advanced in Mathematical Finance and Applications* 6(4),1-25,2021.

ISSN (Print): 2958-8987

ISSN (Online): 2958-8995

Doi: 10.59799/APPP6605

مستويات هرمون الريلاكسين عند المرضى المصابين بضغط الدم والسكر من الذكور والاناث

م.د. شذى حازم شاكر / كلية التربية للعلوم الصرفة - قسم علوم الحياة

Shatha.h.shaker@tu.edu.iq

مستويات هرمون الريلاكسين عند المرضى المصابين بضغط الدم والسكر من الذكور والاناث

م.د. شذى حازم شاكر / كلية التربية للعلوم الصرفة - قسم علوم الحياة

Shatha.h.shaker@tu.edu.iq

الملخص

يعد مرض ارتفاع ضغط الدم أحد أهم أسباب أمراض القلب والأوعية الدموية cardiovascular diseases CVD السبب الرئيس للوفيات في جميع أنحاء العالم , وهناك زيادة واضحة خلال العام 2017 في عدد الوفيات الناجمة عن ارتفاع ضغط الدم. ويعد مرض السكري من أكثر الامراض المزمنة شيوعا ، وتشير التقارير الى ان معدل مرض السكر في العالم تتأثر بعوامل عدة منها أختلاف الجنس . عند النساء، يتم إفراز هرمون الريلاكسين في الدورة الدموية بواسطة الجسم الأصفر في المبيض أثناء الحمل يتم إطلاقه أيضاً من المشيمة والأغشية المحيطة بالجنين وبطانة الرحم. أما عند الرجال، فيتم إفراز هرمون الريلاكسين من غدة البروستاتا ويُمكن اكتشافه في السائل المنوي، ولكن هذا الهرمون لا يوجد بشكل عام في الدورة الدموية . تم جمع عينات الدم من الفئة العمرية (45-65) وبعد اجراء التحاليل وجد ان هذا الهرمون انخفض بشكل عالي في المرضى المصابين بالضغط والسكر ومن كلا الجنسين مقارنة بالاصحاء.

Keyword, Hypertension, diabetes, relaxin hormone

1- المقدمة

يصنف فرط ضغط الدم إما إلى فرط ضغط الدم الأولي (الأساسي) أو فرط ضغط الدم الثانوي (Baynest , 2015) وتصنف نحو 90-95% من الحالات على أنها "فرط ضغط دم أساسي"، (Babikr,2017) مما يعني ارتفاع ضغط الدم دون وجود حالة طبية واضحة مسببة له والحالات الأخرى سببها تأثير الكليتين أو شرايين القلب أو جهاز الغدد الصمّ والتي تسبب الحالات المتبقية من فرط الضغط والتي تشكل نسبة 5 - 10% من الحالات (فرط الضغط الثانوي) (Fleming: et al.,2015) . وكنتيجة الاصابة بداء السكري ،لايتم تحويل الكلوكوز الى طاقة مما يؤدي الى توفر كميات زائدة منه في الدم بينما تبقى الخلايا متعطشة للطاقة ،ومع مرور السنين تتطور الحالة من فرط سكر الدم الامر (Baynes ,2015) الذي يسبب أضراراً بالغة للاعصاب والاعوية الدموية وبالتالي يمكن ان

يؤدي الى مضاعفات مثل امراض القلب ، السكتة ، العمى ، اعتلال الاعصاب ، التهاب اللثة ، وامراض الكلى والقدم السكري (Insel et al.,2015) .

ريلاكسين هو هرمون تناسلي ينتجه المبيضان والمشيمة. يخفف ويرخي العضلات والمفاصل والأربطة أثناء الحمل لمساعدة جسم المرأة على التمدد. يساعد Relaxin الجسم أيضًا على الاستعداد للولادة عن طريق إرخاء العضلات والأربطة في الحوض ، أما عند الرجال، فيتم إفراز هرمون الريلاكسين من غدة البروستاتا ويُمكن اكتشافه في السائل المنوي . أظهرت بعض الدراسات أن ريلاكسين يمكن أن يساعد في علاج الجروح أو تصلب الأنسجة. حيث أن ريلاكسين يمكن أن يساعد الأنسجة المتندبة في أعضاء أخرى مثل القلب والرئتين . يمكن أن يساعد ريلاكسين أيضًا في علاج الالتهاب وقد يساعد في التئام الجروح. وأيضاً له تأثير على ضغط الدم. تظهر الدراسات أنه يساعد على استرخاء الأوعية الدموية ويساعد على نمو أوعية دموية جديدة (Marshall eat all. , 2017).

2- المواد وطرق العمل

2-1- جمع العينات

شمل البحث (45) عينة تم اختيارها عشوائياً" تعود لمجموعة السيطرة ومجموعة المرضى المصابين بارتفاع ضغط الدم والسكر من كلا الجنسين والذين تراوحت اعمارهم بين (45 - 65 سنة) , حيث تم جمع العينات من المراكز الصحية في مناطق مختلفة من محافظة صلاح الدين .

تم الحصول على عينات الدم من الوريد العضدي وبحجم (10ml) بوساطة محقنة طبية في ساعات الصباح الأولى (Fasting) مع أخذ بعض المعلومات التي تخص كلا منهم , حيث تم وضع عينات الدم في أنابيب الاختبار الحاوية على السيلكون , وتركت في حمام مائي بدرجة حرارة (37) م لمدة (15) دقيقة إلى أن تم التبختر , بعد ذلك تم فصله في جهاز الطرد المركزي بسرعة 3500 دورة لمدة 15 دقيقة للحصول على مصل الدم (Blood Serum) حيث وضعت في أنابيب اختبار ابندروف Eppendorf بعد تجزئتها الى 0.5 مل في كل انبوب , ثم حفظت العينات بدرجة (-20) م وسجلت عليها كافة المعلومات لحين استخدامها , بعد ذلك اجريت الاختبارات الهرمونية في المكتب الاستشاري لكلية العلوم / جامعة تكريت .

2-2- توزيع العينات المدروسة الى أربع مجاميع وهي :

- المجموعة الأولى : المرضى الذكور المصابين بارتفاع ضغط الدم والسكر شملت (16) شخصاً.
- المجموعة الثانية : مجموعة السيطرة من الذكور الاصحاء شملت (7) اشخاص
- المجموعة الثالثة : المرضى الاناث المصابات بارتفاع ضغط الدم والسكر شملت (16) أنثى.

- المجموعة الرابعة : مجموعة السيطرة من الاناث الاصحاء شملت (9) أناث .

2-3- تقدير مستوى هرمون الريلاكسين في مصل الدم / استخدمت هذه فحص الاليزا تقنية الشطيرة Sandwich- ELISA .

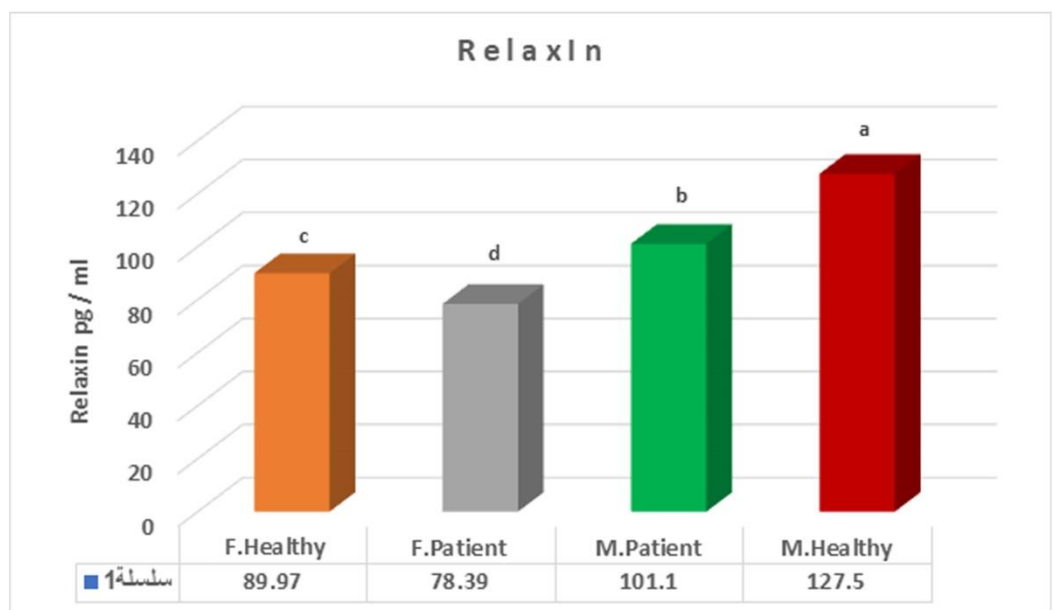
3- التحليل الاحصائي

تم تحليل النتائج إحصائياً وذلك باستخدام تحليل التباين Analysis of Variance ANOVA , وتمت مقارنة المتوسطات الحسابية للمعاملات باستخدام اختبار دانكن Duncan's multiple range عند مستوى معنوية ($p < 0.05$) . (

4- النتائج والمناقشة .

4- 1 - مستوى هرمون الريلاكسين في دم المرضى المصابين بالضغط والسكر (ذكور وأناث)

اوضحت نتائج الدراسة الحالية والمبينة في الشكل (4-1) بوجود انخفاض معنوي عند مستوى معنوية ($P \leq 0.05$) لمستوى الريلاكسين في مصل دم المرضى المصابين بالضغط والسكر من الذكور مقارنة مع مجموعة السيطرة , وانخفاض معنوي عند مستوى معنوية ($P \leq 0.05$) لمستوى الريلاكسين في مصل دم المرضى المصابين بالضغط والسكر من الاناث مقارنة مع مجموعة السيطرة من الاناث . ولوحظ ايضا وجود فروقات معنوية في مستوى الريلاكسين بين كلا المجموعتين المرضيتين المصابتين بالضغط والسكر من الذكور والاناث وايضا بين مجموعتي السيطرة من الذكور والاناث .



جدول (1-4) مستوى هرمون الريلاكسين

يقوم هرمون الريلاكسين بوظائفه على الجهاز التناسلي والأعضاء الأخرى عن طريق تنشيط مستقبلات محددة على هذه الأنسجة (Halls eat all, 2015). تراكمت الأدلة على أن الريلاكسين له تأثيرات كبيرة على القلب والأوعية الدموية والأنسجة خارج الخلية وداخل الأنسجة الضامة. فيما يتعلق بالعلاقات بين الريلاكسين ومرض السكري، فقد ثبت أن الريلاكسين يعزز تمدد الشرايين والأوعية الدموية الدقيقة، وبالتالي يزيد من نضح الأعضاء، ويقاوم الإصابة الدماغية، ويحسن إعادة تشكيل القلب والأوعية الدموية العكسية، وبالتالي فهو يظهر كبح للتأثيرات التليفية. وبالتالي، يمكن أن يضعف الريلاكسين أو يؤخر مضاعفات الأوعية الدموية والأعضاء لمرض الضغط و السكري (Lian eat all., 2018).

أشار Wang وآخرون (2020) ان حقن هرمون الريلاكسين للفئران المصابة بالضغط والسكر المستحدث يسبب بمعالجة جدران الاوعية الدموية للقلب ويحسن من عمل الشرايين وتمدد الاوردة ويتحد مع الانسولين للتخفيف من التأثيرات الناجمة من الإصابة بالسكر وهذا ما تم ملاحظته في نتائج هذا البحث حيث اظهرت القيم المتدنية من الريلاكسين ارتفاع في ضغط الدم والسكر .

يحتوي ريلاكسين على إجراءات وقائية للأوعية تعتمد على المنطقة في ارتفاع ضغط الدم والسكر حيث ان الريلاكسين هرمون بروتيني يحفز إنتاج أكسيد النيتريك وعامل نمو بطانة الأوعية الدموية ويثبط الإندوثيلين والأنجيوتنسين II وبذلك يخفض من ارتفاع ضغط الدم (Khavinson eat all., 2022).

للريلاكسين تأثيرات مميزة على عوامل الانقباض المشتقة من البطانة ومسارات مضيق الأوعية المرتبطة بها في الشرايين المساريقية والشريان الأورطي. مجتمعة، تكشف هذه الملاحظات عن إمكانات ريلاكسين كعامل علاجي جديد لاضطرابات الأوعية الدموية المرتبطة بتضيق الأوعية المشتق من البطانة بما في ذلك ارتفاع ضغط الدم، وان انخفاض هرمون الريلاكسين في النساء المصابات اعلى من الرجال المصابين ويعزى ذلك لتوقف انتاج هرمون الستيروجين الانثوي في هذا السن للنساء واستمرار افراز هرمون التستسترون الذكري للرجال في نفس الفئة العمرية (Khavinson eat all., 2022).

5- الاستنتاجات

اظهرت النتائج انخفاضاً بتركيز هرمون الريلاكسين في مجاميع المرضى مقارنة بمجموعة السيطرة وايضا انخفاض هرمون الريلاكسين في النساء المصابات اعلى من الرجال المصابين .

References

- **Baynest , H.W. (2015) .** Classification , Pathophysiology , Diagnosis and Management of Diabetes Mellitus. *J Diabetes Metab.* 6 : 541-49 .
- **Babikr, W.G.; Alshahrani, A.S. and Mustafa,H.G. (2017).** The correlation of HbA1c with body mass index and HDL-cholesterol in type 2 diabetic patients. *Biomedical Research.* 27 (4): 1280-83.
- **Fleming, S.; Atherton, H.; Mc Cartney, D.; Hodgkinson, J.; Greenfield, S.; Hobbs, F.D.nad et al.(2015) .** Self-screening and non-physician screening for hypertension in communities: a systematic review. *Am J Hypertens* :28(11):1316–24.
- **Insel, R.A.; Dunne, J.L. ; and Atkinson, M.A.(2015).**Staging resymptomatic type1 diabetes:ascientific statement of JDRF,the endocrino society ,and the American Diabetes association.*Diabetes care,* 38:1964-1974.
- **Marshall SA, Senadheera SN, Parry LJ, Girling JE.** The Role of Relaxin in Normal and Abnormal Uterine Function During the Menstrual Cycle and Early Pregnancy. (<https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/27365367/>) *Reprod Sci.* 2017 Mar;24(3):342-354. Accessed 10/17/2022.
- Al-Rawi, Khashi Mahmoud. (2000).Introduction to Statistics, Second Edition, College of Agriculture and Forestry, Mosul.
- Lian X, Beer-Hammer S, König GM, Kostenis E, Nürnberg B, Gollasch M.** RXFP1 receptor activation by relaxin-2 induces vascular relaxation in mice via a Gai2-protein/PI3Kβ/γ/nitric oxide-coupled pathway. *Front Physiol* 9: 1234, 2018. doi:10.3389/fphys.2018.01234.
- Wang Q, Deng F, Zhu D.**Neuropeptides. [Superoxide anions modulate the effects of alarin in the paraventricular nucleus on sympathetic activity and blood pressure in spontaneously hypertensive rats.](#) 2020 Apr;80:102021. doi: 10.1016/j.npep.2020.102021. Epub 2020 Jan 20.PMID: 32033788.
- Khavinson V, Linkova N, Dyatlova A, Kantemirova R, Kozlov K.**Cells. [Senescence-Associated Secretory Phenotype of Cardiovascular System Cells and Inflammaging: Perspectives of Peptide Regulation.](#) 2022 Dec 27;12(1):106. doi: 0.3390/cells12010106.PMID: 36611900 .
- **Halls ML, Bathgate RA, Sutton SW, Dschietzig TB, Summers RJ (2015).** International Union of Basic and Clinical Pharmacology. XCV. Recent advances in the understanding of the pharmacology and biological roles of relaxin family peptide receptors 1–4, the receptors for relaxin family peptides. *Pharmacol Rev* 67: 389–440.

Levels of the hormone relaxin in patients with blood pressure and diabetes, males and females

Shatha Hazem Shaker / College of Education for Pure Sciences - Department of Life Sciences

shatha.h.shaker@tu.edu.iq

Summary

Hypertension is one of the most important causes of cardiovascular diseases (CVD), the main cause of death worldwide, and there is a clear increase during the year 2017 in the number of deaths caused by high blood pressure. Diabetes is one of the most common chronic diseases, and reports indicate that the rate of diabetes in the world is affected by several factors, including gender. In women, relaxin is released into the circulation by the corpus luteum of the ovaries during pregnancy. It is also released by the placenta, amniotic membranes, and endometrium. In men, the hormone relaxin is secreted by the prostate gland and can be detected in semen, but this hormone is not generally found in the circulatory system. Blood samples were collected from the age group (45-65), and after conducting the analyzes, it was found that this hormone decreased significantly in patients with pressure and diabetes, of both sexes, compared to healthy subjects.

ISSN (Print): 2958-8987

ISSN (Online): 2958-8995

Doi: 10.59799/APPP6605

Modified New Iterative Method for Solving Systems of Nonlinear Volterra Integral Equations of the Second Kind

Shangul Mohammed Ghareeb¹, Ghassan E. Arif² and Borhan F. Jumaa³

^{1,2}Department of Mathematics / College of Education for Women / Tikrit University

³Computer Science Department, College of Computer Science and Information
Technology, University of Kirkuk, Kirkuk, Iraq.

shangullmuhammed@gmail.com

ghasanarif@tu.edu.iq

borhan_nissan@uokirkuk.edu.iq

Modified New Iterative Method for Solving Systems of Nonlinear Volterra Integral Equations of the Second Kind

Shangul Mohammed Ghareeb¹, Ghassan E. Arif² and Borhan F. Jumaa³

^{1,2}Department of Mathematics / College of Education for Women / Tikrit University

³Computer Science Department, College of Computer Science and Information Technology, University of Kirkuk, Kirkuk, Iraq.

[¹shangullmuhammed@gmail.com](mailto:shangullmuhammed@gmail.com)

[²ghasanarif@tu.edu.iq](mailto:ghasanarif@tu.edu.iq)

[³borhan_nissan@uokirkuk.edu.iq](mailto:borhan_nissan@uokirkuk.edu.iq)

Abstract

In this paper, we provide an approximate solution approach for evaluating a system of equations of the second sort of nonlinear Volterra integral equations numerically. The algorithm is based on a modified version of the New Iterative Method. Because it is difficult to integrate nonlinear functions, the method being presented here uses the Maclaurin series to turn nonlinear functions into polynomials. The problem may be resolved with the help of the MATLAB 2020b program. In conclusion, many examples are provided to illustrate how accurate and useful this formula may be.

Keywords: Integral equation with nonlinear variables, the Volterra integral equation, and a modified new iterative method.

Introduction:

Integral equations may be found in the scientific literature for a variety of Issues related to mathematical chemistry and physics, such as heat conduction, stereology, the radiation of heat from a semi-infinite substance some examples, and crystal formation, among others(J.R.Rise).

The iterative technique generates fast converging sequential approximate forms of the exact answer if a closed-form version of the solution already exists. The Adomian decomposition method, on the other hand, generates components rather than approximations. The approach may be used for both the same approach is used to linear and nonlinear problems, and there is no need to adhere to any particular limitations, examples include the so-called Adomian polynomials, which are required for nonlinear component analysis (A.M.Wazwaz)

The Modified New Iterative Method is used by Yaseen and Samraiz to solve nonlinear and linear equations. Klein-Gordon Equations, A. K. Jabber Utilize a modified version of the new iterative method when you are trying to solve nonlinear partial differential equations. Lawal and Loyimi. respectively When there are non-local circumstances present, you should solve linear and nonlinear initial boundary value issues by using a novel iterative strategy.

The nonlinear Volterra integral equations that are a component of the system are addressed in detail in the edited volumes written by Wazwaz and Linz which provide several different methods for analytically finding a solution to these equations. The writer of the F.J.Borhan, used the Trapezoidal Predictor-Corrector An approach to the solution about the mathematical structure consisting of two nonlinear Volterra Integral Equations of the Second Kind. In addition to this, the writers in A. M. Dalal, a numerical solution to the System of two nonlinear Volterra integral equations was suggested by the author. In addition, Burhan and Abbas solved systems of two nonlinear Volterra integral equations by using a strategy that did not include the use of Polynomial Splines. Finally, the authors Borhan, and Abbas, techniques of predictor-corrector analysis were used to find a numerical solution to these systems.

As a result, the subject of this study is an investigation into the system of two integral equations of Volterra's second class that must be solved. The following form is used to define the unnamed functions that may be found both within and outside of the integral sign Borhan, and Abbas,

$$\Psi_i(x) = \mathcal{F}_i(x) + \sum_{j=1}^m \int_0^x \mathcal{K}_{ij}(x, \mathcal{Y}, \Psi_j(\mathcal{Y})) d\mathcal{Y} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (1)$$

where $\Psi_i(x)$ are unknown functions, the functions $\mathcal{F}_i(x), i = 1, \dots, m$ and kernels $\mathcal{K}_{ij}(x, \mathcal{Y}, \Psi_j(\mathcal{Y})), 1 \leq i, j \leq m$ are provided with functions having real values on subsets of \mathcal{R}^3 and \mathcal{R}^1 , respectively.

2 New Iterative Method (NIM) [2]

Take into consideration the generic functional equation that follows:

$$\Psi(\Upsilon) = \varphi(\Upsilon) + \mathcal{N}(\Psi(\Upsilon)) \quad (2)$$

where \mathcal{N} is an operator that is not linear and φ is a function that is already known.

$\Upsilon = (\Upsilon_1, \Upsilon_2, \dots, \Upsilon_n)$. We are seeking a solution Ψ to the equation (2) that has the form of a series.

$$\Psi(\Upsilon) = \sum_{i=0}^{\infty} \Psi_i(\Upsilon) \quad (3)$$

The nonlinear operator \mathcal{N} may be broken down into the following components:

$$\mathcal{N}(\sum_{i=0}^{\infty} \Psi_i(\gamma)) = \mathcal{N}(\Psi_0) + \sum_{i=0}^{\infty} \{ \mathcal{N}(\sum_{j=0}^i \Psi_j(\gamma)) - \mathcal{N}(\sum_{j=0}^{i-1} \Psi_j(\gamma)) \} \tag{4}$$

Equation(2), which can be derived from equations (3) and (4), is equal to

$$\sum_{i=0}^{\infty} \Psi_i(\gamma) = \varphi(\gamma) + \mathcal{N}(\Psi_0) + \sum_{i=0}^{\infty} \{ \mathcal{N}(\sum_{j=0}^i \Psi_j(\gamma)) - \mathcal{N}(\sum_{j=0}^{i-1} \Psi_j(\gamma)) \} \tag{5}$$

We define the recurrence relation

$$\left. \begin{aligned} \Psi_0 &= \varphi(\gamma) \\ \Psi_1 &= \mathcal{N}(\Psi_0) \\ \Psi_{m+1} &= \mathcal{N}(\Psi_0 + \Psi_1 + \dots + \Psi_m) - \mathcal{N}(\Psi_0 + \Psi_1 + \dots + \Psi_{m-1}) \end{aligned} \right\} \tag{6}$$

Then

$$(\Psi_0 + \Psi_1 + \dots + \Psi_m) = \mathcal{N}(\Psi_0 + \Psi_1 + \dots + \Psi_m) \tag{7}$$

And

$$\sum_{i=0}^{\infty} \Psi_i(\gamma) = \varphi(\gamma) + \mathcal{N}(\sum_{i=0}^{\infty} \Psi_i(\gamma)) \tag{8}$$

The k-term approximate solution of (2) is given by

$$\Psi = \Psi_0 + \Psi_1 + \dots + \Psi_{k-1}$$

3 The Modified New Iterative Method (MNIM):[5]

This method depends on splitting the function $\varphi(\gamma)$ in equation (2) into two parts. We can set the zeros component $\varphi(\gamma)$ in the formula (6) as the sum of two parts $\varphi_1(\gamma)$ and $\varphi_2(\gamma)$ then we suggested the following modified formula:

$$\left. \begin{aligned} \Psi_0 &= \varphi_1(\gamma) \\ \Psi_1 &= \varphi_1(\gamma) + \mathcal{N}(\Psi_0) \\ \Psi_{m+1} &= \mathcal{N}(\Psi_0 + \Psi_1 + \dots + \Psi_m) - \mathcal{N}(\Psi_0 + \Psi_1 + \dots + \Psi_{m-1}) \end{aligned} \right\} \tag{9} \text{ To solve}$$

difficult nonlinear systems of equations of the second kind of Volterra integral equations, this type of modification provides highly accurate results, necessitates a reduced number of calculations in comparison to the iterative method, and it also avoids needless complications in the process of calculating the next term.

4 Numerical Methods

The range $[a, b]$ is utilized as the jumping-off point for the creation of the numerical strategy for the approximation solution of a system of type (1). This is done to make things as straightforward and uncomplicated as is humanly feasible. Accordingly, the $x_j = a + jh, j = 0, 1, \dots, N$ and $h = \frac{b-a}{N}$ is used to define a grid that has $N + 1$ points that are uniformly spaced apart

To solve the equation (1)

$$\Psi_i(x) = \mathcal{F}_i(x) + \sum_{j=1}^m \int_0^x \mathcal{K}_{ij}(x, y, \Psi_j(y)) dy \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (10)$$

we apply the Maclaurin series to the known function $\mathcal{F}_i(x)$ to convert it to a polynomial:

$$\mathcal{F}_i(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n \quad (11)$$

Suppose that

$$\mathcal{F}_i(x) = \mathcal{F}_{i0}(x) + \mathcal{F}_{i1}(x) \quad (12)$$

$$\Psi_{i0} = \mathcal{F}_{i0} \quad (13)$$

$$\Psi_{i1} = \mathcal{F}_{i1} + \sum_{j=1}^m \int_0^x \mathcal{K}_{ij}(x, y, \Psi_{j0}(y)) dy \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (14)$$

$$\Psi_{i,p+1} = \sum_{j=1}^m \int_0^x \mathcal{K}_{ij}(x, y, \sum_{r=0}^p \Psi_{jr}(y)) dy - \sum_{j=1}^m \int_0^x \mathcal{K}_{ij}(x, y, \sum_{r=0}^{p-1} \Psi_{jr}(y)) dy \quad (15)$$

Where $p = 1, 2, \dots, N$

$$\Psi_i(x) = \sum_{j=0}^{p+1} \Psi_{ij}(x) \quad (16)$$

5 Numerical Example:

In this part, we provide a variety of examples to exemplify the methodologies discussed in the previous section (section 3).

5.1 Example (1)

The following is a definition of a system consisting of two nonlinear Volterra integral equations of the second kind:

$$\Psi_1(x) = \sec(x) - x + \int_0^x (\Psi_1^2(y) - \Psi_2^2(y)) dy$$

$$\Psi_2(x) = 3 \tan(x) - x - \int_0^x (\Psi_1^2(y) + \Psi_2^2(y)) dy$$

which has the exact solution: $(\Psi_1(x), \Psi_2(x)) = (\sec(x), \tan(x))$

$$\text{let } \mathcal{F}_1(x) = \sec(x) - x \quad \text{and } \mathcal{F}_2(x) = 3 \tan(x) - x$$

apply the Maclaurin series on $\mathcal{F}_1(x)$ and $\mathcal{F}_2(x)$ we get

$$\mathcal{F}_1(x) = 1 + x^2 + \frac{5}{24}x^4 - x$$

$$\mathcal{F}_2(x) = x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + \frac{2}{3}x^3 - x$$

Suppose that

$$\mathcal{F}_{10} = 1 + x^2$$

$$\mathcal{F}_{20} = x + \frac{1}{3}x^3$$

Apply the MNIM we obtain

$$\Psi_1 = \Psi_{10} + \Psi_{11} + \Psi_{12}$$

$$\Psi_1 = 1 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{24}x^4 - \frac{1}{36}x^6 - \frac{121}{2520}x^7 - \frac{29}{2016}x^8 - \frac{1397}{181440}x^9 - \frac{17}{3360}x^{10} - \frac{139}{51975}x^{11} - \frac{5}{9072}x^{12} - \frac{1}{1365}x^{13}$$

$$\Psi_2 = \Psi_{20} + \Psi_{21} + \Psi_{22}$$

$$\Psi_2 = x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + \frac{1}{36}x^6 - \frac{271}{2520}x^7 + \frac{29}{2016}x^8 - \frac{1049}{60480}x^9 + \frac{17}{3360}x^{10} - \frac{1637}{415800}x^{11} + \frac{5}{9072}x^{12} + \frac{4}{12285}x^{13} - \frac{2}{59535}x^{15}$$

x	Exact solution	MNIM	Error
0.0	1.0000000000000000	1.0000000000000000	0.0000000000000000
0.1	1.005020918400456	1.005020800601886	0.000000117798569
0.2	1.020338844941193	1.020330899610309	0.000007945330884
0.3	1.046751601538086	1.046655618794738	0.000095982743348
0.4	1.085704428383239	1.085128793635235	0.000575634748003
0.5	1.139493927324549	1.137134160425380	0.002359766899170
L.S.E.	5.909131010704959e-006		

Table (1): describe a comparison between the precise and the numerical using a modified new iterative technique for $\Psi_1(x)$ for example1. The comparison should be based on the least square error with h set to 0.1

x	Exact solution	MNIM	Error
0.0	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000
0.1	0.100334672085451	0.100334683817448	0.000000011731997
0.2	0.202710035508673	0.202709762988137	0.000000272520535
0.3	0.309336249609623	0.309321356718823	0.000014892890800
0.4	0.422793218738162	0.422641508749376	0.000151709988785
0.5	0.546302489843790	0.545452714172594	0.000849775671197
L.E.S.	7.453564846565573e-007		

Table(2): describe a comparison between the precise and the numerical using a modified new iterative technique for $\Psi_2(x)$ for example1. The comparison should be based on the least square error with h set to 0.1.

5.2 Example (2):

The following is a definition of a system consisting of two nonlinear Volterra integral equations of the second kind:

$$\Psi_1(x) = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}e^{2x} + \int_0^x (x - y)\Psi_2^2(y)dy$$

$$\Psi_2(x) = -xe^x + 2e^x - 1 + \int_0^x ye^{-2\Psi_1(y)}dy$$

which has the exact solution: $(\Psi_1(x), \Psi_2(x)) = (-\frac{1}{2}x, e^x)$

let $\mathcal{F}_1(x) = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}e^{2x}$ and $\mathcal{F}_2(x) = -xe^x + 2e^x - 1$

apply the Maclaurin series on $\mathcal{F}_1(x)$ and $\mathcal{F}_2(x)$ we get

$$\mathcal{F}_1(x) = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{6}x^4 - \frac{1}{15}x^5$$

$$\mathcal{F}_2(x) = 1 + x - \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{40}x^5$$

Suppose that

$$\mathcal{F}_{10} = -\frac{1}{2}x$$

$$\mathcal{F}_{20} = 1 + x$$

Apply the MNIM we obtain

$$\Psi_1 = \Psi_{10} + \Psi_{11} + \Psi_{12}$$

$$\Psi_1 = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{45}x^6 - \frac{2}{315}x^7 + \frac{1}{560}x^8 + \frac{97}{181440}x^9 + \frac{31}{201600}x^{10} + \frac{127}{3326400}x^{11} + \frac{79}{9979200}x^{12} + \frac{1}{725760}x^{13} + \frac{19}{50803200}x^{14} + \frac{1}{12700800}x^{15} + \frac{1}{169344000}x^{16}$$

$$\Psi_2 = \Psi_{20} + \Psi_{21} + \Psi_{22}$$

$$\Psi_2 = 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{120}x^5 + \frac{5}{144}x^6 + \frac{37}{840}x^7$$

x	Exact solution	MNIM	Error
0.0	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000
0.1	-0.0500000000000000	-0.049999977124450	0.000000022875550
0.2	-0.1000000000000000	-0.099998491646225	0.000001508353775
0.3	-0.1500000000000000	-0.149982282765014	0.000017717234986
0.4	-0.2000000000000000	-0.199897246938604	0.000102753061396
0.5	-0.2500000000000000	-0.249594984058298	0.000405015941702
L.S.E.	1.749122807290687e-007		

Table (3): describe a comparison between the precise and the numerical using a modified new iterative technique for $\Psi_1(x)$ for example 2. The comparison should be based on the least square error with h set to 0.1.

x	Exact solution	MNIM	Error
0.0	1.0000000000000000	1.0000000000000000	0.0000000000000000
0.1	1.105170918075648	1.105170955793651	0.000000037718003
0.2	1.221402758160170	1.221405452698413	0.000002694538243
0.3	1.349858807576003	1.349892695714286	0.000033888138283
0.4	1.491824697641270	1.492033056507937	0.000208358866666

0.5	1.648721270700128	1.649584573412698	0.000863302712570
L.S.E.	7.898606587246861e-007		

Table(4): describe a comparison between the precise and the numerical using a modified new iterative technique for $\Psi_2(x)$ for example 2. The comparison should be based on the least square error with h set to 0.1.

6 Conclusion:

The purpose of this article is to provide a suggestion for an effective modification of the iterative approach described in [2] for numerically locating the precise solutions to a system consisting of two nonlinear Volterra integral equations of the second sort. The alteration that has been suggested is user-friendly and speedy to get the best solution in comparison with the new iterative method. The results showed that our suggested approaches were preferable because they produced more accurate solutions to the systems.

References

- [1] J.R.Rise, Numerical Method Software and Analysis, mascara Hill, 1985.
- [2] M. Yaseen and M. Samraiz, The Modified New Iterative Method for Solving Linear and Nonlinear Klein-Gordon Equations, Applied Mathematical Sciences, Department of Mathematics University of Sargodha Sargodha, Pakistan Vol. 6,no. 60, 2979 – 2987, 2012.
- [3] A.M.Wazwaz, Linear and Nonlinear Integral Equation, Methods and Applications, Springer, 2011.
- [4] P.Linz, Analytical and numerical methods for Volterra Equations, Studies in Applied Mathematics, SIAM, Philadelphia, 1985.
- [5] A. K. Jabber, Modified New Iterative Method for Solving Nonlinear Partial Differential Equations, Department of Mathematics, College of Education, University of Al-Qadisiyah, Iraq, Journal of Advances in Mathematics Vol 19, 2020.
- [6] O.W. Lawal and A.C. Loyimi, Application of New Iterative Method for Solving Linear and Nonlinear Initial Boundary Value Problems with Non-Local Conditions, Published by Faculty of Science, Kaduna State University, Science World Journal Vol. 14(No 3) 2019
- [7] F.J.Borhan, Solving the System of Two Nonlinear Volterra Integral Equations of the Second Kind Using the Trapezoidal Predictor-Corrector Method, British Journal of Mathematics & Computer Science, vol.20, No.3, P.P. 1-10, 2017.
- [8] A. M. Dalal, Numerical Solution of System of Two Nonlinear Volterra Integral Equations, International Journal of Computers and Technology, Vol.12, No.10, P.3967-3975, 2014.

- [9] F.J.Borhan, and H.T.Abbas, Non-Polynomial Spline Method for the Solution of the System of two Nonlinear Volterra Integral Equations, Kirkuk University Journal/Scientific Studies(KUJSS), Vol.11, No.3, P.P.(15-25), 2016.
- [10] F.J.Borhan, and H.T.Abbas, Using Predictor-Corrector Methods for Numerical Solution of System of Non-linear Volterra Integral Equations of Second Kind, AL-Rafiden Journal of Computer Sciences and Mathematics, Vol.6, No.3, P.P.(93-109), 2009.

ISSN (Print): 2958-8987

ISSN (Online): 2958-8995

Doi: 10.59799/APPP6605

تأثير المستخلص (الكحولي) لبعض الحشرات الطبية
(ذبابة البطل الزرقاء والزنبور الاحمر الشرقي) في تثبط فطري
(*Trichophyton rubrum* , *Candida Spp*)

اسماء الباحثين : عدنان سعد مزاحم ,سعيد ماهر لفته ,سهى ماهر عبدالرشيد

جامعة تكريت / كلية العلوم /قسم علوم الحياة

[Adnan.s.muzahem.bio2022235@st.tu.edu.iq/](mailto:Adnan.s.muzahem.bio2022235@st.tu.edu.iq)

saeed.m.lafta@tu.edu.iq

dr.suhamaher@tu.edu.iq

العنوان البحث: تأثير المستخلص (الكحولي) لبعض الحشرات الطبية

(ذبابة البطل الزرقاء والزنبور الاحمر الشرقي) في تثبط فطري

(*Trichophyton rubrum* , *Candida Spp*)

اسماء الباحثين : عدنان سعد مزاحم¹, سعيد ماهر لفته², سهى ماهر عبدالرشيد³

جامعة تكريت / كلية العلوم /قسم علوم الحياة

1Adnan.s.muzahem.bio2022235@st.tu.edu.iq/

saeed.m.lafta@tu.edu.iq²

dr.suhamaher@tu.edu.iq³

الخلاصة

اجريت الدراسة من 2022/11/1م الى 2023/4/1م في مختبرات كلية العلوم- قسم علوم الحياة - جامعة تكريت حيث كانت الدراسة تهدف الى اختبار فاعلية مستخلص اجسام حشرتي (ذبابة البطل الزرقاء *Calliphora vomitori*, والزنبور الاحمر الشرقي *Vespa Orientalis*) وبتراكيز (100ملغم/ملتر, 50ملغم/ ملتر, 25 ملغم/ ملتر , 12.5 ملغم/ ملتر) ضد عدد من الانواع الفطرية الممرضة وهي : *Candida* و *Trychophyton*.

اظهرت نتائج التحليل الاحصائي, لبيانات اختبار انتشار المستخلص بالحفر, لمستخلص جسم لحشرة ذبابة البطل الزرقاء, وبمذيب الميثانول ان فطريات *Trichophyton* كانت اكثر حساسية تجاه المستخلص عند التركيز (100ملغم/ملتر), بينما اظهرت فطريات *Candida* اقل حساسية عند التركيز (25 ملغم/ ملتر), وهذا يبين فرقا معنويا واضحا بينهما . كما اظهرت نتائج التحليل الاحصائي, لبيانات اختبار انتشار المستخلص بالحفر, لمستخلص جسم لحشرة الزنبور الاحمر الشرقي, وبمذيب الميثانول ان فطريات *Trichophyton* كانت, اكثر حساسية تجاه المستخلص عند التركيز (100ملغم/ملتر) بينما اظهرت فطريات *Candida*, اقل حساسية تجاه المستخلص عند التركيز (12.5ملغم/ ملتر) وهذا يبين فرقا معنويا واضحا بينهما .

خلصت الدراسة الى حساسية ونوعية المركبات الفعالة الخاصة بكل مستخلص هي محدد ضروري لتثبط نمو انواع بكتريا وفطرية ممرضة عن سواها .

المقدمة

الحشرات هي اكثر مجموعه من الكائنات الحية على سطح الارض ، تشغل نسبة 90 % من الحيوانات اللاقارية ، اذ تكاد توجد في كل مكان وفي اي بيئة وفي مختلف الظروف البيئية ، وكذلك توجد داخل المنازل وخارجها وهي على تماس مباشر مع الانسان بحيث تسبب له الفائدة أو الضرر (Schimitschek,1968).

وقد أدى ظهور هذه المضادات، ألى تحسين الحالة الصحية، للبشرية بشكل كبير . أن الأستعمال غير المنظم والمفرط، وغير المناسب للمضادات الحيوية وبيعها، غير المنظم قد أدى الى زيادة، مستمرة في مقاومة المضادات الميكروبية (AMR) resistance Antimicrobial، وتعتبر هذه الحالة من أكبر، المشكلات المتعلقة بالصحة العالمية تقوم، بعدم القدرة على علاج الألتهاجات، البكتيرية بنجاح . وبحلول عام 2050 تؤكد التقديرات، ألى أن ما يقارب 10 ملايين، شخص محتمل موتهم كل عام، بسبب هذه المقاومة واصبح في، البحث عن استراتيجيات علاجية جديدة، (مثل الببتيدات المضادة للميكروبات) ضروريا والسبب في ذلك، هو لعلاجا البكتريا والتعامل مع آليات، عمل هذه الكائنات الدقيقة ومقاومة، المضادات الحيوية التقليدية (Sala واخرون ،2018)، فقد بحث عن مضادات حيوية جديدة ذات أصول طبيعية، ولا سيما من الموارد البحرية،(Rahman واخرون ،2010) والنباتات (Nagaraj واخرون ،2014) ، ومع ذلك ، فإن الدراسات التي بحثت في إمكانية، أكتشاف عامل مضادات الميكروبات من الحشرات النادرة . فقد أظهرت نتائج الأبحاث عن، وجود ميزات علاجية لدى كثير، من الحشرات ولذا استخدمت كمصادر، طبية منذ العصور القديمة بسبب، تكوينها مركبات كيميائية مثل الفرمونات والسموم وغيرها، بالإضافة إلى ذلك فأنهم كانوا، مستخدمونها في الروحانيات عند السحر، من ثقافات الشعوب (Costa-Neto, 2005). وكذلك، استخدم الفراعنة في مصر حشرة، الزنبور للسع في مكان الورم، وذلك لغرض التخفيف من الألم وإزالة الاحتقان، إذ تقوم حشرة الزنبور بأنتاج، مواد كيميائية تساعد في التخفيف، من أعراض الإصابة (Gomes Goncalves, 2017). وعلى الرغم من تواجد الحشرات، وازديادها أعدادها في العدد والنوع، إلا أنه قد قل الاهتمام، بها كمصادر علاجية لعلاج العديد من الأمراض، والسبب يعود الى اكتشاف المضادات الحيوية، في بثنائيات القرن العشرين الذي، يمثل عصر المضادات الحيوية الحديثة بمفهوم Erlich Poul (Aminova, 2010). وقد اثبتت التجارب ان عائلة الذباب النافع Calliphoridae-Blow Flies ومنها ذبابة Calliphara vomitaria ذات أهمية طبية وتشخيصية جنائية . فقد اثبتت الدراسات السابقة أن الأخراج والأفراز (E/S) Exeretion / Secretion الناتجة من الذبابة وتكون فعالة لمعالجة جروح الأرناب التي تصاب بداء السكري وعلاجا محتمل لمسببات الأمراض البكتيرية (Septimus, 2018).

الهدف من الدراسة :

- 1- اختبار فعالية مستخلص اجسام بعض الانواع الحشرية كمضاد حيوي ضد الانواع الفطرية المرضية للانسان والحيوان .
- 2- التحليل الكيميائي لمستخلص اجسام الحشرات وتحديد المركبات الكيميائية له .
- 3- تحديد المركبات الفعالة ذات الاثر التثبيطي لبعض الانواع الفطرية بشكل دقيق .
- 4- محاولة انتاج مركب حيوي كمضاد حيوي من المستخلصات الحشرية المتوفرة في البيئة العراقية والتي يمكن اثار مختبريا .
- 5- اجراء اختبار الفعل المثبط لنوعين من الفطريات لمستخلصات عدة لأنواع من الحشرات من بيئات ملوثة ميكروبيا .

المواد وطرق العمل

1- نماذج الحشرات

تم الحصول على الحشرات من أماكن تواجدها في بيئتها الطبيعية المختلفة، فجمع الزنبور الاحمر الشرقي من امام المناحل وكذلك جمعت على اعشاش الزنابير ليلا وفي داخلها اليرقات، اما الذبابة الزرقاء تم الحصول عليها وذلك بتربيتها في اقفاص لتربية، الذباب ابعادها 1×1×2 متر في حدائق، كلية العلوم بجامعة تكريت، جلبت اسماك طازجة من سوق، المدينة للاسماك وقطعت ووضع في الاقفاص واختيرت الاسماك بسبب رائحتها النفاذة ونسبة البروتين العالية وكانت الاقفاص تحوي، على فتحات كبيرة نسبيا لتسمح، بدخول بالغات الذباب للتزاوج ووضع، البيض على قطع اللحم المتفسخ، في داخل القفص وحصل على، الطور اليرقي الثالث بعد 7-10 ايام، بعد وضع قطع السمك داخل الاقفاص. وبعد جمع العينات جففت في، الظل خلال فصل الصيف، أما في الشتاء فقد تم، تجفيفها في الفرن بدرجة حرارة 35 م وأصبحت العينات مهيأة للسحق وحفظت، فيما بعد في أوعية محكمة في الثلاجة بدرجة حرارة 4 م. وتم تشخيص الذبابة الزرقاء والزنبور الاحمر الشرقي من قبل متحف التاريخ الطبيعي جامعة بغداد قسم الحشرات واللافقرات حسب الكتاب 22 في 2023/4/9 .

2- الاجهزة المطلوبة لغرض التربية والحفظ واجراء التجارب :

الجدول (2) المواد المستخدمة	
1	جهاز الطرد المركزي centrifuge
2	كابينة الامان الحيوي Hood
3	حاضنة
4	ثلاجة
5	مجموعة من الأواني الزجاجية المختلفة
6	جهاز الخلط Magnatic stirrer
7	فرن حراري
8	ورق ترشيح رقم 1 وقماش الشاش
9	ميزان حساس
10	جهاز التعقيم autoclave
11	وسط Sabrouads Dextrose Agar

3- الوسط الزراعي للفطريات

الوسط المستخدم في زراعة الفطريات لأجراء تجارب الحساسية عليها فكان الوسط Sabrouads Dextrose Agar (SDA)، ويحضر الوسط الزراعي حسب تعليمات، الشركة المصنعة بوزن 65غرام، من مسحوق (Sabrouads Dextrose Agar) والمعد مسبقاً، ثم يوضع المسحوق في دورق حجمي، وإضافة 1 لتر ماء مقطر إليه. يوضع الدورق على المحرك المغناطيسي، (Magnetic stirrer) لتسخينه وتقليبه لمدة دقيقتين ليذوب الوسط، يتم وضعه في جهاز التعقيم، (المؤصدة) بدرجة حرارة (121) م ، وضغط (1.5) باوند/انج لمدة 30 دقيقة، ويرفع الدورق من جهاز التعقيم، ويترك معرضاً للهواء لخفض درجة حرارته ، يسكب الوسط في أطباق بتري Petri dishes قطرهم

(9 cm)، سعة 25 مل تحت ظروف معقمة في ردهة معقمة (Hood)، ويترك في موضع التعقيم لحين، تصلب الوسط

وخفض درجة حرارته، للتخلص من تكاثف بخار الماء، على السطح الداخلي لغطاء الطبق، تحفظ الأطباق المعقمة بصورة مقلوبة، في الثلاجة لحين استعمالها.

4- زراعة الفطريات

زرعت الفطريات بطريقة الفرش (Swapping method) داخل الهود، بأخذ مسحة من العزلة الفطرية، قيد الدراسة باستعمال مسحة (Swap) معقمة، بمسحها على سطح الآكار المحضر مسبقاً، يدور الطبق 90 درجة وتكرر عملية المسح، يترك الطبق لمدة 5 دقائق، ليجف قبل معاماتها بالمستخلص الحشري.

5- اضافة المستخلصات الحشرية للأطباق المزروعة

بما ان الاختبار المستعمل لتقدير الحساسية هو الحفر ، لذلك يتم وضع (100مايكرو مل) بالحاقنة الدقيقة Microliter في كل حفرة. تثبت العلامات التعريفية على غطاء، كل طبق وثبت تراكيز المستخلص في الجهة الاخرى من الطبق.

النتائج والمناقشة

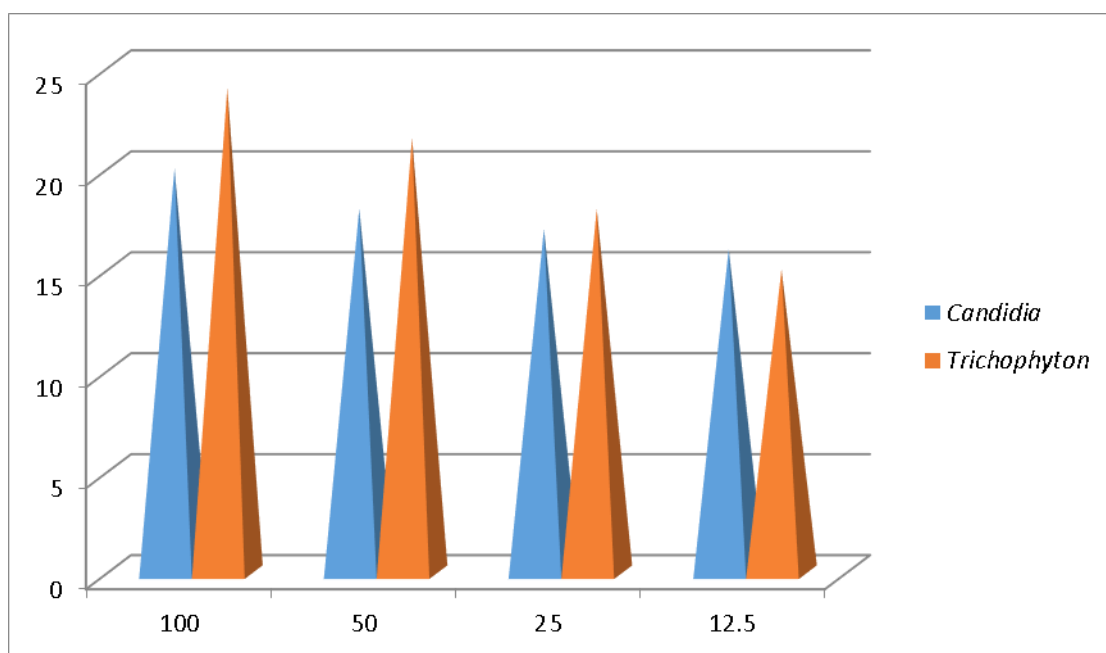
1- اظهرت نتائج التحليل الاحصائي لبيانات اختبار انتشار المستخلص بالحفر لمستخلص جسم لحشرة الزنبور الاحمر الشرقي، وبمذيب الميثانول والمثبتة في الجدول (1) اختلافاً، في الانواع الفطرية المختبرة في مدى، حساسيتها تجاه تراكيز المستخلص المتعاقبة على النحو التالي : اظهر ان فطريات *Trichophyton* كانت، اكثر حساسية تجاه المستخلص وبقطر، تثبيط (19.6ml) بينما اظهرت فطريات *Candidia* ، اقل حساسية تجاه المستخلص وبقطر، تثبيط (17.8ml) وهذا يبين فرقا معنوياً واضحاً بينهما . كما يوضح الجدول ان التركيز، الاكثر تثبيط ولجميع العزلات الفطرية، هو (100mg/ml) وبقطر تثبيط (22.0ml) بينما التركيز الاقل تثبيط هو (12.5mg/ml)، وبقطر تثبيط (15.5ml) وهذا يبين فروقا معنوياً واضحاً بينهما ، وكذلك توجد فروق معنوية احصائية بين تراكيز (50mg/ml و 25mg/ml) . و بالتزامن مع نتائج تحليل GC-MS يتبين، ان مستخلص جسم حشرة الزنبور الاحمر الشرقي، بمذيب الميثانول كانت المواد الفعالة، (2-(4-Hydroxybutyl) ، 2- Cis, Cis-,9,12- Octa decadienyl-loxy ethanol) ، (Ethyl, 9- hexadecenoate , Cyclohex- anol) وبنسب عالية .

جدول 1 : الفعل التثبيطي لمستخلص الزنبور الاحمر الشرقي *Vespa Orientalis*

متوسط التركيز	نوع الفطريات		تركيز المذيب (Mg/ml)
	<i>Trichophyton</i>	<i>Candidia</i>	
22.0 A	24	20	100
19.7 B	21.5	18	50
17.5 C	18	17	25
15.5 D	15	16	12.5
	19.6 a	17.8 b	متوسط الفطريات

الحروف الصغيرة المتشابهة افقيا تعني عدم وجود فروقات معنوية بينها.

الحروف الكبيرة المتشابهة عموديا تعني عدم وجود فروقات معنوية بينها.



الشكل (1) يوضح الفعل التثبيطي لمستخلص الزنبور الاحمر الشرقي *Vespa Orientalis*

بمذيب الميثانول عند عدة تراكيز ضد نمو عدد من الفطريات وهي *Candidia* و *Trichophyton* وبطريقة

الاختبار بالحفر

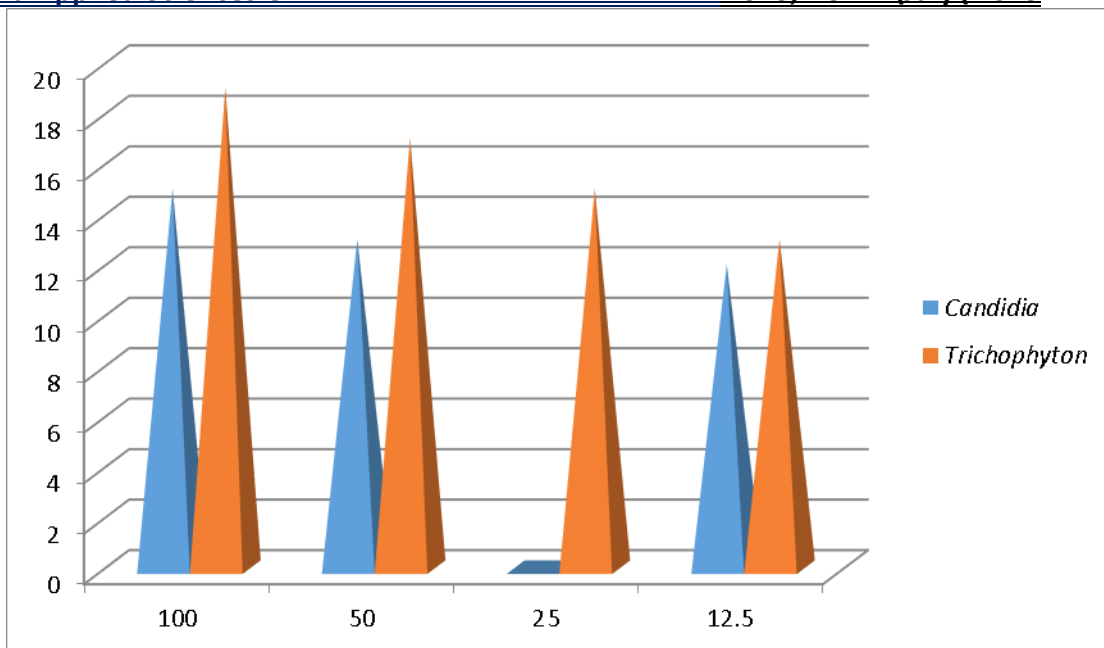
2- اظهرت نتائج التحليل الاحصائي لبيانات اختبار انتشار المستخلص بالحفر لمستخلص جسم لحشرة ذبابة البطل الزرقاء, وبمذيب الميثانول والمثبتة في الجدول (2), اختلافا في الانواع الفطرية المختبرة, في مدى حساسيتها تجاه تراكيز, المستخلص المتعاقبة على النحو التالي : اظهر ان فطريات *Trichophyton* كانت, اكثر حساسية تجاه المستخلص وبقطر, تثبيط (16.0ml) بينما اظهرت فطريات *Candidia* اقل حساسية, تجاه المستخلص وبقطر تثبيط (13.3ml), وهذا يبين فرقا معنويا واضحا بينهما . كما يوضح الجدول ان التركيز, الاكثر تثبيط ولجميع العزلات الفطرية هو (100mg/ml), وبقطر تثبيط (17.0ml) بينما التركيز, الاقل تثبيط هو (12.5mg/ml) وبقطر, تثبيط (12.5ml) وهذا يبين فروقا معنويا واضحا بينهما , في حين لا توجد فروق معنوية, احصائية بين تراكيز (50mg/ml و 25mg/ml). و بالتزامن مع نتائج تحليل GC-MS يتبين ان مستخلص جسم حشرة ذبابة البطل الزرقاء بمذيب الميثانول كانت المواد الفعالة (5- Butyl- 5- ethylheptadecane , Ethyl, 9- hexadecenoate) وينسب عالية .

جدول 2 : الفعل التثبيطي لمستخلص ذبابة البطل الزرقاء *Calliphora vomitoria-Blue Bottle Fly* بالمذيب الميثانول

متوسط التركيز	نوع الفطريات		تركيز المذيب (Mg/ml)
	<i>Trichophyton</i>	<i>Candidia</i>	
17.0 A	19	15	100
15.0 B	17	13	50
15.0 B	15	0	25
12.5 C	13	12	12.5
	16.0 a	13.3 b	متوسط الفطريات

الحروف الصغيرة المتشابهة افقيا تعني عدم وجود فروقات معنوية بينها.

الحروف الكبيرة المتشابهة عموديا تعني عدم وجود فروقات معنوية بينها.



الشكل (2) يوضح الفعل التثبيطي لمستخلص ذبابة البطل الزرقاء *Calliphora vomitoria*–Blue Bottle Fly بمذيب الميثانول عند عدة تراكيز ضد نمو عدد من الفطريات وهي *Candidia* و *Trichophyton* وبطريقة الاختبار بالحفر

الاستنتاجات

- 1- اظهرت نتائج اختبار حساسية المضادات الحياتية تفاوت بنسب الحساسية حسب الانواع الفطرية لكن على اية حال اعطى المضاد Ketoconazole قدرة تثبيطية اعلى لجميع العزلات .
- 2- بينت نتائج اختبار القدرة التثبيطية لاجسام الحشرات تباين لافقت حسب النوع الفطري وكذلك حسب التركيز .
- 3- التركيز الاكفاء للمستخلصات بشكل عام كان 100 mg/ml .

المصادر

- Sala A ،Cabassi CS ،Santospirito D ،Polverini E ،Flisi S ،Cavirani S ،(2018) ،Novel Naja atra cardiotoxin (CTX-1) derived antimicrobial peptides with broad spectrum activity. **PLoS One.**; 13(1): 1-22.
- Rahman H ،Austin B ،Mitchell WJ ،Morris PC ،Jamieson DJ ،Adams DR ، (2010) ،Novel anti-infective compounds from marine bacteria. **Mar Drugs.**;8:498–518. doi: 10.3390/md8030498.
- Nagaraj R ،Prakash M ،Karmegam N.(2014) ،Antibacterial activity of Morinda umbellate L. (Rubiaceae) leaves by resazurin redox method. **Int J Curr Res Biosci Plant Biol.**;1(5):53–57.

Costa-Neto, E. M. (2005). Entomotherapy, or the medicinal use of insects. **Journal of Ethnobiology**, 25(1), 93-114 .

Gomes Goncalves, M. P. (2017). Relationship between Meteorological conditions and Beetles in Mata de cocal. **Revista Brasileira de Meteorologia**, 32(4), 543-554 .

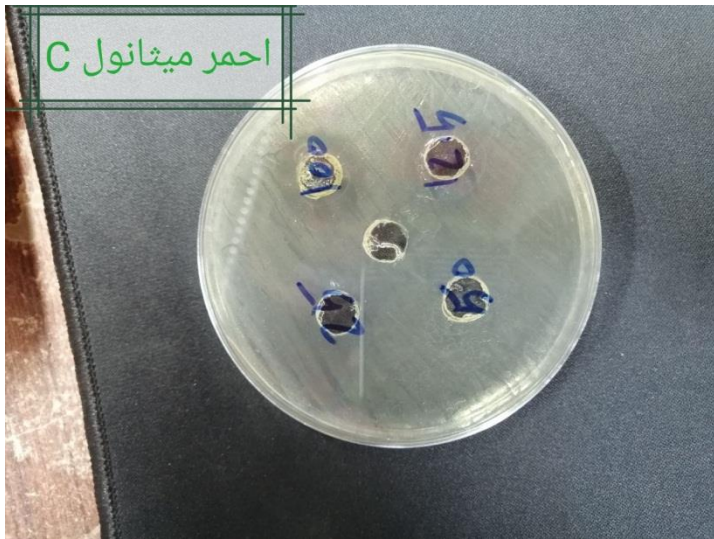
Gomes Goncalves, M. P. (2017). Relationship between Meteorological conditions and Beetles in Mata de cocal. **Revista Brasileira de Meteorologia**, 32(4), 543-554 .

Septimus EJ.(2018). Antimicrobial resistance: an antimicrobial/diagnostic stewardship and infection prevention approach. **Med Clin N.**; 102(5): 819-29.

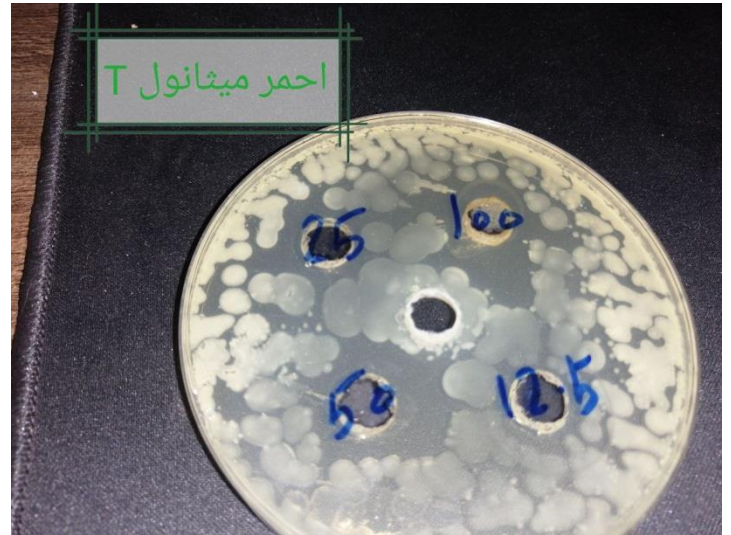
Schimitschek, E. (1968). Insekten im Brauchtum, Kult und Kultur. **Hanb. Zoology**. 4Bd .

الملاحق

الصورة (1) تثبيط نمو الفطريات *Trichophyton*

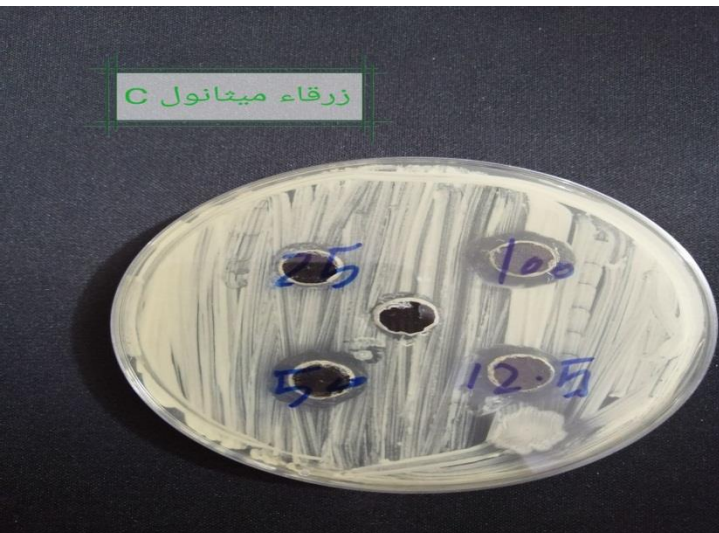


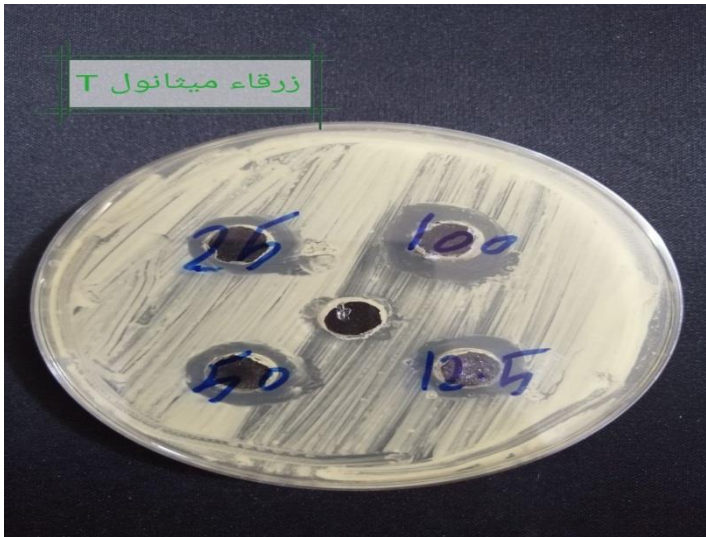
بمستخلص الزنبور الاحمر



الصورة (2) تثبيط نمو الفطريات *Candida*

بمستخلص الزنبور الاحمر





الصورة (3) تثبيط نمو الفطريات *Trichophyton*

الصورة (4) تثبيط نمو الفطريات *Candida*

بمستخلص ذبابة البطل الزرقاء

بمستخلص ذبابة البطل الزرقاء

Summary:

The study was conducted from 1/11/2022 AD to 1/4/2023 AD in the laboratories of the Faculty of Science - Department of Life Sciences - University of Tikrit, where the study aimed to test the effectiveness of an insecticidal body extract (*Calliphora vomitori*, and the eastern red wasp *Vespa Orientalis*) and concentrations (100 mg / ml, 50 mg / ml, 25 mg / ml, 12.5 mg / ml) against a number of pathogenic fungal species, namely: *Candida* and *Trychophyton*.

The results of the statistical analysis, for the data of the extract diffusion test by drilling, for the body extract of the blue hero fly insect, and with the methanol solvent, showed that the fungi *Trichophyton* were more sensitive to the extract at concentration (100 mg/ml), while *Candidia* fungi showed less sensitivity at concentration (25 mg/ml), and this shows a clear significant difference between them. The results of the statistical analysis, for the data of the extract diffusion test by drilling, for the body extract of the eastern red wasp insect, and with the methanol solvent, showed that the fungi *Trichophyton* were more sensitive to the extract at concentration (100 mg / ml), while *Candidia* fungi showed less sensitivity to the extract at concentration (12.5 mg / ml), and this shows a clear significant difference between them.

The study concluded that the sensitivity and quality of the active compounds of each extract are a necessary determinant to inhibit the growth of pathogenic bacteria and fungal species from others.

ISSN (Print): 2958-8987

ISSN (Online): 2958-8995

Doi: 10.59799/APPP6605

الطريقة الصريحة لحل معادلة الموجة ثنائية البعد

¹ محمد حسن رحيم , ² أ.م عوني محمد كفطان

^{1,2} قسم الرياضيات - كلية علوم الحاسوب والرياضيات - جامعة تكريت - العراق

¹ Mohammad.H.Rahim35435@st.tu.edu.iq

² Awny.muhammed@tu.edu.iq

الطريقة الصريحة لحل معادلة الموجة ثنائية البعد

¹ محمد حسن رحيم , ² أ.م. عوني محمد كفظان

^{1,2} قسم الرياضيات - كلية علوم الحاسوب والرياضيات - جامعة تكريت - العراق

¹ Mohammad.H.Rahim35435@st.tu.edu.iq

² Awny.muhammed@tu.edu.iq

المستخلص:

في هذا البحث استخدمنا الطريقة الصريحة (Explicit Method) لحل معادلة الموجة في البعد الثاني مع شروط حدودية وابتدائية حيث قدمنا الصيغة العامة لهذه الطريقة ومنها استخدمنا الصيغة العامة لمعادلة الموجة في البعد الثاني مع شروط ابتدائية وشروط حدودية ضمن الفترة $[0,2]$ وبدءاً من الزمن $(t=0)$ الى زمن محدد ومعلوم $(i = l)$.

الكلمات المفتاحية: الطريقة الصريحة المعادلة الموجية، معادلة الموجة أحادية البعد.

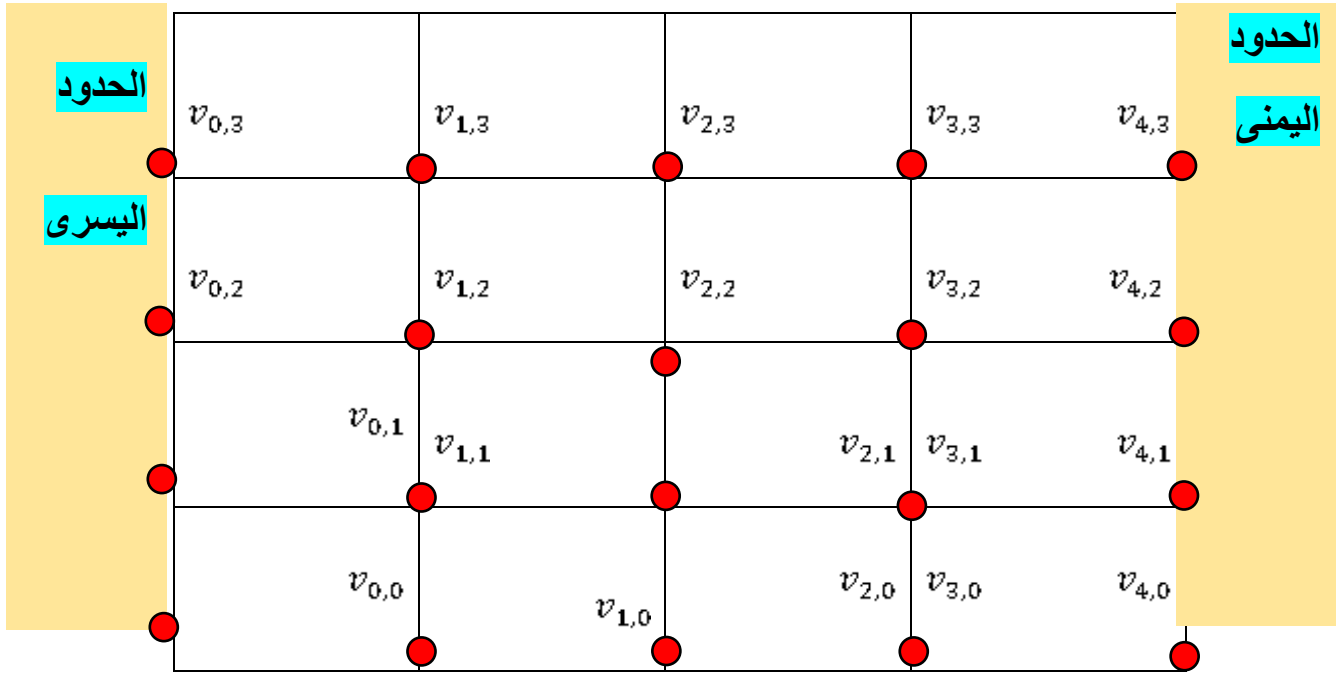
1- المقدمة

تعتبر الطريقة الصريحة والطريقة الضمنية من طرق الفروقات العددية التي تستخدم في حل العديد من المسائل المرنة ومسائل انتشار الحرارة وانتشار الغاز ومعادلة الموجة في البعد الواحد او في البعد الثاني.

في عام (2004) استخدم (Recktenwald) تقريبات الفروقات المنتهي في حل مسائل انتشار الحرارة [5] ، في عام (2005) تم تقديم (S.P. Sukhame) الأشكال العامة لانتقال الحرارة وحلها العددي ،اما في عام (2019) فقد استخدم (Awni) طريقة فروقات (θ) والتي احدى الطرق فيها الطريقة الصريحة لاختيار كفاءة العزل الحراري لبعض المواد [2] ، وفي عام (2020) استخدم (M.Adak) الطريقة الصريحة ذات الفروقات المنتهي لحل معادلات الانتشار وفي نفس البحث الذي استخدم فيه أيضا الطريقة الضمنية في حل نفس المعادلات وقارن بين نتائج الطريقتين [1].

2- الطريقة الصريحة (Explicit Method) [1] [2] .

انها احدى الطرق التحليل العددي التي تعبر عن قيم الزمن في كل من الأزمنة المستقبلية $(t + \Delta t)$ ، والزمن الحالي t وما سبق من معلومات الزمن الماضي $(t - \Delta t)$ ، وتوصف الطريقة الحالية لضمان حل أحد التطبيقات في معادلة توافقية وفي معادلة ثنائية التوافق، سواء كانت معادلة حرارية، أو معادلة موجية، أو معادلة مرونة، إلخ. لبعض الزمن، يتم ذلك عن طريق تقسيم منطقة إلى عدة مستويات: يمثل كل مستوى من هذه المستويات مقدار التغيير بمرور الزمن، ثم يتم تقسيم المستوى إلى عدة أجزاء متساوية في شكل نقاط حيث يرمز لها بالرمز $v_{i,j}$ اذ يمثل j مستوى الزمن وتمثل i موقع النقطة عند ذلك المستوى ويؤشر الرمز $v_{i,j+1}$ الى الزمن في المستقبل كما موضح في الشكل (1)



شكل (1) يوضح تقسيم منطقة الحل الى مستويات وتكون على شكل شبكة مستطيلة.

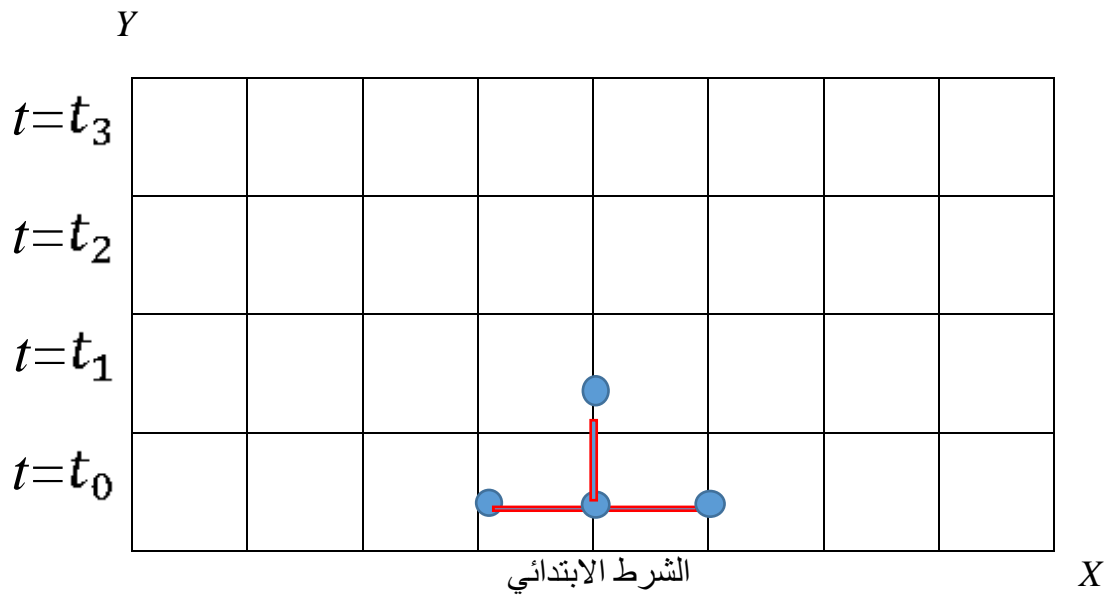
يتم تحديد الشروط الابتدائية وأيضا الشروط الحدودية اليمنى واليسرى ، ثم يبدأ مستوى الصفر وهناك يتم تحديد النقاط عليا حيث $v_{0,0}$ يمثل قيمة الشرط الابتدائي للمعادلة التوافقية او معادلة ثنائية التوافق عند مستوى الصفر عندما تكون $t = 0$ و $x = 0$ ، بينما يمثل $v_{1,0}$ قيمة الشرط الابتدائي للمعادلة التوافقية وثنائية التوافق لمستوى الصفر عندما $t = 0$ و $x = 1$ ، إلخ. يستمر لنقاط مستوى الصفر المتبقية ، بينما يمثل المستوى الأول $v_{0,1}$ قيمة الشرط الابتدائي عندما $x = 0$ والنقطة $v_{1,1}$ تمثل قيمة المعادلة التوافقية وثنائية التوافق (درجة حرارة، مرونة، موجة... إلخ) المستوى الأول عندما تكون $x = 1$ وما إلى ذلك ، بالنسبة لبقية النقاط والمستويات الأعلى المماثلة التي يتم رسمها. ونحدد النقاط الموجودة عليها ونجد تلك القيم باستخدام الصيغة العامة للطريقة الصريحة لمعادلة الموجة في بعدين.

$$(1 - R)v_{i,j+1} = (4 - 2R)v_{i,j} - (1 - R)v_{i,j-1} - v_{i-1,j} - v_{i+1,j} \quad \dots (1)$$

حيث ان: $\forall i = 1,2,3, \dots, n$, $\forall j = 0,1,2,3, \dots, m$

$$R = \frac{h^2}{c^2(\Delta t)^2}, \quad (\Delta x)^2 = h^2$$

بسهولة فإن الطريقة الصريحة موضحة في الشكل (2)[1].[2]



شكل (2) يوضح الطريقة الصريحة

3- خوارزمية الطريقة الصريحة.

العناصر الداخلة: الدالتين $g(x), f(x)$ والشروط الابتدائية والحدودية وقيم $\Delta t, \Delta x, h$.

العناصر الخارجة: قيم النقاط $v_{i,j+1}$

خطوات العمل:

- 1- نقوم بعمل منطقة وتكون على شكل شبكة مستطيلة ونضع فيها قيم الشروط الحدودية وقيم الشروط الابتدائية المذكورة بالمسألة.
- 2- تعويض قيم $(\forall i = 1, 2, 3, \dots, n, j = 0)$ في الصيغة العامة للمعادلة الطريقة الصريحة (1)
- 3- تعويض قيم الشروط الحدودية وقيم الشروط الابتدائية وقيمة R في الصيغة العامة للمعادلة الطريقة الصريحة منها نحصل على معادلة مع إضافة الى تعويض قيم الشروط الحدودية والشروط الابتدائية.
- 4- بعد تعويض القيم الابتدائية والحدودية نحصل على قيم $(v_{3,1}, v_{2,1}, v_{1,1})$ وبعد ذلك نقوم بتكرار العملية على الخطوات السابقة عندما $j=1$
- 5- نستمر في تكرار العملية حتى نحصل على الحل التقريبي المضبوط وفق الشروط

لكي نحل معادلة تفاضلية جزئية من الدرجة الثانية يتطلب معرفة الشروط الابتدائية لأي معادلة توافقية وثنائية التوافق حينما نحل مسائل التي تظهر في المعادلتين التوافقية وثنائية التوافق علينا معرفة الشروط الابتدائية للمعادلة الموجة والتي تعتمد على دالتين g و f كدالات جيبيية خطية او كدالات اسية مركبة

$$v(x, t)_{t=0} = g(x) \quad , \quad v(x, t)_{t=0} = f(x)$$

$$v(x, t) = v(x) \quad , \quad 0 < x < l$$

5- الشروط الحدودية وانواعها [3][8] .

تتكون الشروط الحدودية للمعادلة التوافقية وثنائية التوافق من مجموعة أنواع كالآتي

1- تتحقق الشروط الحدودية للمعادلتين التوافقية وثنائية التوافق وفق الصيغ الرياضية الآتية

$$v(t, 0) = v_1(t) \quad , \quad 0 < x < l$$

$$v(t, l) = v_2(t) \quad , \quad 0 < x < l$$

ويدعى هذا الشرط الحدودي بشرط (*Dirichlet Condition*) والتي تكون قيمة الدالة واضحة (معروفة) خلال كل نقطة حدودية على حدود منطقة الحل

2- بينما الشرط الحدودي في المعادلة التوافقية وثنائية التوافق المخصصة خلال حدود أي منطقة تكون بالصورة الآتية

$$c \frac{\partial v}{\partial x}(t, 0) = 0$$

يدعى شرط نيومان (*Neumann Condition*) حيث تكون قيمة مشتقة الدالة المستعملة واضحة خلال كل نقطة حدودية

3- شرط روبن (*Robin Condition*) خلال الحدود يكون بالصيغة

$$c \frac{\partial v}{\partial x} + hv(t, l) = g(t)$$

وهذا الشرط يعول على المشتقة الجزئية للدالة خلال المتغير x

وخالصة تتم استخدام الشروط الثلاثة التي ذكرت سابقا خلال حدود المنطقة بالتعويل على معرفة قيمة الدالة مرة ومعرفة قيمة المشتقة لها خلال كل منطقة او على جزء من الحدود

ويمكن ان تكون جميع الشروط مختلطة فأمره نستطيع الحصول على بعض قيم الدالة او مشتقاتها خلال بعض النقاط الحدودية لذلك يجب التعويض عن الشروط الحدودية مرة بالدالة نفسها ومرة بمشتقاتها

6- اشتقاق الصيغة العامة للطريقة الصريحة لحل معادلة الموجة ثنائية البعد [4][7].

ان الصيغة العامة لمعادلة الموجة ثنائية البعد هي

$$\nabla^2 v = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = \left[\frac{1}{c^2} \right] \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad \dots (2)$$

والتي تكتب أيضا بالصيغة الرياضية الآتية

$$v_{xx} + v_{yy} = \frac{1}{c^2} v_{tt} \quad \dots (3)$$

لكي نحصل على الصيغة العامة للطريقة الصريحة سوف نقوم باستبدال المشتقات الجزئية المتمثلة بالصيغة الآتية

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = v_{xx}, \quad \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = v_{tt}, \quad \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = v_{yy}$$

بالفروقات المنتهية (الامامية، المركزية، الخلفية) [8]

$$v_{xx} = \frac{v_{i-1,j} - 2v_{i,j} + v_{i+1,j}}{h^2} \quad \dots (4)$$

$$v_{yy} = \frac{v_{i-1,j} - 2v_{i,j} + v_{i+1,j}}{h^2} \quad \dots (5)$$

$$v_{tt} = \frac{v_{i,j-1} - 2v_{i,j} + v_{i,j+1}}{k^2} \quad \dots (6)$$

$$\forall i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad \forall j = 0, 1, 2, 3, \dots, m$$

$$(\Delta x)^2 = (\Delta y)^2 = h^2, \quad (\Delta t)^2 = k^2 \quad \text{حيث ان}$$

نعوض الفروقات المنتهية والمتمثلة في المعادلات الثلاث (4) و (5) و (6) في معادلة (3) فتكون بالشكل التالي

$$\frac{v_{i-1,j} - 2v_{i,j} + v_{i+1,j}}{h^2} + \frac{v_{i,j-1} - 2v_{i,j} + v_{i,j+1}}{h^2} = \frac{1}{c^2} \left(\frac{v_{i,j-1} - 2v_{i,j} + v_{i,j+1}}{k^2} \right) \quad \dots (7)$$

نضرب المعادلة (7) في (h^2) للطرفين فأتصبح المعادلة كالآتي

$$v_{i-1,j} + v_{i+1,j} - 4v_{i,j} + v_{i,j-1} + v_{i,j+1} = \frac{h^2}{c^2 k^2} (v_{i,j-1} - 2v_{i,j} + v_{i,j+1}) \quad \dots (8)$$

نفرض ان

$$R = \frac{h^2}{c^2 k^2}$$

$$v_{i-1,j} + v_{i+1,j} - 4v_{i,j} + v_{i,j-1} + v_{i,j+1} = R(v_{i,j-1} - 2v_{i,j} + v_{i,j+1}) \quad \dots (9)$$

وبعد التبسيط واجراء العمليات تصبح المعادلة بالشكل الآتي

$$(1 - R)v_{i,j+1} = (4 - 2R)v_{i,j} - (1 - R)v_{i,j-1} - v_{i-1,j} - v_{i+1,j} \quad \dots (10)$$

حيث ان: $\forall i = 1,2,3, \dots, n$, $\forall j = 0,1,2,3, \dots, m$ -

$$R = \frac{h^2}{c^2(\Delta t)^2} , \quad (\Delta x)^2 = h^2$$

حيث ان المعادلة (10) هي الصيغة العامة للطريقة الصريحة.

مثال 1/ لتكن لدينا معادلة موجة ثنائية البعد بالصيغة الآتية

$$\frac{1}{16}v_{tt} = v_{xx} + v_{yy}$$

حيث ان $x \in [0,2]$, $t \in [0,1]$ مع الشروط الحدودية الآتية

$$v(0,t) = v(1,t) = 1$$

والشروط الابتدائية

$$v(x,0) = f(x) = \cos x , v(x,0) = g(x) = 2$$

علما ان

$$0 < x < 2 , \quad h = 0.5 , \quad \Delta t = 0.5 \text{ sec}$$

حل المعادلة باستخدام الطريقة الصريحة؟

الحل/ نكتب الصيغة العامة للمعادلة الموجة ثنائية البعد

$$(1 - R)v_{i,j+1} = (4 - 2R)v_{i,j} - (1 - R)v_{i,j-1} - v_{i-1,j} - v_{i+1,j} \quad \dots (1)$$

$$\forall i = 1,2,3, \dots, n , \quad \forall j = 0,1,2,3, \dots, m$$

وأبضا نكتب الصيغة الآتية

$$v_{i,-1} = v_{i,1} - 2\Delta t g_i , \quad \forall i = 1,2,3, \dots, n \quad \dots (11)$$

نجد قيمة R في البداية من الصيغة الآتية

$$R = \frac{h^2}{c^2(\Delta t)^2} = \frac{(0.5)^2}{16(0.5)^2} \Rightarrow R = 0.0625$$

$$v(x, 0) = f(x) = \cos x$$

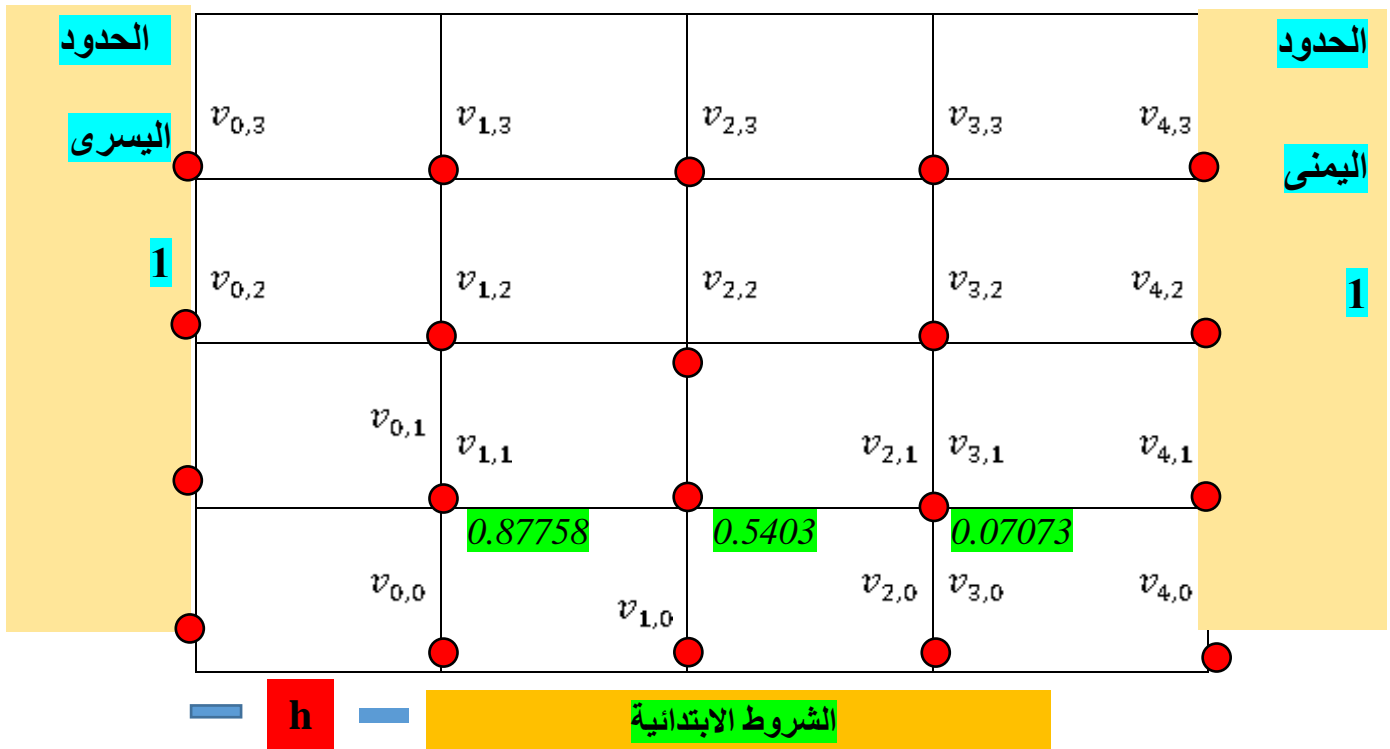
$$v(0,0) = v_{0,0} = \cos 0 = 1$$

$$v(0.5,0) = v_{1,0} = \cos(0.5) = 0.87758$$

$$v(1,0) = v_{2,0} = \cos(1) = 0.5403$$

$$v(1.5,0) = v_{3,0} = \cos(1.5) = 0.07073$$

$$v(2,0) = v_{4,0} = 1$$



الشكل (3) يبين توزيع الشروط الحدودية والشروط الابتدائية على الشبكة وبشكل نقاط عقدية.

الآن نأخذ عندما $j = 0$, $i = 1, 2, 3$

$$i = 1, j = 0$$

$$(1 - R)v_{1,1} = (4 - 2R)v_{1,0} - (1 - R)v_{1,-1} - v_{0,0} - v_{2,0} \quad \dots (12)$$

نجد قيمة $v_{1,-1}$ من خلال المعادلة (11) عندما $i = 1$

$$v_{1,-1} = v_{1,1} - 2\Delta t g_1 \dots (13)$$

$$v_{1,-1} = v_{1,1} - 2(0.5)(2)$$

$$v_{1,-1} = v_{1,1} - 2 \quad \dots (14)$$

الان نعوض معادلة (14) في معادلة (12) فينتج

$$(1 - R)v_{1,1} = (4 - 2R)v_{1,0} - (1 - R)(v_{1,1} - 2) - v_{0,0} - v_{2,0} \quad \dots (15)$$

وبعد تبسيط المعادلة (15) تصبح المعادلة كالآتي

$$2(1 - R)v_{1,1} = (4 - 2R)v_{1,0} - v_{0,0} - v_{2,0} + 2(1 - R) \quad \dots (16)$$

الان نقوم بتعويض الشروط الابتدائية والشروط الحدودية وقيمة R في المعادلة (16)

$$2(1 - 0.0625)v_{1,1} = (4 - 2(0.0625))(0.87758) - 1 - 0.5403 + 2(1 - 0.0625)$$

$$1.875v_{1,1} = 3.73532$$

$$\therefore v_{1,1} = 1.99217$$

$$i = 2, j = 0$$

$$(1 - R)v_{2,1} = (4 - 2R)v_{2,0} - (1 - R)v_{2,-1} - v_{1,0} - v_{3,0} \quad \dots (17)$$

نجد قيمة $v_{2,-1}$ من خلال المعادلة (11) عندما $i = 2$

$$v_{2,-1} = v_{2,1} - 2\Delta t g_2 \quad \dots (18)$$

$$v_{2,-1} = v_{2,1} - 2(0.5)(2)$$

$$v_{2,-1} = v_{2,1} - 2 \quad \dots (19)$$

وبتعويض المعادلة (19) في معادلة (17) نحصل على

$$(1 - R)v_{2,1} = (4 - 2R)v_{2,0} - (1 - R)(v_{2,1} - 2) - v_{1,0} - v_{3,0} \quad \dots (20)$$

وبعد التبسيط واجراء العمليات على المعادلة (20) تصبح المعادلة كالآتي

$$2(1 - R)v_{2,1} = (4 - 2R)v_{2,0} - v_{1,0} - v_{3,0} + 2(1 - R) \quad \dots (21)$$

الان نعوض الشروط الابتدائية والشروط الحدودية وقيمة R في معادلة (21) ينتج

$$2(1 - 0.0625)v_{2,1} = (4 - 2(0.0625))(0.5403) - 0.87758 - 0.07073 + 2(1 - 0.0625)$$

$$1.875v_{2,1} = 3.02035$$

$$\therefore v_{2,1} = 1.61085$$

$$i = 3, j = 0$$

$$(1 - R)v_{3,1} = (4 - 2R)v_{3,0} - (1 - R)v_{3,-1} - v_{2,0} - v_{4,0} \quad \dots (22)$$

نجد قيمة $v_{3,-1}$ من خلال المعادلة (11) عندما $i = 3$

$$v_{3,-1} = v_{3,1} - 2\Delta t g_3 \quad \dots (23)$$

$$v_{3,-1} = v_{3,1} - 2(0.5)(2)$$

$$v_{3,-1} = v_{3,1} - 2 \quad \dots (24)$$

وبتعويض المعادلة (24) في المعادلة (22) نحصل على الاتي

$$(1 - R)v_{3,1} = (4 - 2R)v_{3,0} - (1 - R)(v_{3,1} - 2) - v_{2,0} - v_{4,0} \quad \dots (25)$$

وبعد التبسيط واجراء العمليات على المعادلة (25) تصبح المعادلة بالشكل الاتي

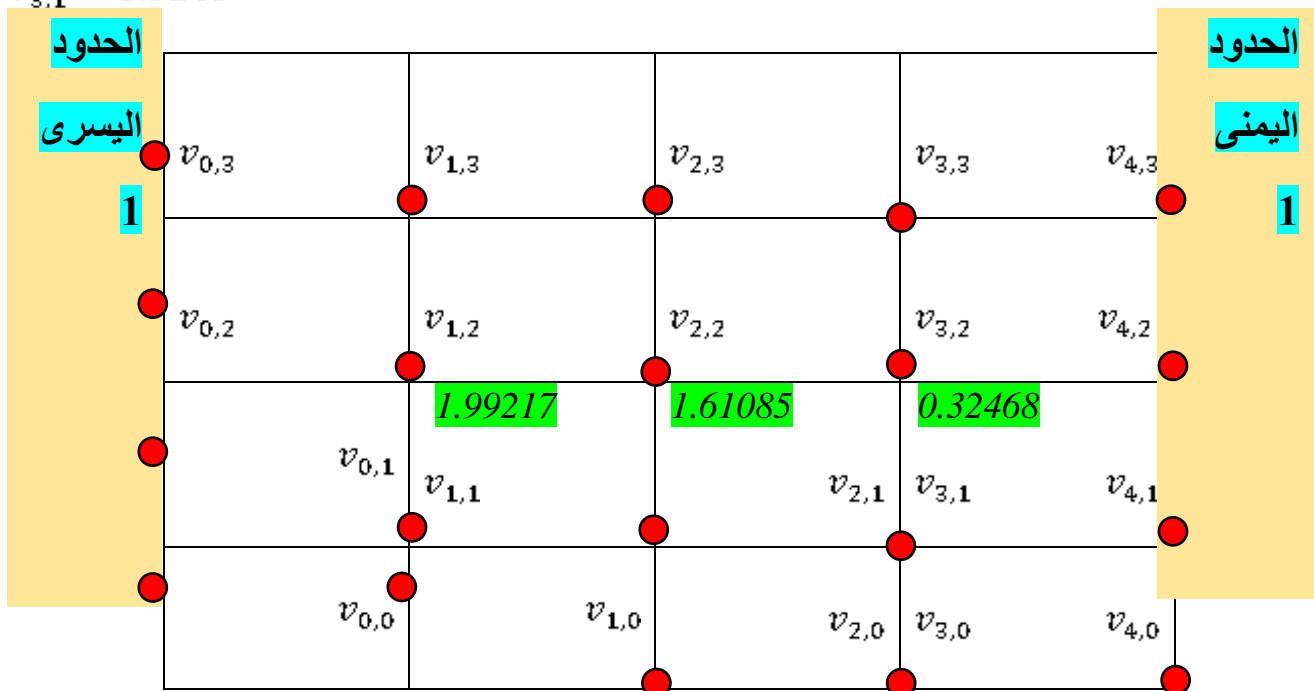
$$2(1 - R)v_{3,1} = (4 - 2R)v_{3,0} - v_{2,0} - v_{4,0} + 2(1 - R) \quad \dots (26)$$

الان نعوض قيم الشروط الابتدائية وقيم الشروط الحدودية وقيمة R في المعادلة (26) نحصل على

$$2(1 - 0.0625)v_{3,1} = (4 - 2(0.0625))(0.07073) - 0.5403 - 1 + 2(1 - 0.0625)$$

$$1.875v_{3,1} = 0.60878$$

$$\therefore v_{3,1} = 0.3246$$



شكل (4) يبين توزيع قيم الشروط الابتدائية والحدودية على الشبكة بشكل نقاط عقدية في المستوى الأول.

الان عندما $i = 1, 2, 3$, $j = 1$

$i = 1$, $j = 1$

$$(1 - R)v_{1,2} = (4 - 2R)v_{1,1} - (1 - R)v_{1,0} - v_{0,1} - v_{2,1} \quad \dots (27)$$

الان نعوض قيمة R وقيم الشروط الابتدائية والشروط الحودية في المعادلة (27) نحصل على

$$(1 - 0.0625)v_{1,2}$$

$$= (4 - 2(0.0625))(1.99217) - (1 - 0.0625)(0.87758) - 1 - 1.61085$$

$$0.9375v_{1,2} = 4.28608$$

$$\therefore v_{1,2} = 4.57182$$

$i = 2$, $j = 1$

$$(1 - R)v_{2,2} = (4 - 2R)v_{2,1} - (1 - R)v_{2,0} - v_{1,1} - v_{3,1} \quad \dots (28)$$

وبتعويض قيم الشروط الابتدائية وقيم الشروط الحودية وقيمة R في المعادلة (28) ينتج

$$(1 - 0.0625)v_{2,2} = (4 - 2(0.0625))(1.61085) - (1 - 0.0625)(0.5403)$$

$$-1.99217 - 0.32468$$

$$0.9375v_{2,2} = 3.41866$$

$$\therefore v_{2,2} = 3.64852$$

$i = 3$, $j = 1$

$$(1 - R)v_{3,2} = (4 - 2R)v_{3,1} - (1 - R)v_{3,0} - v_{2,1} - v_{4,1} \quad \dots (29)$$

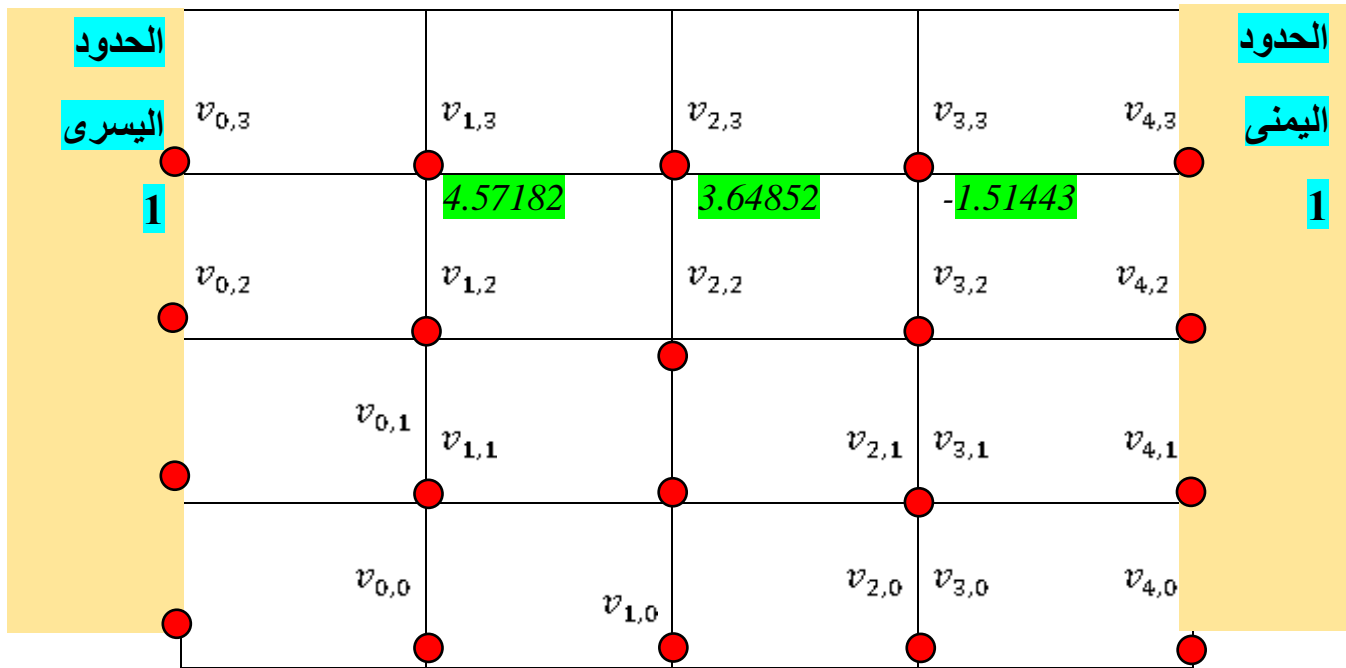
نعوض قيمة R وقيم الشروط الابتدائية وقيم الشروط الحودية في المعادلة (29) نحصل على الاتي

$$(1 - 0.0625)v_{3,2}$$

$$= (4 - 2(0.0625))(0.32468) - (1 - 0.0625)(0.07073) - 1.61085 - 1$$

$$0.9375v_{3,2} = -1.41902$$

$$\therefore v_{3,2} = -1.51443$$



شكل (5) يبين توزيع قيم الشروط الابتدائية والحدودية على الشبكة بشكل نقاط عقدية في المستوى الثاني.

الان عندما $j = 2$, $i = 1,2,3$

$$i = 1 , j = 2$$

$$(1 - R)v_{1,3} = (4 - 2R)v_{1,2} - (1 - R)v_{1,1} - v_{0,2} - v_{2,2} \quad \dots (29)$$

وبتعويض قيمة R وقيم الشروط الابتدائية والشروط الحودية في المعادلة (29) نحصل على الاتي

$$(1 - 0.0625)v_{1,3} = (4 - 2(0.0625))(4.57182) - (1 - 0.0625)(1.99217) - 1$$

$$-3.64852$$

$$0.9375v_{1,3} = 11.19962$$

$$\therefore v_{1,3} = 11.94626$$

$$i = 2 , \quad j = 2$$

$$(1 - R)v_{2,3} = (4 - 2R)v_{2,2} - (1 - R)v_{2,1} - v_{1,2} - v_{3,2} \quad \dots (30)$$

وبتعويض قيمة R وقيم الشروط الابتدائية والشروط الحدودية في المعادلة (30) نحصل على الآتي

$$(1 - 0.0625)v_{2,3} = (4 - 2(0.0625))(3.64852) - (1 - 0.0625)(1.61085) - (4.57182) - (-1.51443)$$

$$0.9375v_{2,3} = 9.57038$$

$$\therefore v_{2,3} = 10.20841$$

$$i = 3 , \quad j = 2$$

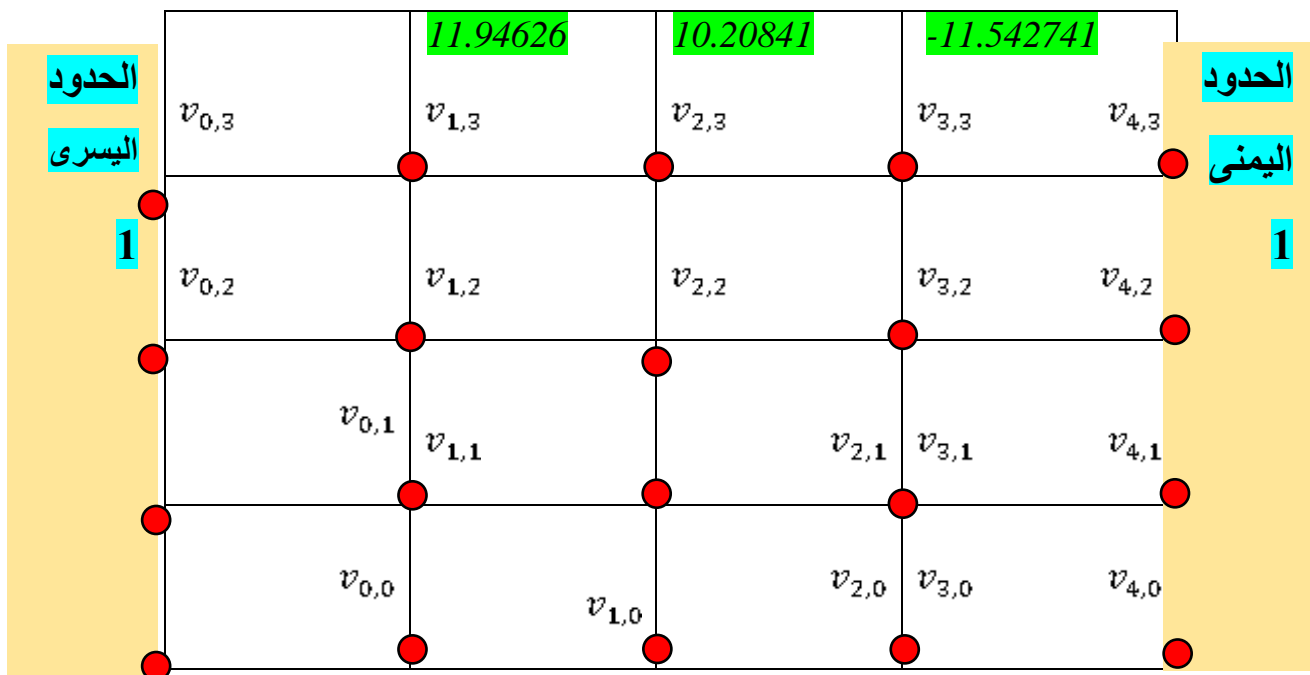
$$(1 - R)v_{3,3} = (4 - 2R)v_{3,2} - (1 - R)v_{3,1} - v_{2,2} - v_{4,2} \quad \dots (31)$$

الآن نعوض قيمة R وقيم الشروط الحدودية وقيم الشروط الابتدائية في المعادلة (31) فينتج الآتي

$$(1 - R)v_{3,3} = (4 - 2(0.0625))(-1.51443) - (1 - 0.0625)(0.32468) - 3.64852 - 1$$

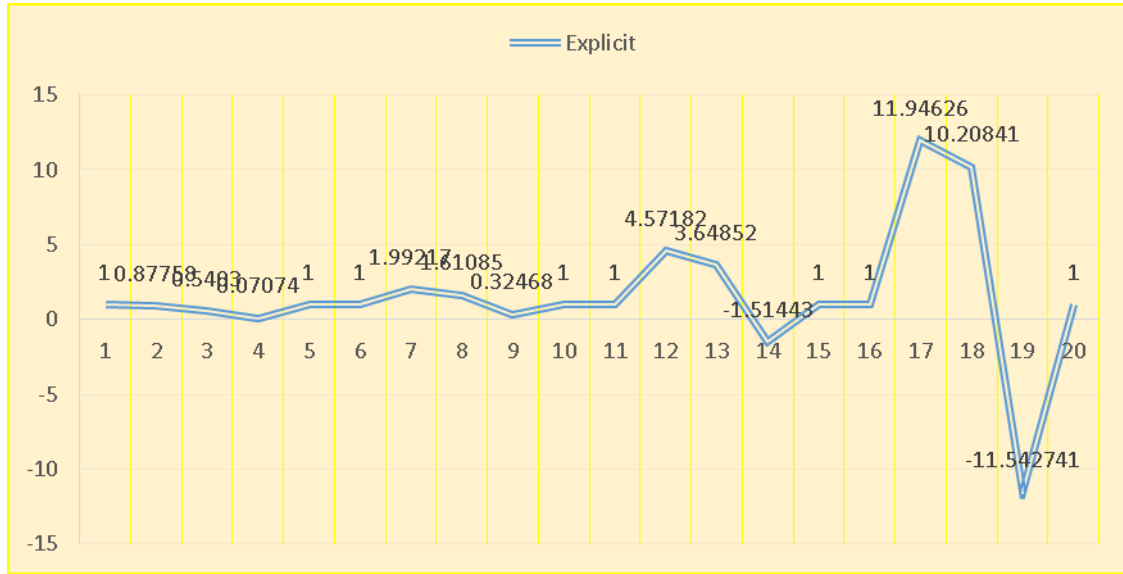
$$0.9375v_{3,3} = -10.82132$$

$$\therefore v_{3,3} = -11.542741$$



شكل (6) يبين توزيع قيم الشروط الحدودية والشروط الابتدائية على الشبكة بشكل نقاط عقدية في المستوى الثالث.

الان نرسم مخطط نبين فيه نتائج التي حصلنا عليها من الطريقة الصريحة كما مبين في الشكل (8).



شكل (7) يوضح نتائج الطريقة الصريحة.

7- الاستنتاجات.

ادناه اهم الاستنتاجات التي تم الحصول عليها من تطبيق الطريقتين الصريحة لحل معادلة الموجة ثنائية البعد

- 1- نتائج الطريقة كانت متطابقة تماماً في المستوى الأول وذلك لاعتمادها بشكل عام على الشروط الابتدائية كوننا استخدمنا الدالتين $g(x)$ دالة ثابتة و $f(x) = \cos x$ عند استخدام المعادلات التوافقية (معادلة الموجة في البعد الثنائي).
- 2- نتائج الطريقة كانت متقاربة والفرق بحدود (0.01) او اقل في المستوى الثاني عند حل معادلة الموجة في البعد الثنائي للمعادلات التوافقية.
- 3- هنالك فرق واضح بين نتائج الطريقة الصريحة في المستويات الأخرى من المستوى الثالث صعوداً وذلك بسبب الصيغة العامة لكل منهما والية احتساب فيهم نقاط الشبكة فيها.

8- التوصيات.

ادناه بعض التوصيات التي يمكن تقديمها للعمل المستقبلي في هذا المجال: -

- 1- استخدام الطريقة الصريحة في حل مسائل انتشار الغاز في البعدين الثنائي والثلاثي.
- 2- استخدام الطريقة الصريحة في حل مسائل الموجة في البعد الثنائي للمعادلات ثنائية التوافق.

- 3- استخدام الطريقة الصريحة في حل مسائل انتشار الحرارة للمعادلة ثنائية التوافق.
- 4- استخدام الطريقة الصريحة في حل بعض مسائل المرونة (انحناء الصفائح وهطولها، التشوه في الصفائح عند تسليط احمال مختلفة عليها).
- 5- استخدام طريقة الاتجاه المتناوب الضمنية العددية (ADI) (Alternative Implicit Direction Method) في حل مسائل الموجة في البعد الثنائي.

The Explicit Method for Solving the Two-Dimensional Wave Equation

Abstract:

In this research, we used the explicit method to solve the wave equation in the two-dimension with boundary and initial conditions, where we presented the general formulation of this method, and among them we used the general formulation of the wave equation in the two - dimension with initial conditions and boundary conditions within the period $[0,2]$ and starting from time $(t = 0)$ to a specified and known time $(i = l)$.

Keywords: Explicit method, wave equation. Two – dimensional wave equation

References

- [1] Adak, M. “Comparison of explicit and implicit finite difference schemes on diffusion equation,” in Springer Proceedings in Mathematics and Statistics, 2020, vol. 320, pp. 227–238. doi: 10.1007/978-981-15-3615-1_15
- [2] Gaftan, A. M. “ θ -Differencing Method for testing the Isolating Qualification of Some Materials,” 2019. [Online]. Available: <http://pjrpublication.com/>
- [3] Gakhov, F. D. (1990). Boundary value problems. Courier Corporation.
- [4] Morton, K. W., & Mayers, D. F. (2005). Numerical solution of partial differential equations: an introduction. Cambridge university press.
- [5] Recktenwald, G. W. (2004). Finite-difference approximations to the heat equation. Mechanical Engineering, 10(01).
- [6] Sukhatme, S. P. (2005). *A textbook on heat transfer*. Universities Press.
- [7] Thomas, J. W. (2013). Numerical partial differential equations: finite difference methods (Vol. 22). Springer Science & Business Media.
- [8] Zill, D. G., & Cullen, M. R. (2009). Differential equations with boundary-value problems. 7thEdn. United States: Brooks/Cole.

ISSN (Print): 2958-8987

ISSN (Online): 2958-8995

Doi: 10.59799/APPP6605

التقدير الطيفي للمثيل دوبا في مستحضراته الصيدلانية

باستخدام تفاعل الاقتران التأكسدي

مأرب اسماعيل علي * أسراء طالب حميدي **

*قسم الكيمياء / كلية التربية / جامعة تكريت، تكريت، العراق

** قسم الهندسة الكيمياءوية / كلية الهندسة / جامعة تكريت، تكريت، العراق

suhaebh1@gmail.com

israatalib@tu.edu.iq

التقدير الطيفي للمثيل دوبا في مستحضراته الصيدلانية باستخدام تفاعل الاقتران التأكسدي

مأرب اسماعيل علي * أسراء طالب حميدي **

*قسم الكيمياء / كلية التربية / جامعة تكريت، تكريت، العراق

** قسم الهندسة الكيماوية / كلية الهندسة / جامعة تكريت، تكريت، العراق

suhaebh1@gmail.com

israatalib@tu.edu.iq

مستخلص

يتضمن البحث استخدام طريقة طيفية لتقدير عقار المثيل دوبا (MD) باستخدام تفاعل الاقتران التأكسدي مع الكاشف ميتا امينو فينول (MAP) في وسط متعادل بوجود العامل المؤكسد بيرويدات البوتاسيوم لتكوين ناتج برتقالي اللون ذائب في الماء ويعطي اعلى امتصاص عند الطول الموجي 495.5 nm وكانت حدود قانون بير ضمن المدى (-6.25-112.5) مايكروغرام /مل وقيمة الامتصاصية المولارية 3.477×10^3 لتر.مول⁻¹. سم⁻¹ ودلالة ساندل 0.0685 مايكروغرام .سم⁻² وقيمة معامل التقدير 0.9979 وقيمة معدل الاسترجاعية 98.95 وكان حد الكشف 0.526 مايكروغرام .مل⁻¹ والحد الكمي 1.594 مايكروغرام .مل⁻¹ وتم تطبيق الطريقة بنجاح على المستحضر الصيدلاني (حبوب) .

الكلمات المفتاحية: المثيل دوبا، ميتا امينوفينول، بيرويدات البوتاسيوم، اقتران تأكسدي.

Introduction

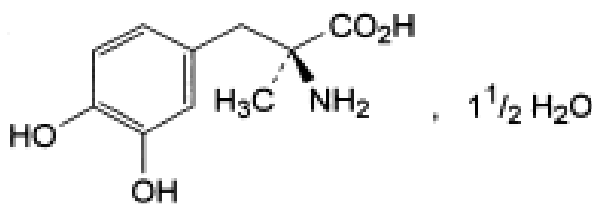
المقدمة

يعد المثيل دوبا احد مضادات الاحماض الامينية وهو مسحوق ابيض الى ابيض مصفر عديم الرائحة معتدل الذوبان في الماء (1:200) وقليل الذوبان في الكحول غير ذائب عمليا في الايثر وذائب بشكل حر في الحوامض المعدنية كحامض الهيدروكلوريك مع التفكك⁽¹⁾.

اسم المثيل دوبا:

2-amino-3-(3,4-dihydroxyphenyl)-2-methyl-(s) propanoic acid

وتكون الصيغة التركيبية له كما في الشكل الاتي:



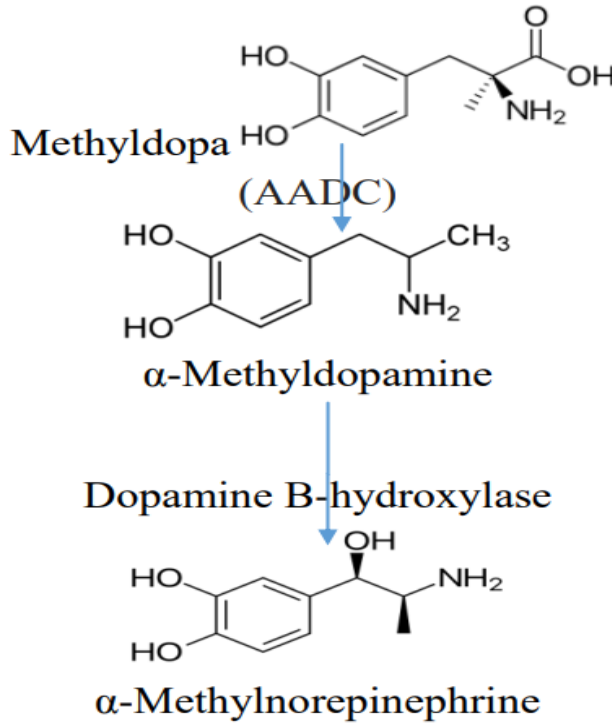
تكون الصيغة الجزيئية له $C_{10}H_{13}NO_4, 1\frac{1}{2}H_2O$

والوزن الجزيئي 238.2 غم / مول.

وللمثيل دوبا اهمية طبية حيث يعمل α -Methyldopa (L)-(α) كناهض (Agonist) ل CNS عبر او من خلال مستقبلات α -

في الشكل (1)

Methylnorepinephrine كما



التنشيط الحيوي للمثيل دوبا (2)

يتم نقل المثيل دوبا عبر حاجز الدم -الدماغ حيث يتم انتزاع مجموعة الكربوكسيل فيه بواسطة AADC في الدماغ الى α -Methyldopamine وبعدها يتم ادخال مجموعة الهيدروكسيل عليها بشكل فراغي نوعي الى $1R,2S-\alpha$ Methylnorepinephrine هذا المتماثل الفراغي هو (Selective α - agonist) ويعمل كعامل مخفض لضغط الدم يؤثر في الجهاز العصبي المركزي ويفيد في علاج فرط ضغط الدم المعتدل فضلا عن ضغط الدم الشديد اي انه يقلل ضغط الدم من خلال تقليل المقاومة الوعائية في الكلية (2) .

ولأهمية المركب قيد الدراسة طبيا تم تقديره بالعديد من الطرائق التحليلية المختلفة مثل الطرائق الطيفية (16-3) والكهربائية (17-19) وتقنية كروماتوغرافيا السائل ذات الأداء العالي (20-23) وتقنية الحقن الجرياني (24-26) .

في هذا البحث تم تقدير العقار بطريقة طيفية بسيطة وحساسة تعتمد على اكسدة العقار باستخدام بيريدونات البوتاسيوم كعامل مؤكسد ثم اقترانه مع الكاشف ميتاأمينوفينول وتم تطبيقه بنجاح على مستحضراته الصيدلانية بشكل مرهم للعين .

Experimental Part
Apparatus Used

الجزء العملي
الأجهزة المستخدمة

استخدمت الأجهزة المبينة في الجدول (1)

جدول رقم (1) الأجهزة المستخدمة حسب المنشأ

المنشأ	اسم الجهاز	ت	الكواشف والمواد الكيميائية المستخدمة
Japan	Shimadzu UV /VIS 160 spectrophotometer	1	الكواشف والمواد الكيميائية المستخدمة
Sweden	Precisa (XR-205gm)SM-DR	2	Reagents and Chemicals
Memmert – German	Water bath	3	الكواشف والمواد الكيميائية المستخدمة
Germany	pH meter WTW 720	4	الكواشف والمواد الكيميائية المستخدمة

استخدمت مواد كيميائية وكواشف تحليلية على درجة عالية من النقاوة كما في الجدول (2).

NO	Substance	chemical formula	Purity	supplying company
1	Methyl dopa	C ₁₀ H ₁₃ NO ₄	Pure	SDI/Iraq
2	Potassium periodate	KIO ₄	99.0 %	BDH
3	Meta aminophenol	C ₆ H ₇ NO	99.0%	BDH
4	Potassium chromate	(K ₂ CrO ₄)	98%	Fluka
5	Ferric potassium	(K ₄ Fe(CN) ₆ .3H ₂ O)	99%	Fluka

	cyanide			
6	Pyrocatecol	$C_6H_6O_2$	99.9%	SDI/Iraq
7	4-Cloroanline	C_6H_6ClN	99%	Fluka
8	4-dimethyl amino banzaldehide	$(CH_3)_2NC_6H_4CHO$	98.9%	Fluka
9	Hydrochloric acid	HCl	37%	BDH
10	Soduim hydroxide	NaOH	98.8%	BDH
11	N-bromosuccinimide	$C_4H_4BrNO_2$	98%	Fluka
12	Ethanol	C_2H_5OH	99%	BDH
13	Methanol	CH_3OH	99%	BDH
14	Acetone	CH_3COCH_3	99%	BDH
15	Diethyl ether	$(C_2H_5)_2O$	98%	BDH

الجدول

(2) الكواشف والمواد الكيميائية المستخدمة

تحضير المحاليل :

1- محلول المثيل دوبا القياسي 1000 مايكروغرام/ مل ($10^{-3} \times 3.477$ مولاري)

حضر هذا المحلول بإذابة 0.1000 غرام من مسحوق المثيل دوبا النقي في كمية من الماء المقطر ثم أكمل الحجم الى حد العلامة في قنينة حجمية سعة 100 مل وحضرت المحاليل الاقل تركيز بالتخفيف.

2- محلول كاشف ميتا امينو فينول (0.01 مولاري)

حضر بإذابة 0.109 غرام من الكاشف في كمية قليلة من الماء المقطر ثم أكمل الحجم الى حد العلامة في قنينة حجمية سعة 100 مل .

3- محلول العامل المؤكسد بريودات البوتاسيوم (0.01 مولاري)

حضر بإذابة 000.23 غرام من العامل المؤكسد في كمية من الماء المقطر واكمل الحجم بالمذيب نفسه في قنينة سعة 100 مل.

4- محلول هيدروكسيد الصوديوم بتركيز تقريبي (1.00 مولاري)

حضر بإذابة 4.00 غرام من القاعدة في كمية من الماء المقطر واكمل الحجم بالمذيب نفسه في قنينة حجمية سعة 100 مل.

5- محلول حامض الهيدروكلوريك بتركيز تقريبي (1.00 مولاري)

حضر هذا المحلول بتخفيف 8.5 مل من HCl المركز ذو تركيز 11.8 مولاري بالماء المقطر، وأكمل الحجم إلى 100 مل، باستخدام قنينة حجمية سعة 100 مل ومنه حضرت المحاليل المخففة.

6- محاليل المستحضرات الصيدلانية 250 مايكروغرام / مل.

حضر هذا المستحضر من (الشركة العامة لصناعة الادوية والمستلزمات الطبية - سامراء-العراق) حيث يحتوي كل قرص على 250 ملغرام من المثل دوبا ما يكفي 0.025 غرام ويحضر هذا المحلول من طحن 10 حبات ثم تسحق الاقراص بشكل جيد معدل وزن الحبة الواحدة (0.34 غرام) وأخذ منه وزن (0.13808 غرام) ما يعادل 0.1 غرام من المثل دوبا واذيب بالماء المقطر الدافئ بنفس الطريقة التي اذيب فيها المحلول القياسي وغسل الراسب ثم يرشح المحلول بورق الترشيح ويكمل الحجم للحصول في قنينة حجمية سعة 100 مل ثم أخذ 25 مل من هذا المحلول ووضعه في قنينة حجمية سعة 100 مل واكمل الحجم الى حد العلامة بالماء المقطر للحصول على محلول ذي تركيز 250 مايكروغرام / مل .

Preliminary Investigations

الاختبارات الأولية

لوحظ أنه عند مزج محلول المثل دوبا مع محلول الميتامينوفينول بوجود بيرويدات البوتاسيوم في وسط متعادل مع الرج قليلاً يتكون مركب ذائب ذو لون برتقالي ، وأظهر أقصى امتصاص عند الطول الموجي 495.5 نانوميتر في حين لم يظهر المحلول الصوري اي امتصاص عند الطول الموجي أعلاه ، لذا تم دراسة الظروف المثلى لتفاعل الاقتران التأكسدي للحصول على أفضل نتائج ممكنة لأجل تطوير طريقة طيفية بسيطة وحساسة لتقدير المثل دوبا.



صورة (1) تكون الناتج الملون لعقار المثل دوبا

ضبط الظروف التجريبية

Optimization of the Experimental Conditions

تم إجراء التجارب اللاحقة باستخدام 1.0 مل من محلول العامل المؤكسد و 1.0 مل من محلول الكاشف المستخدم و 2 مل من محلول المثيل دوبا ذو تركيز 250 مايكروغرام/مل.

Effect of the Oxidizing Agent

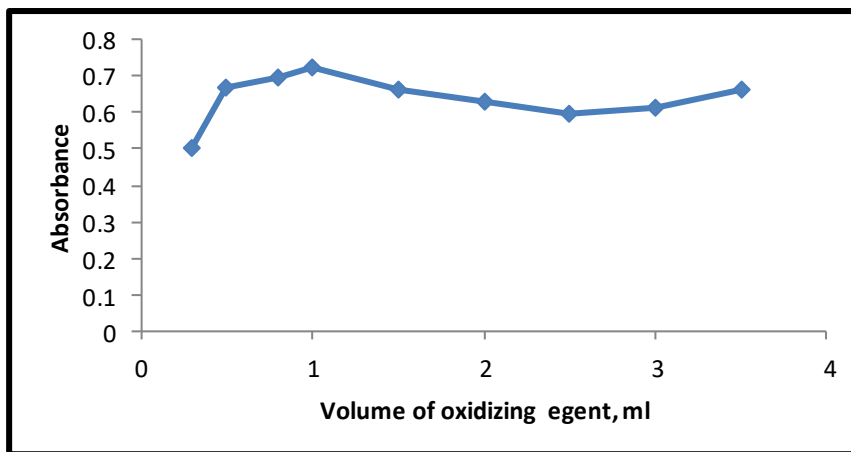
تأثير العامل المؤكسد

أجريت تجارب عديدة لإيجاد أفضل عامل مؤكسد لتكوين الناتج الملون ، إذ استخدمت محاليل عوامل مؤكسدة عديدة ومنها : بيربودات البوتاسيوم (KIO_4) وكرومات البوتاسيوم (K_2CrO_4) وسيانيد البوتاسيوم الحديدي ($K_4Fe(CN)_6 \cdot 3H_2O$) بتركيز 0.01 مولاري، لكل منها وأظهرت الدراسة أن العامل المؤكسد الذي يعطي أفضل النتائج هو بيربودات البوتاسيوم (KIO_4) والذي يستخدم في التجارب اللاحقة.

Effect of the Volume of Oxidizing Agent

تأثير حجم العامل المؤكسد

تم إجراء هذه الدراسة لاختيار أفضل حجم من محلول العامل المؤكسد ذي التركيز 0.01 مولاري ، إذ استخدمت حجوم مختلفة (3.5-0.3) ووجد إن الحجم 1.0 ملتر من المحلول أعلاه هو الحجم الأفضل والذي استخدم في التجارب اللاحقة الشكل (1).



الشكل (1): تأثير حجم العامل المؤكسد على امتصاص الناتج الملون

Select of the Coupling Reagent

تأثير كاشف الاقتران

أجريت تجارب عديدة لإيجاد أفضل كاشف اقتران لتكوين الناتج الملون ، إذ استخدمت محاليل كواشف اقتران عديدة كما موضحة في الجدول (3).

جدول رقم (3) اختيار افضل كاشف اقتران

Reagent	Absorbance
---------	------------

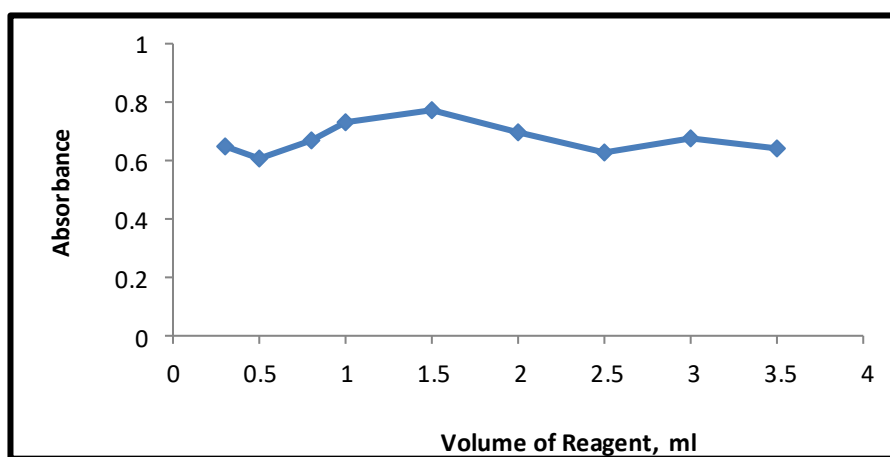
Meta aminophenol	0.7297
Pyrocatechol	0.4251
4-Cloro anline	0.5231
4-dimethyl amino banzaldehyde	0.5311

وأظهرت الدراسة أن الكاشف الذي يعطي أفضل النتائج هو الميتا امينو فينول والذي يستخدم في التجارب اللاحقة.

تأثير كمية كاشف الاقتران

Effect of the Amount of Coupling Reagent

لقد أجريت دراسة لنتيبت الكمية المثلى من محلول كاشف الميتا أمينوفينول والتي تعطي أقصى امتصاص للنتائج الملون ، إذ تمت إضافة حجوم متزايدة (30.-53) ملتر من محلول الكاشف بتركيز 0.01 مولاري و 1 ملتر من محلول بيرويدات البوتاسيوم بتركيز 0.01 مولاري و 2 مل من العقار. تشير النتائج إلى أن 1.5 ملتر من التركيز المستخدم هو الحجم الأمثل للكاشف إذ استخدم هذا الحجم في التجارب اللاحقة والنتائج موضحة في الشكل (2).



شكل (2) تأثير حجم الكاشف على امتصاص الناتج الملون

Effecte of pH

تأثير الدالة الحامضية

أجريت دراسة أولية لبيان تأثير الوسط الحامضي من خلال متابعة امتصاص الناتج الملون عند الطول الموجي 495.5 نانوميتر بإضافة أحجام مختلفة (0.5 - 2.5 مل) من محلول حامض الهيدروكلوريك بتركيز 1 مولاري، إلى قنار حجمية سعة 10 مل، تحتوي 2 مل من محلول المثيل دوبا بتركيز 250 مايكروغرام / مل ، 1 مل من محلول العامل المؤكسد بتركيز 0.01 مولاري ، 1.5 مل من محلول الكاشف ميتا امينوفينول بتركيز 0.01

مولاري، وتركت المحاليل لمدة 5 دقائق ثم خُففت المحاليل بالماء المقطر إلى حد العلامة، ووجد إن إضافة الحامض أدى إلى نقصان الامتصاص لذلك تم استبعاده في التجارب اللاحقة وحسب ما موضح في الجدول (4) .

جدول (4) تأثير الوسط الحامضي على امتصاص الناتج الملون المتكون

ml of 1.0 M HCl	Absorbance
0.0	0.7952
0.3	0.5832
0.5	0.4490
0.8	0.3439
1	0.3366
1.5	0.3170
2	0.3214
2.5	0.3352
3	0.3422

تأثير الوسط القاعدي

أجريت دراسة أولية باستخدام الظروف المثلى لبيان تأثير الوسط القاعدي من خلال متابعة امتصاص الناتج الملون عند الطول 495.5 نانوميتر باستعمال محلول هيدروكسيد الصوديوم (1مولاري) ووجد إن 0.3-3.0 ملليتر من محلول القاعدة يقلل الامتصاص لذا تم استبعاد إضافة القاعدة في التجارب اللاحقة وحسب ما موضح في الجدول (5)

جدول (5) تأثير الوسط القاعدي على امتصاص الناتج الملون المتكون

ml of 1.0 M NaOH	Absorbance
0.0	0.7952
0.3	0.3973
0.5	0.3107
0.8	0.2795
1	0.2537
1.5	0.2482
2	0.2380
2.5	0.2525
3	0.2056

Effect of oxidizing agent

تأثير زمن الاكسدة

تمت دراسة الزمن اللازم لأكسدة المثيل دوبا بواسطة بيرويدات البوتاسيوم بأخذ سلسلة من القناني الحجمية سعة 10 مل، تحتوي على 2 مل من محلول المثيل دوبا بتركيز 250 مايكروغرام/مل واضيف إليها 1

مل من محلول بيرويدات البوتاسيوم بتركيز 0.01 مولاري، وتركت المحاليل فترات زمنية مختلفة، ثم أُضيف 1.5 مل من محلول الكاشف البايروكاتيكول بتركيز 0.1 مولاري، بعدها تم التخفيف بالماء المقطر إلى 10 مل، وتم قياس الامتصاص للمحاليل عند الطول الموجي 495.5 نانوميتر مقابل محاليلها الصورية والنتائج مبينة في الجدول (6).

جدول (6) تأثير زمن الأكسدة

Time minutes	5	10	15	20	25	30	40	50	55
Absorbance	0.795	0.737	0.637	0.574	0.453	0.431	0.421	0.443	0.432

يلاحظ من الجدول (6)، أن 5 - 10 دقيقة كافية لإتمام عملية الأكسدة وتم اعتماد 5 دقائق في التجارب

اللاحقة.

تأثير درجة الحرارة على امتصاص الناتج الملون المتكون

Effect of Temperature on the Absorbance of the Colored Product

تم دراسة تأثير درجات الحرارة (5 - 60 °م) على امتصاص الناتج الملون وباستخدام الظروف المثالية التي تم الحصول عليها من التجارب السابقة. والنتائج مبينة في الجدول (7).

جدول (7) تأثير درجة الحرارة في امتصاص الناتج الملون المتكون.

Temperature, °C	Absorbance
5	0.5101
10	0.5346
15	0.7392
20	0.7953
25	0.7898
30	0.7942
35	0.6866
40	0.6894
45	0.6961
50	0.6739
60	0.6143

تم دراسة تأثير الزمن لإيجاد الزمن اللازم لوصول الناتج الملون إلى حالة الاستقرار واكتمال تكوينه عند الظروف المثلى للتفاعل (1 مل من محلول العامل المؤكسد و 2 مل من محلول العقار و 1.5 مل من محلول الكاشف المستخدم) ولوحظ تحت هذه الظروف تكون الناتج الملون إذ إن الامتصاص يزداد مع مرور الزمن ويستقر اللون بعد فترة 5 دقائق على الأقل ويبقى مستقرا وحسب ما موضح في الجدول (8).

الجدول (8) استقراره الناتج المتكون

Time (min)	Absorbance
0.0	0.793
5	0.795
10	0.779
15	0.783
20	0.795
25	0.716
30	0.732
35	0.732
40	0.732
50	0.732
60	0.732
70	0.793

يتبين من النتائج في الجدول (8) ثبوت استقراره الناتج الملون بعد 5 دقائق ولمدة 70 دقيقة على الأقل وهي مدة كافية لإجراء القياسات.

Order of Additions

تسلسل الإضافات

إن لتسلسل إضافة المحاليل المستخدمة احيانا تأثيراً كبيراً على شدة لون الناتج الملون لذلك تم إجراء عدد من التجارب وبتسلسل إضافات مختلفة، علماً إن جميع حجوم وتراكيز المواد المستخدمة كانت نفسها في الحالات كافة.

ولوحظ من النتائج التي تم الحصول عليها في الجدول (9) أن الترتيب الأول يعطي أعلى امتصاص لذلك تم استخدامه في التجارب اللاحقة .

الجدول (9) تسلسل الإضافة

No.	Order of addition	Absorbance
I	D+O+R	0.7957
II	D+R+O	0.5793
III	O+R+D	0.4152
IV	R+O+D	0.3221

Methyl dopa (D), Potassium priodate (O), Meta aminophenol (R)

تأثير نوع المذيب

بعد إضافة جميع مكونات التفاعل حسب القيم المثلى في التجارب السابقة، تم استخدام مذيبات مختلفة لإكمال الحجم إلى حد العلامة في قنّان حجميه سعة 10 مل، والنتائج كما مبينة في الجدول (10) .

الجدول (10) تأثير نوع المذيب

Solvent	$\lambda_{max}(nm)$	Absorbance
Water	495.5	0.7952
Ethanol	476	0.460
Diethyl ether	-----	تعكر
Acetone	450	0.400
Methanol	500	0.632

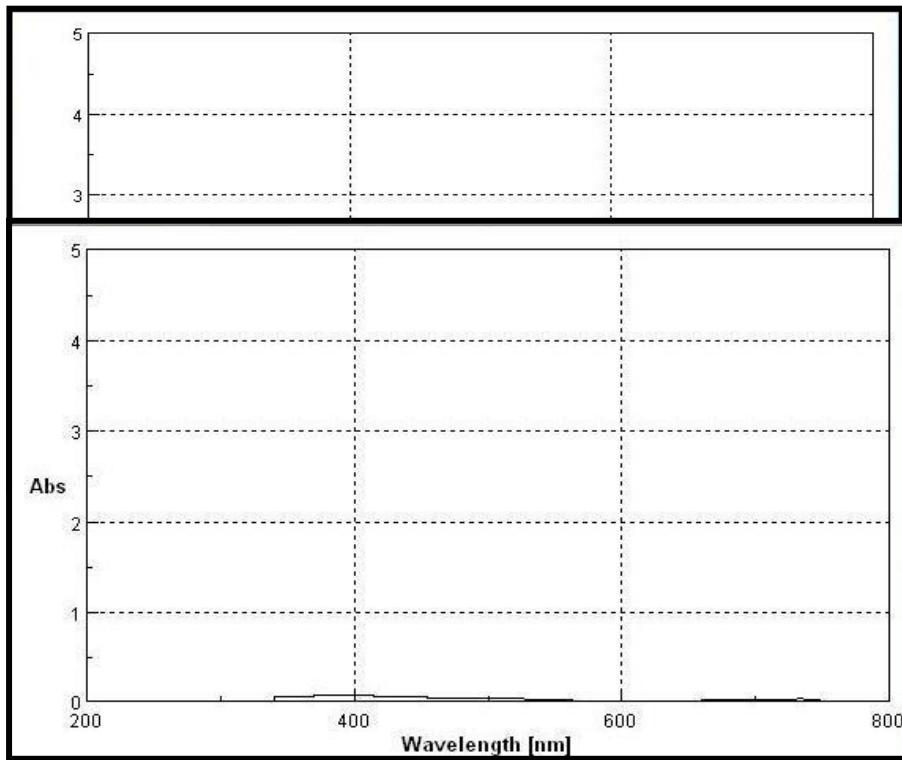
توضح النتائج في الجدول (10) إن استخدام الماء كمذيب يعطي أعلى امتصاص للمحلول الناتج مقارنة بالمذيبات المستخدمة لذلك تم الاستمرار لاختياره مذيباً في التجارب اللاحقة .

Final Absorption Spectrum

طيف الامتصاص النهائي

قبل تحضير منحنى المعايرة تم التأكد من الطول الموجي لأعلى امتصاص تحت ظروف العمل الفضلى للنتائج الملون المتكون من تفاعل الاقتران التأكسدي بين المثل دوبا وكاشف ميتا امينو فينول ، إذ قيس امتصاص الناتج المتكون ضد المحلول الصوري في مدى الطول الموجي بين 400- 800 نانوميتر ، وتبين من النتائج التي تم الحصول عليها شكل (3) أن الطول الموجي لأعلى امتصاص هو 495.5 نانوميتر في حين أن المحلول الصوري لم يظهر أي امتصاص عند الطول الموجي المذكور، شكل(4).

مقابل



شكل (3): طيف

الامتصاص للناتج المتكون
البلانك

شكل (4): طيف الامتصاص لمحلول البلانك مقابل الماء المقطر

طريقة العمل وإعداد منحنى المعايرة

Procedure and Construction of Calibration Curve

بعد تثبيت الظروف المثلى لتقدير المثل دوبا تم تحضير المنحنى القياسي وكما يأتي :-

أخذت سلسلة من قناني حجمية سعة 10 مل ، وأضيفت إليها حجوم متزايدة (0.25-4.5 مل) من محلول المثل دوبا ذي تركيز أولي 250 مايكروغرام/مل (أي بتركيز نهائي 5-25 مايكروغرام/مل) و 1 مل من محلول بريودات البوتاسيوم بتركيز 0.01 مولاري وتركت النماذج لمدة 10 دقائق لإكمال الاكسدة ثم اضيف 1.5 مل من محلول الكاشف ميتا أمينوفينول بتركيز 0.01 مولاري ، وأكمل الحجم إلى حد العلامة بالماء المقطر وتركت النماذج لمدة 5

دقائق لاكتمال اللون وقياس الامتصاص مقابل المحلول الصوري عند الطول الموجي 495.5 نانوميتر يمثل الشكل (5) المنحني القياسي الذي يتبع قانون بير لمدى من التراكيز بين 6.25 – 112.5 مايكروغرام/مل من المثل دوبا، وبلغت الامتصاصية المولارية للطريقة 3.5259×10^{-3} لتر.مول⁻¹.سم⁻¹ ، ودلالة ساندل 0.080 مايكروغرام.سم⁻² وقيمة معامل الارتباط 0.9979 وهذا يدل على المواصفات الخطية الجيدة للمنحني القياسي. وتم حساب الامتصاصية المولارية من القانون:

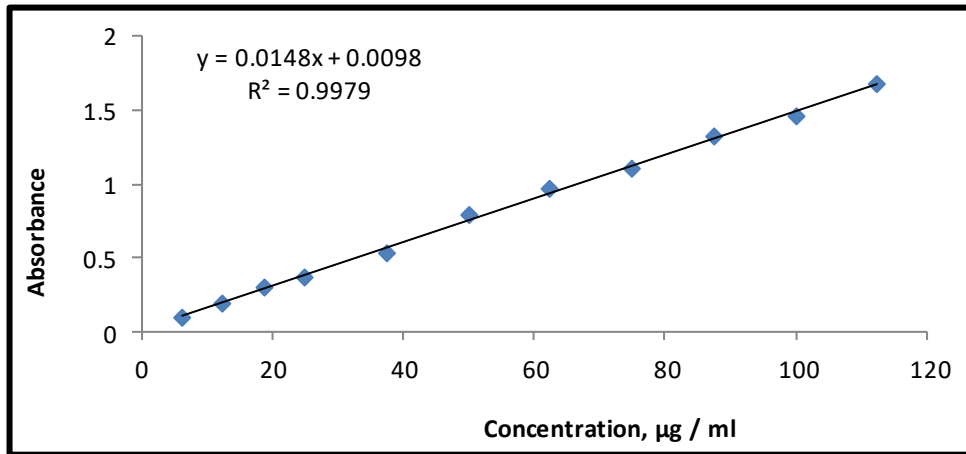
$$a \times 1000$$

$$\varepsilon = x M$$

ودلالة ساندل من القانون

$$S = M / \varepsilon$$

حيث إن $\varepsilon =$ الامتصاصية المولارية (لتر. مول⁻¹ . سم⁻¹) ، $a =$ ميل المنحني (مللتر. مكغم⁻¹ . سم⁻¹) ، $M =$ الوزن الجزيئي الغرامي للمادة المراد تقديرها (غم. مول⁻¹) ، $S =$ دلالة ساندل (مكغم . سم⁻²).



الشكل (5): منحني المعايرة

توافق الطريقة المقترحة ودقتها⁽²⁷⁾

Precision and Accuracy of the Proposed Method

استخدمت الظروف المثالية في طريقة العمل لاختبار دقة الطريقة وتوافقيتها. إذ تمَّ أخذ معدل ست قراءات لتركيزين مختلفين لمحلول المثل دوبا ضمن حدود قانون بير، وتمَّ حساب الخطأ النسبي والاسترجاعية والانحراف القياسي والانحراف القياسي النسبي والنتائج مدونة في الجدول. ولخصت النتائج التي تم الحصول عليها في الجدول (11) وهي تبين بوضوح إن الطريقة المقترحة ذات توافقية عالية ودقة جيدة كما مبين في القوانين التالية

$$RE \% = O - T / T \times 100$$

RE = الخطأ النسبي

O = القيمة العملية

T = القيمة الحقيقية

وتحسب قيمة الاسترجاعية (Recovery) من القانون الاتي

$$\text{Recovery \%} = \text{RE \%} + 100$$

Conc., MD µg/ ml	RE(%)	Recovery (%)	Average recovery*, %	RSD(%)
12.5	-1.642	98.3	98.95	0.766
18.75	0.399	99.6		0.246

جدول (11) الدقة والتوافقية

حساب حدّ الكشف LOD وحد الكمية LOQ

تم حساب قيمة حد الكشف وقيمة حد الكمية للطريقة وذلك بقياس الامتصاص لأدنى تركيز مأخوذ من منحنى المعايرة - ولعشر مرات عند الطول الموجي 599.5 نانوميتر وعند الظروف نفسها والنتائج مبينة في الجدول (12) .
ويمكن التعبير عن حد الكشف وحد الكمية بالعلاقتين التاليتين⁽²⁸⁾:

$$\text{LOD} = \frac{3.3 S}{b}$$

$$\text{LOQ} = \frac{10 S}{b}$$

إذ أن

LOD : حد الكشف لأدنى تركيز للمثيل دوبا من منحنى المعايرة

LOD: الحد الكمي

S : الانحراف القياسي

b: ميل المنحنى القياسي

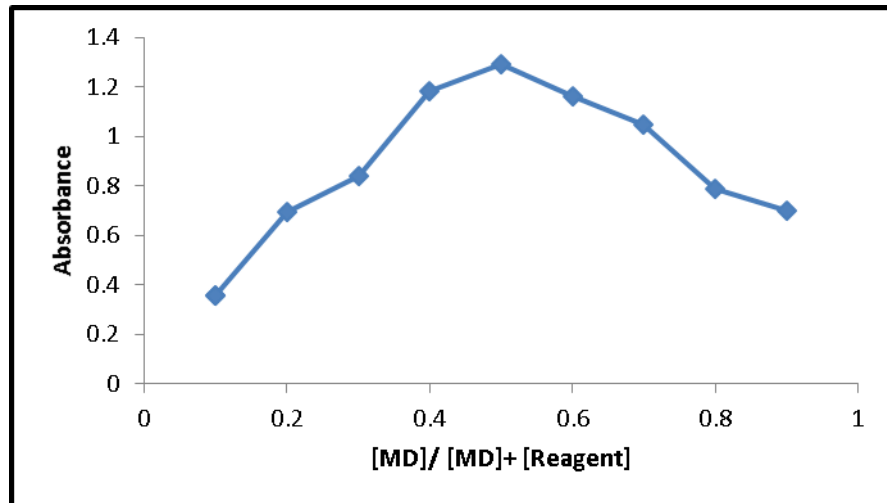
جدول(12) حد الكشف

Concentration of Mehydopa	b	S	LOD	LOQ
6.25	0.0145	0.002312	0.526	1.594

طبيعة الناتج المتكون (29)

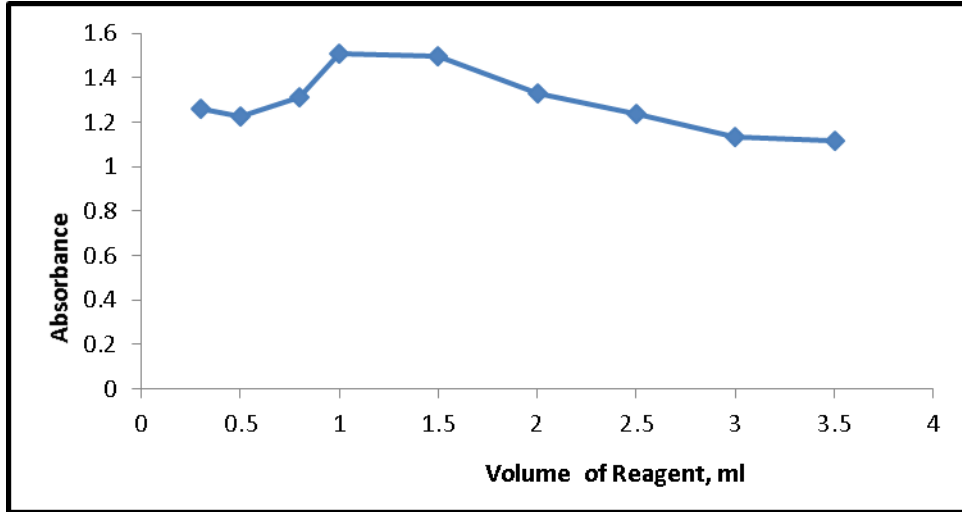
استخدمت طريقة التغيرات المستمرة (Continuous variations , Job's method) لمعرفة نسبة تفاعل مع الكاشف ميتاأمينوفينول وتعتمد هذه الطريقة على التغيير الحاصل في الامتصاص للمحاليل التي تحتوي على نسب مختلفة من المثيل دوبا والكاشف ، وتمت دراسة هذه التغيرات باتباع طريقة العمل الموضحة في أدناه :

تم تحضير عدد من المحاليل تحتوي على احجام مختلفة من المثيل دوبا (1- 9 مللتر) ومن الكاشف (1-9 مللتر) وبتركيز 250 مايكروغرام / مل (مولاري) لكل منهما في حجم نهائي 10 مللتر ، ثم أُضيف 1 من العامل المؤكسد بيرويدات البوتاسيوم بتركيز (0.01 مولاري) وتم التخفيف بالماء المقطر الى حد العلامة وتم قياس امتصاص الناتج المتكون مقابل المحلول الصوري عند الطول الموجي 495.5 نانوميتر . والشكل (6) يبين أن نسبة تفاعل المثيل دوبا مع الكاشف هي نسبة 1:1



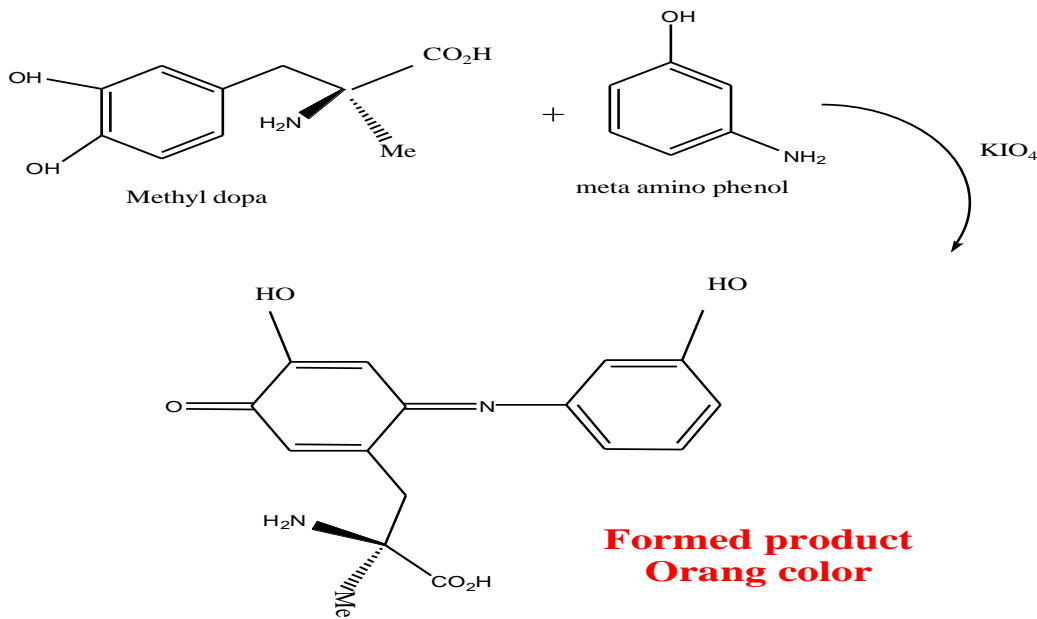
الشكل (6) طريقة جوب

ولغرض التأكد من هذه النسبة طبقت طريقة النسبة المولية (mole-ratio) إذ تم تحضير سلسلة من القناني الحجمية سعة 10مل وتمت اضافة 1مل محلول المثيل دوبا بتركيز 250 مايكروغرام / مل و 1 مل من العامل المؤكسد ، ثم أُضيفت أحجام مختلفة (0.3-3.5 مل) من الكاشف ميتا امينو فينول وبتركيز المثيل دوبا نفسه ، وبعد الانتهاء من الإضافات أكمل الحجم إلى حدّ العلامة بالماء المقطر وتم قياس الامتصاص لكل نموذج مقابل محلوله الصوري والشكل (7) يؤكد أن نسبة التفاعل هي 1:1 .



الشكل (7) طريقة النسبة المولية

وعليه تكون المعادلة المقترحة لتفاعل الاقتران للمثيل دوبا (MD) مع كاشف الميتا امينوفينول هي كما ياتي:



تأثير المتداخلات

من أجل التأكد

من

انتقائية الطريقة بهدف الفائدة من إمكانية تطبيقها على المستحضرات الصيدلانية تمت دراسة تأثير تداخل بعض المضافات المستخدمة في صناعة المستحضرات الصيدلانية على امتصاص الناتج المتكون وذلك بإضافة أحجام مختلفة من كل من هذه المتداخلات 1.0, 2.0, 3.0 مل بتركيز 1000 مايكروغرام.مل⁻¹ إلى سلسلة من القناني الحجمية سعة 10 مل تحتوي على 2 مل من محلول المثيل دوبا و 1 مل من محلول بريدوات البوتاسيوم بتركيز 0.01 مولاري وتركت النماذج لمدة 10 دقائق لإكمال الاكسدة ثم اضيف 1 مل من محلول الكاشف ميتاامينو فينول بتركيز 0.01 مولاري ، وأكمل الحجم إلى حد العلامة بالماء المقطر وتركت النماذج لمدة 5 دقائق لاكتمال اللون وقيس الامتصاص مقابل محاليلها الصورية عند الطول الموجي 495.5 نانوميتر وبحساب الاسترجاعية لكل إضافة وجد أنه لا يوجد تأثير

للمتداخلات المستخدمة على الامتصاص مما يجعل إمكانية تطبيق الطريقة على المستحضرات الصيدلانية والنتائج مبينة في الجدول (13).

الجدول (13) تأثير المتداخلات في الامتصاص

Foreign Compound	Recovery (%) of 250 µg Mthyl dopa / µg and Foreign Compound Added		
	100	200	300
Mannose	100.77	99.67	100.5
Glucose	100.3	100.7	100.8
Sucrose	99.52	100.7	99.77
Maltose	99.15	101.6	100.8

مقارنة الطريقة مع الطرائق الأخرى

تمت مقارنة الطريقة المقترحة لتقدير المثل دوبا مع طرائق طيفية أخرى والجدول رقم (14) يوضح ذلك

جدول رقم (14) المقارنة مع طرائق أخرى

Analytical Parameter	Literature ⁽⁵⁾ Method	Present Method
Reagent	N,N-dimethyl paraphenylenediamine dihydrochloride	Meta Amino phenol
Beers law range µg.ml ⁻¹	2.0 -24	5 – 25
Solvent	Water	Water
Molar absorptivity (l.mol ⁻¹ .cm ⁻¹)	1.0624 × 10 ⁴	3.4777 × 10 ³
λ _{max} (nm)	556	495.5
Average recovery(%)	100.17	98.95
RSD(%)	1.340-1.793%	0.766 – 0.246
Temperature	RT	30 – 15
LOD	0.2060	0.526
LOQ	1.594
Colour of the dye	violet	Orange
Sandel Index µg.cm ⁻²	0.0224	0.0685

Pharmaceutical Preparation	Tablet	Tablet
----------------------------	--------	--------

تبين من النتائج الموضحة في الجدول أعلاه أنَّ الطريقة المقترحة لا تقل جودة عن مثيلاتها من الطرائق الطيفية المستخدمة في تقدير المثل دوبا ، وأنها طريقة ذات حساسية واستقراره جيدة للنتائج المتكون ولا تحتاج إلى استعمال مذيبات عضوية قد تكون مكلفة وغير متوفرة ولا تحتاج إلى عملية استخلاص وأمكن تطبيقها في تقدير المثل دوبا في مستحضراته الصيدلانية (حبوب) فعليه تعد الطريقة ذات مصداقية ودقة عالية .

الجزء التطبيقي

تم تطبيق الطريقة على المستحضر الصيدلاني وهي حبوب من المثل دوبا 250 ملغرام في هذه الطريقة تم تحضير ثلاث تراكيز مختلفة هي (37.5 و 50 و 62.5) مايكروغرام /مل من محلول المستحضر الصيدلاني ذو تركيز 250 مايكروغرام /مل وعوملت المحاليل بنفس الخطوات المتبعة عند تحضير منحنى المعايرة وتم قياس الامتصاص لها عند الطول الموجي 495.5 نانومتر مقابل المحلول الصوري ومن ثم تم قياس معدل ثلاث قراءات لكل تركيز وتم حساب الاسترجاعية كما مبين في الجدول (15).

جدول (15): نتائج تقدير المثل دوبا في محلول حبوب بالطريقة المباشرة

Pharmaceutical Preparation	Methyl dopa Present µg/ ml	RSD* %	RE* %	Recovery %	Average Recovery
Tablet	37.5	1.09	-1.67	98.9	99.63
	50	1.31	0.21	99.3	
	62.5	2.16	0.69	100.7	

الاستنتاج

تمَّ تقدير طريقة طيفية بسيطة وسريعة وغير مكلفة لتقدير المثل دوبا، تستند الطريقة على تفاعل الاقتران التأكسدي حيث يقترن المثل دوبا مع الكاشف ميتا امينو فينول بوجود بريدوات البوتاسيوم كعامل مؤكسد في وسط متعادل وتكون ناتج برتقالي اللون عند تمام الإضافات والذي يعطي أعلى امتصاص عند الطول الموجي 495.5 نانوميتر وكان الناتج مستقرًا. والطريقة لا تحتاج إلى استخدام مذيبات عضوية أو إلى عملية استخلاص. وهذه الطريقة

تتبع قانون بير-لامبرت ضمن المدى 10^{-3} لتر.مول⁻¹. سم⁻¹ ودلالة ساندل 0.080 مايكروغرام .سم⁻² وقيمة معامل التقدير 0.9979 وقيمة معدل الاسترجاعية 98.95 وكان حد الكشف 0.526 والحد الكمي 1.594 مايكروغرام .مل⁻¹ وتم تطبيق الطريقة بنجاح على المستحضر الصيدلاني (حبوب) .

References

المصادر

- 1- Szasz,G ,Barany,Z.B. " Pharmaceutical Chemistry of Antihypertensive Agents" 1st Ed CRC PRESS, Boston. pp160 (1991) .
- 2- Lemke,T.L ,Williams,D.A. " Foye's Principles of Medicinal Chemistry" ,(2008), 6th Ed Lippincott Williams & Wilkins, Philadelia. pp 404 (2008).
- 3-Allah, N.M.G., Ahmed,A.M.K. ,Tapabashi,N.O. " Spectrophotometric Determination of Methyldopa in Pure and Pharmaceutical Preparations by the Oxidative Coupling Reaction with 1, 5-Diaminonaphthalene in the Presence of Ammonium Ceric (IV) Nitrate" Kirkuk University Journal-Scientific Studies . 17(4),42-49,(2022).
- 4- Shakkorm,S.J. , Mohammedm,N. ,Shakor,S.R." Spectrophotometric Method for Determination of Methyldopa in Bure and Pharmaceutical Formulation Based on Oxidative Coupling Reaction" Chemical Methodologies .6(11),851-860,(2022).
- 5- Humeidy, I.T, Salman, S.A., hashim, K.K. "Spectrophotometric Determination of Methyldopa With 2,6-Diaminopyridine Reagent Using Oxidative Coupling Reaction" J. Eng. Sci. Technol. 15 (3), 1824–1839, (2020).
- 6-Afkhami,A., Nematollahi,D., Khatami,H. " Kinetic-spectrophotometric determination of L-dopa, methyldopa, dopamine and adrenaline" Asian Journal of Chemistry. 14(1),333-338,(2002).
- 7- Al-Ghabshaa,T.S., Al-Enizzi,M.S., Al-Abdalya,Z. "Sensitive spectrophotometric method for determination of catecholamines in pure and pharmaceutical formulations" J.Edu. Sci .19(3), 1-12, (2007).
- 8 - Gotardo,M.A., Lima,L.S. ,Sequinel,R. , Rufino,J.L. , Pezza,L. ,Pezza,H.R. "A simple spectrophotometric method for the determination ofmethyldopa usingp-chloranil in the presence of hydrogen peroxide" Ecl. Quim.,33(3),7-12, (2008).
- 9-Gadkariem,E.A., Ibrahim,K.E., Kamil,N.A. ,Haga,M.E.M. ,El-Obeid,H.A. "Anew spectrophotometric method for the determination of methyldopa" Saudi Pharm J.,17(4), 289–293,(2009).

10- AL-Da'amy,M.A.,AL-Moswi,R.F. "Spectrophotometric determination of methyl dopa in pharmaceutical preparation via oxidative coupling organic Reaction" *Chemistry and Materials Research*,3(5), 31-37, (2013).

11-.AL-Da'amy,M.A. ,AL-Moswi,R.F. "Asensitive colorimetric method for thedetermination of methyl dopa in pharmaceutical preparation via oxidative coupling organic reaction with thiamine hydrochloride in the presence of potassium periodate" (*karbala journal of pharmaceutical sciences* , 6(4) ,69-77, (2013).

12- Ribeiroand,P.R.S. ,Duarte,R.M. "Development and validation of a simple spectrophotometric method for the determination of methyl dopa in both bulkand marketed dosage formulations" *Brazilian Journal of Pharmaceutical Sciences*. 50(3),573-582,(2014).

13- Kaushik,R.D. ,Yadav,R., Sushma, Kashni,M. "Development and validation of kinetic-spectrophotometric method fordetermination of methyl dopa in aqueous formulations and tablets;"*Der PharmaChemica*.6(4),102-108, (2014).

14-AL-Da'amy,M.A. ,AL-Moswi,R.E. "Spectrophotometric determination of methyl dopa in pharmaceutical preparation via oxidative coupling organic reaction with para-phenylenediamine in the presence of potassium periodate"*Handbook on the Emerging Trends in Scientific Research*.130-137,(2014)

15- Gadkariem,E.A. ,Ibrahim,K.E. ,Kamil,N.A. ,Haga,M.E.M. ,El-Obeid,H.A. " A new spectrophotometric method for the determination of methyl dopa" *Saudi Pharm J.* 10(2), 66 - 78,(2015).

16- Humeidy, I.T. " Spectrophotometric determination of Methyl dopa by oxidative coupling reaction using N,N-dimethyl paraphenylene diamine dihydrochloride in presence of potassium ferricyanide(III) " *TIKRIT JOURNAL OF PHARMACEUTICAL SCIENCES(TJOPS)*, 47 , 6043–6049, (2021).

17- Beitollahi,. H., Tajik, S., Asadi, M.H., Biparva, P. "Application of a modified graphene nanosheet paste electrode for voltammetric determination of methyl dopa in urine and pharmaceutical formulation". *Journal of Analytical Science and Technology*. 5(29), 2-9,(2014).

18- Garcia,F. L., Peixoto, C. E., Kussmaul, E.,Vieira, D.,Sanz, G., Luque, R.,Somerset, V., Souza, E. D. "Nanostructured tio2 carbon paste based sensor for determination of methyl dopa". *Pharmaceuticals*. 11(4), 99-109,(2018).

19-Fazakerley, G.V.,Linder, P.W.,Torrington, R.G., Wright, M.W."Potentiometric and spectrophotometric studies of the copper (II) complexes of methyl dopa, methyltyrosine, and catechol in aqueous solution. *Journal of the Chemical Society, Dalton Transactions*. 12(9), 1872-1880, (1979).

20-Zheng, J.Q., Jin, J.Z,Chen, L.P., Li, HL. " HPLC determination of content of methyldopa and its related substances". Chinese Journal of Pharmaceutical Analysis . 30(8), 1440-1444,(2010).

21- Sahithi, M.L., Perumal, V., Sekhar, C.K, Babu, P.V. " Development and validation of RP-HPLC method for simultaneous estimation of methyldopa and hydrochlorothiazide in pharmaceutical dosage form" . Journal of Advanced Pharmacy Education and Research. 3(4) ,464-470,(2013).

22- Zecevic,M. ,Zivanovic,L. ,Agatonovic-Kustrin,S. ,Minic,D. "The use of a response surface methodology on HPLC analysis of methyldopa, amilorideand hydrochlorothiazide in tablets"J.Pharm. Biomed. Anal.NCBI.24(5-6),1019-1025,(2001).

23-ZHENG,J,qi, J.I.N.Ju-zhen, C.H.E.N. Liang-pin and L.I.Hui-lin "HPLC determination of content of methyldopa and its related substances"Chinese Journal of Pharmaceutical Analysis. 30(8), 1440-1444, (2010).

24- Al-Abachi,M.Q. ,Sinan,R. ,Haddi,H. "Spectrophotometric determination of methyldopa and dopamine hydrochloride in pharmaceutical preparations using flow injection analysis;National Journal of Chemistry. 36, 597-604,(2009).

25- Shpigun,L.Q. ,Ryabenko,V.S."Flow-injection method of spectrophotometric determination of catecholamines in pharmaceutical formulations"Theoretical Foundations of Chemical Engineering.46(4),419-423,(2012).

26-Turkey,N. ,Mezaal,E.N." Continuous Flow Injection Analysis, Turbidmetric and Photometric Determination of Methyldopa Using a New Long Distance Chasing Photometer (NAG-ADF-300-2)" Indian Journal of Forensic Medicine and Toxicology. 14(4),1836-1841,(2020).

27- Humeidy, I.T. " Spectrophotometric method for Determination of sulfamerazine Using 2,4-dinitrophenylhydrazine Reagent " Journal of physics Conference Serie1294,1-9, (2019).

28-Humeidy, I.T. " Spectrophotometric determination of cefotaxime sodium in pharmaceutical formulations" Materials Today: Proceedings, 47 , 6043–6049, (2021).

29- Humeidy, I.T. " A simple and Sensitive Spectrophotometric Method for the Determination of Trace Amounts of Sulfadiazine in Pharmaceutical Drugs Sample " DIYALA JOURNAL FOR PURE SCIENCE , 14(2), 31–44, (2018).

ISSN (Print): 2958-8987

ISSN (Online): 2958-8995

Doi: 10.59799/APPP6605

Stability and chaos diagnosis of 3-D Rabinovich-Fabrikant (R-F) system with adaptive control and synchronization

Maysoon M. Aziz⁽¹⁾, Ghassan E. Arif⁽²⁾, Ahmad T. Ahmad⁽³⁾

(1) Department of Mathematics, College of Computer Science and Mathematics, University of Mosul,

(2) Email: aziz_maysoon@uomosul.edu.iq

(3) Department of Mathematics, College of Education for Pure Sciences, University of Tikrit,

(4) Email: ghasanarif@tu.edu.iq

(5) Department of Mathematics, College of Education for Pure Sciences, University of Tikrit,

Email: ahm.taha10@gmail.com

Stability and chaos diagnosis of 3-D Rabinovich-Fabrikant (R-F) system with adaptive control and synchronization

Maysoon M. Aziz⁽¹⁾, Ghassan E. Arif⁽²⁾, Ahmad T. Ahmad⁽³⁾

(1) Department of Mathematics, College of Computer Science and Mathematics, University of Mosul, Email: aziz_maysoon@uomosul.edu.iq

(2) Department of Mathematics, College of Education for Pure Sciences, University of Tikrit, Email: ghasanarif@tu.edu.iq

(3) Department of Mathematics, College of Education for Pure Sciences, University of Tikrit, Email: ahm.taha10@gmail.com

Abstract

In this paper, the Rabinovich-Fabrikant (R-F), three dimension continuous-time dynamical system is dealt. The equilibrium points, stability analysis, chaos detection, and Adaptive control technique were used to analyze the (R-F) system (1). Findings revealed that the (R-F) system unstable hyperbolic equilibrium points. The Lyapunov exponent $L_1 = 0.289887, L_2 = 0.075847, L_3 = -0.411733$. which indicate that the (R-F) system highly chaotic. By means of adaptive control and synchronization, it was found that(R-F) system (1) is stable, and the adaptive synchronization achieved good results. Finally, the electronic circuit is design for implementation of chaotic (R-F) system by Multisim (14.2)

Keywords: Stability, multistability, Dissipativity, Lyapunov exponent, adaptive Control and Synchronization, electronic circuit

1-INTRODUCTION

Since the expanding boundaries of chaotic application in the fields of science and engineering research on chaotic phenomena has drastically grown during the past few years. The system is defined as chaotic if three condition are met, first: the orbit is bounded in a finite region of space, second: the orbit is aperiodic, third: the orbit is sensitive to initial condition [2]. The Lapiynuov exponente is one of the basic methods for determining the chaoticness of a system, if one of the values is positive, the system is chaotic ([3],[4],[5]). Scientists have introduced many chaotic dynamical systems. Edward Lorenz is one of the earliest and most influential pioneers of chaos theory, in 1963 Lorenz presented chaotic system of three ordinary differential equation ([6],[7],[8]). In1977 Rössler, was ablate extract simple asymmetric attracting structures from the Lorenz attractor ([6],[9],[10]), Chua system ([6],[11]) Chen system ([12],[13]). In 1979 the Rabinovich-Fabrikant chaotic system was developed by Mikhail Rabinovich and Anatoly Fabrikant, ([14],[15],[16]). Describing modulation instability in a non-equilibrium dissipative medium, this finite-dimensional mode can describe various physical system such as wind waves on water, Tollmien-schlichting wave in hydrodynamic flows, Langmuir waves in plasma, and waves in chemical media with diffusion [8]. There are multiple ways to control a chaotic system or convert it to a stable system like feedback control, adaptive control, active control, and sliding mode control ([17],[18],[19]). One way to control chaos is to synchronize tow osystans, the drive system and response system [20], Synchronization between two identical or non- identical systems has attracted a great deal of interest in various fields and engineering [21].[22],[23].

This paper, consist of six sections: section (1) present (R-F) system with ten simple terms include five nonlinear terms. Section (2) system analysis, via equilibrium points stability, Dissipativity, Graphical and numerical analysis Multi stability, Lyapunove dimension. Section (3) Adaptive control technique. Section (4) Adaptive synchronization strategy. Section (5) Electronic Circuit, and section (6) the conclusion.

(2) System Description

A three _ dimensional dynamical (R-F) system (1)[14] , consist of three ordinary differential equation and tow _ parameters :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y(z - 1 + x^2) + ax \\ \dot{y} &= x(3z + 1 - x^2) + ay \\ \dot{z} &= -2z(b + xy) \end{aligned} \tag{1}$$

(x, y, z) are state variables and (a ,b) are parameters
 $a = 0.077$, $b = 0.1$ Where

(3) System Analysis

To analyze the dynamical system, We determine the (R-F) system's equilibrium points. ,this equates the equation to zero. So the equilibrium points are

$$E_0(0,0,0), \quad E_{1,2}(\pm 1.5378, \mp 0.065, -0.26909) , E_{3,4}(\pm 0.0438, \mp 2.2831, 1.7635)$$

(3-1) Analysis of stability formula for characteristic roots (3-1-1)

The (R-F) system (1) is stable, provided that the eigenvalues own negative real numbers. The Jacobi matrix of(R-F) system at $E_0(0,0,0)$ is:

$$= \begin{bmatrix} 0.077 & -1 & 0 \\ 1 & 0.077 & 0 \\ 0 & 0 & -0.2 \end{bmatrix}$$

It's characteristic equation

$$\lambda^3 + 0.046\lambda^2 + 0.975129\lambda + 0.2011858 = 0 \tag{2}$$

The roots of equation (2) are :

$$\lambda_1 = -0.2 \quad , \lambda_2 = 0.077 + i \quad , \lambda_3 = 0.077 - i$$

Proposition 1: by root of characteristic equation, since λ_2, λ_3 are complex and reel part are positive numbers, Therefor the (R-F) system (1) is not stable

(3-1-2) Criteria of Routh stability

Routh criteria states that(R-F) system (1) is steady, that each term in Routh Array table's first column are positive values, is a necessary and sufficient condition.

$$a_0 = 0.2011858 , a_1 = 0.975129 , a_2 = 0.046 , a_3 = 1 \quad , \quad b_1 = \frac{a_2 a_1 - a_3 a_0}{a_2} = -3.3984753$$

Table (1) Routh arrays for the(R-F) system (1)

λ^3	1	0.975129
λ^2	0.046	0.2011858
λ^1	-3.3984753	0
λ^0	0.2011858	0

Proposition 2. Since there is negative element in Table (1)'s first column. Therefor the Routh stability condition is not met. The (R-F) system (1) is hence unstable.

(3-1-3) Hurwitz stability criteria

Using coefficients of the characteristic equation, we form square matrix. If the Hurwitz determinants are all positive the system is stable.

$$\begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.046 & 0.2011858 & 0 \\ 1 & 0.975129 & 0 \\ 0 & 0.046 & 0.2011858 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_1 = a_{n-1} = 0.046 > 0 ,$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix} = -0.1563298 < 0 , \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix} = -0.0314513 < 0$$

Proposition 3. By Hurwitz stability, Since Δ_2, Δ_3 are less than zero, so the system (1) is unstable.

(3-1-4) Lyapunov function

Let the Lyapunov function of R-F system (1) is

$$V = (x, y, z) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2}z^2$$

$$\dot{V}(x, y, z) = x\dot{x} + y\dot{y} + z\dot{z} \tag{3}$$

By substituting the R-F system (1) in (3) we give

$$\dot{V}(x, y, z) = ax^2 + ay^2 - 2bz^2 + 4xyz - 2xyz^2 \tag{4}$$

Proposition 4. By substituting the initial value in equation (4) we get

$$\dot{V}(x, y, z) = 2404.1629 > 0 , \text{ Then (R-F) system (1) is not stable}$$

Table (2) stability analysis

Equilibrium points	Characteristic equation roots	Routh stability	Hurwitz stability	Stability
$E_0(0, 0, 0)$	$\lambda_1 = -2.2$ $\lambda_2 = 0.07 + i$ $\lambda_3 = 0.07 - i$	$a_0 = 0.2011$ $a_1 = 0.9651$ $a_2 = 0.046$ $a_3 = 1$ $b_1 = -3.398$	$\Delta_1 = 0.046$ $\Delta_2 = -0.1563$ $\Delta_3 = -0.0314$	Unstable
$E_{1,2} = (\pm 1.5378, \mp 0.65, -0.26909)$	$\lambda_1 = 2.8065$ $\lambda_2 = -1.42 + 2.45i$ $\lambda_3 = -1.42 - 2.45i$	$a_0 = -22.6$ $a_1 = 0.0492$ $a_2 = 0.046$ $a_3 = 1$ $b_1 = 491.45$	$\Delta_1 = 0.046$ $\Delta_2 = 22.6071$ $\Delta_3 = -511.02$	Unstable

$E_{3,4} = (\pm 0.0438, \mp 2.2831, 1.7635)$	$\lambda_1 = 0.32$	$\alpha_0 = -4.39$	$\Delta_1 = 0.046$	Unstable
	$\lambda_2 = -0.18 + 3.69i$	$\alpha_1 = 13.587$	$\Delta_2 = 5.02$	
	$\lambda_3 = -0.18 - 3.69i$	$\alpha_2 = 0.046$	$\Delta_3 = -22.064$	
		$\alpha_3 = 1$		
		$b_1 = 109.13$		

(3-2) Dissipativity

Let $f_1 = \dot{x}$, $f_2 = \dot{y}$ and $f_3 = \dot{z}$ in the system (1)

Then $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T = (f_1, f_2, f_3)^T$

$$\nabla \cdot (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T = \frac{\partial f_1}{\partial x} + \frac{\partial f_2}{\partial y} + \frac{\partial f_3}{\partial z} = 2(a - b) = -0.046$$

that $f = 2(a - b) < 0$, so the (R-F) system (1) is dissipative if ($b > a$).

system (1) is conservative if ($a=b$)

Not,
The

(3-3) Graphical numerical analysis

System (1) has been solved by the Rungl-Kutta technique of fourth order with initial values $x_0 = 3.6548, y_0 = -5.1083, z_0 = 9.1086$

(3-1-1) Wave form analysis

Wave-form of (x, y, z) with time, for the system (1) is illustrated irregularly in figure (1), it is one of the basic ways to describe the chaotic dynamic system.

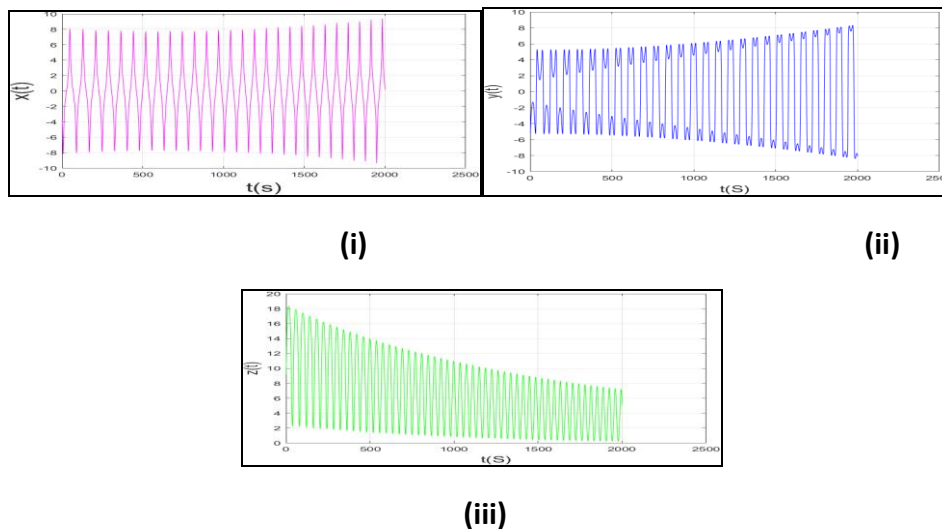
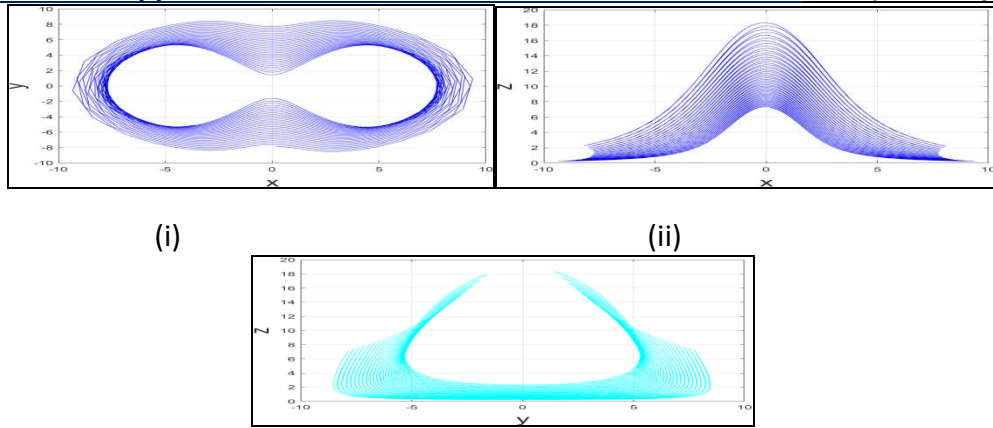


Figure (1) Wave-form of(R-F) system (1): (i) x-t, (ii) y-t(iiii) z-t

(3-3-2) phase portrait of (R-F) system (1)

The strange attractors are shown in the phase picture of the (R-F) system (1) in Figure (2). in (x, y), (x, z), (y, z) plane, and figure (3) exhibits chaotic attractor in (x, y, z), (y, x, z) space.



(iii) Figure (2)
The phase portraits (i) in x, y . (ii) in x, z . (iii) in y, z

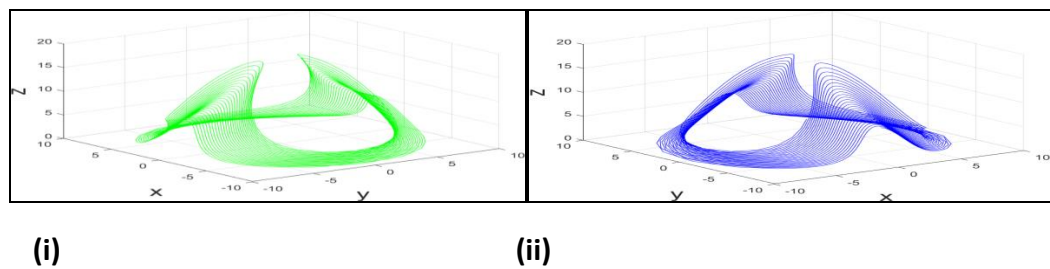


Figure (3) The phase portraits of 3D Rabinovich-Fabrikant chaotic system in (i) (x, y, z)space , (ii) (y, x, z) space.

(3-4) Multistability

Multistability (coexisting attractors) of nonlinear dynamical system mean, by changing the initial condition for same parameters of the system is achieve the coexistence of many aspects according to the table (4), as in figure (4) **Table (4)** coexistence
with different parameters and different initial condition.

Initial conditions	Parameters	Color	Figures
$x_0 = 3, y_0 = -5, z_0 = 9$	a=0.077 b=0.1	Green	Figure (4) (i)
$x_0 = -8, y_0 = 10, z_0 = 5$		Red	
$x_0 = -7, y_0 = 5, z_0 = 3$		Blue	
$x_0 = 3, y_0 = -5, z_0 = 9$	a=-1 b=-0.287	Green	Figure (4) (ii)
$x_0 = -8, y_0 = 10, z_0 = 5$		Red	
$x_0 = -7, y_0 = 5, z_0 = 3$		Blue	

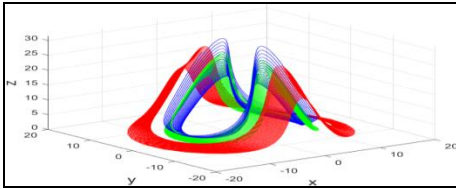


Figure (4)(i)

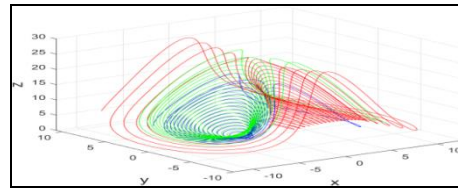


Figure (4) (ii)

Figure (4): Multistability of three attractors with three initial condition corresponding to table (4)

(3-5) Lyapunov Exponent

The Lyapunov exponents are a means of rate at which nearby trajectories in the phase space diverge from each other. They can be used to determine whether the system is chaotic or not. The values of Lyapunov exponents are ($L_1 = 0.289887, L_2 = 0.075847, L_3 = -0.411733$). And

$$\sum_{i=1}^3 L_i = -0.0459$$

Therefore, the Lyapunov dimension is $D_L = 2 + \frac{L_1 + L_2}{|L_3|} = 2.888279$, Hence system (1)

is Hyper chaotic system since two necessary and sufficient conditions are satisfied: First, two Lyapunov exponents are positive from the three Lyapunov exponents. Second, the sum of all Lyapunov exponent is less than zero. Figure (5) illustrate these Lyapunov exponent

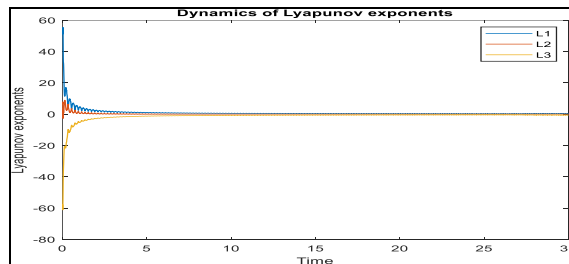


Figure (5) Lyapunov exponent (L_1, L_2, L_3) of Rabinovich-Fabrikant system (1)

(4) Adaptive control technique

(4-1)

Theoretical results

To maintain the stability of chaotic (R-F) system (1) with unknown parameter b

The response system is

$$\begin{aligned} \dot{x} &= yz - y + x^2y + 0.077x + u_1(t) \\ \dot{y} &= 3xz + x + x^3 + 0.077y + u_2(t) \\ \dot{z} &= -2bz - 2xyz + u_3(t) \end{aligned} \tag{5}$$

Where (x

, y, z) are state variables, and (u_1, u_2, u_3) are the feedback controllers

The adaptive control function are

$$\begin{aligned} u_1 &= -yz + y - x^2y - 0.077x - \mu_1x \\ u_2 &= -3xz - x + x^3 - 0.077y - \mu_1y \\ u_3 &= 2\hat{b}z + 2xyz - \mu_3z \end{aligned}$$

Where

($\beta_1, \beta_2, \beta_3$) are positive, and ($\hat{b} = 1$) is the parameter estimate of (b)

$$\dot{x} = -\beta_1x$$

$$\dot{y} = -\beta_2y \tag{6}$$

$$\dot{z} = -2(b - \hat{b})z - \beta_3z$$

Let

the parameter estimation error $e_b = b - \hat{b}$

(7) Substituting (7) in (6) we

given $\dot{x} = -\beta_1x$

$$\dot{y} = -\beta_2 y \tag{8}$$

$$\dot{z} = -2e_b z - \beta_3 z$$

The

Lyapunov function of new system (8) is

$$V(x, y, z) = \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2 + e_b^2)$$

Differentiate (2-16)

we get:

$$\dot{V} = x\dot{x} + y\dot{y} + z\dot{z} + e_b \dot{e}_b \tag{10}$$

$$(9) \quad \text{And let } \dot{e}_b = -\dot{b}$$

We substituting the equations (8) and (10) in (9) we given as:

$$\dot{V} = -\beta_1 x^2 - \beta_2 y^2 - \beta_3 z^2 - e_b(z^2 + \dot{b}) \tag{11}$$

Suppose

$$\text{that } \dot{b} = -z^2 + \beta_4 e_b \tag{12}$$

Substitute (21) in

(11) we get :

$$\dot{V} = -\beta_1 x^2 - \beta_2 y^2 - \beta_3 z^2 - \beta_4 e_b^2$$

Where

$$\beta_4 > 0, \text{ then } \dot{V}(x, y, z) < 0$$

Proposition 5 : By

Adaptive control , the eigenvalues, Routh stability criterion, Hurwitz stability, and Lapiynuov stability are stabilized
So, the system (13) is stable.

(8-2) numerical results

Rung-kutta for controlled chaotic system (16) with initial values $(x_0, y_0, z_0) = [3, 2, -4]$ and $[\beta_1 = 20, \beta_2 = 30, \beta_3 = 10]$. The controlled state trajectories of the (R-F) system (1) are illustrated in Figure (6).

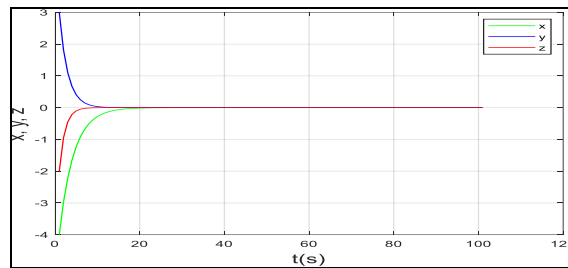


Figure (6); a path of state variables (x, y, z) for the controlled system (1)

(5) Strategy for Adaptive Synchronization.

(5.1)

Theoretical results

This section covers the synchronisation processes between two Rabinovich-Fabrikant (R-F) systems when b is unknown parameter

The first : the drive system, the chaotic (R-F) dynamics described by

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= y_1 z_1 - y_1 + x_1^2 y_1 + 0.077 x_1 \\ \dot{y}_1 &= 3x_1 z_1 + x_1 - x_1^3 + 0.077 y_1 \\ \dot{z}_1 &= -2b z_1 - 2x_1 y_1 z_1 \end{aligned} \tag{13}$$

Where (x_1, y_1, z_1)

are state variable and the parameter (b) is unknown

The second : response system, the controlled (R-F) dynamics represented as

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= y_2 z_2 - y_2 + x_2^2 y_2 + 0.077 x_2 + u_1(t) \\ \dot{y}_2 &= 3x_2 y_2 + x_2 - x_2^3 + 0.077 y_2 + u_2(t) \end{aligned} \tag{14}$$

Where (x_2, y_2, z_2) are state

variable and the Adaptive control input $((u_1(t), u_2(t), u_3(t)))$ and (b)is parameter unknown .

Adaptive synchronization error gets by:

$$e_1 = x_1 - x_1, e_2 = y_2 - y_1, e_3 = z_2 - z_1$$

So, Adaptive synchronization error dynamics given by

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= e_2 e_3 + z_1 e_2 + y_1 e_3 - e_2 + e_1^2 e_2 + y_1 e_1 + x_1^2 e_2 + 0.077 e_1 + u_1(t) \\ \dot{e}_2 &= 3(e_1 e_3 + z_1 e_1 + x_1 e_3) + e_1 - e_1^3 + 0.077 e_2 + u_2(t) \\ \dot{e}_3 &= -2b e_3 - 2(e_1 e_2 e_3 + z_1 e_1 e_2 + y_1 e_1 e_3 + x_1 e_2 e_3 + z_1 e_1 e_2 + y_1 e_1 e_3 + x_1 e_2 e_3) + u_3(t) \end{aligned} \tag{15}$$

We define the adaptive control function $u_1(t), u_2(t), u_3(t)$ by

$$\begin{aligned} u_1 &= -e_2 e_3 - z_1 e_2 - y_1 e_3 + e_1 - e_1^2 e_2 - y_1 e_1 - x_1^2 e_2 - 0.077 e_1 - \beta_1 e_1 \\ u_2 &= -3(e_1 e_3 + z_1 e_1 + x_1 e_3) - e_1 - e_1^3 - 0.077 y_1 - \beta_2 e_2 \\ u_3 &= 2\hat{b} e_3 + 2(e_1 e_2 e_3 + z_1 e_1 e_2 + y_1 e_1 e_3 + x_1 e_2 e_3 + z_1 e_1 e_2 + y_1 e_1 e_3 + x_1 e_2 e_3) - \beta_3 e_3 \end{aligned} \tag{16}$$

Where $(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ are positive real values and \hat{b} is estimator of parameter unknown b

Substituting (16) into (15) we get dynamic system (R-F) of synchronization error

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= -\beta_1 e_1 \\ \dot{e}_2 &= -\beta_2 e_2 \\ \dot{e}_3 &= -2(b - \hat{b}) e_3 - \beta_3 e_3 \end{aligned} \tag{17}$$

Assume the

parameter estimator's error is:

$$e_b = b - \hat{b} \tag{18}$$

into (17) then the dynamic of synchronization error :

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= -\beta_1 e_1 \\ \dot{e}_2 &= -\beta_2 e_2 \\ \dot{e}_3 &= -2e_b e_3 - \beta_3 e_3 \end{aligned} \tag{19}$$

According to the Lyapunov function the quadratic Lyapunov functions

$$V(e_1, e_2, e_3, e_b) = \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{1}{2} e_2^2 + \frac{1}{2} e_3^2 + \frac{1}{2} e_b^2 \tag{20}$$

Not that

$$\dot{e}_b = -\dot{\hat{b}} \tag{21}$$

Deriving the equation (20) and substitute the system(19) and equation (21) we get:

$$\dot{V} = -\beta_1 e_1 - \beta_2 e_2 - \beta_3 e_3 - e_b(2e_3^2 + \dot{\hat{b}}) \tag{22}$$

Hence, new

$$\text{parameter estimation } \dot{\hat{b}} = -2e_3^2 + \beta_4 e_b \tag{23}$$

Where $\beta_4 > 0$

Substituting the

equation (23) into the equation (22) we obtain:

$$\dot{V} = -\beta_1 e_1 - \beta_2 e_2 - \beta_3 e_3 - \beta_4 e_b \tag{24}$$

Hence,

$\dot{V}(e_1, e_2, e_3, e_b) < 0$, the Lapiynuov stability. Thus the dynamic of the synchronization error is stability

Proposition6 : by Adaptive synchronization), where $\dot{e}_b = \dot{\hat{b}}$ and $\dot{\hat{b}} = -2e_3^2 + \beta_4 e_b$ and $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ are positive constant, The chaotic (R-F) drive system (22) and the response system (23) is stabilized.

(5.2) Numerical results

Use the 4th-order Runge-kutta method to solve system of synchronization error (19) We take initial value $x_0 = 6, y_0 = 2, z_0 = -8$ and $\beta_i = 5, i = 1,2,3$ in Figure (7)

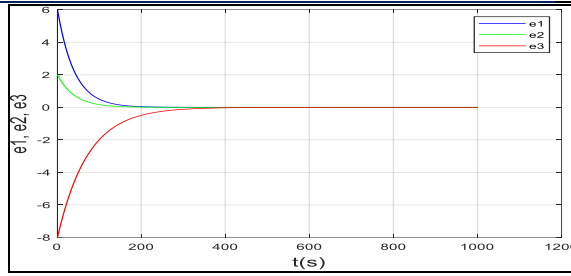


Figure (7) convergent of error dynamic (19)

(6) Electronic circuit

This section shows the electronic circuit design of The Rabinovich-Fabrikant (R-F). By applying Kirchoff's law we form the electric equation.

$$\frac{dV_x}{dt} = \frac{1}{R_1 C_1} V_y V_z - \frac{1}{R_2 C_1} V_y + \frac{dV}{R_8 C_1} V_{x^2} V_y + \frac{1}{R_4 C_1} V_x$$

$$\frac{dV_y}{dt} = \frac{1}{R_5 C_2} 3V_x V_y + \frac{1}{R_6 C_2} V_x - \frac{1}{R_7 C_2} V_x^3 + \frac{1}{R_8 C_2} V_y \tag{24}$$

$$\frac{dV_z}{dt} = \frac{1}{R_9 C_3} (-2V_z) - \frac{1}{R_{10} C_3} 2V_x V_y V_z \tag{25}$$

Where V_x, V_y, V_z

are the output voltages and

$K_m = 10V$, the outputs are $V_{yz} = V_y V_z / K_m, V_{yx^2} = V_x^2 V_y / K_m, V_{xy} = V_x V_y / K_m, V_{xyz} = V_x V_y V_z / K_m$

Voltages and time normalized by dimensionless states variables

$$V_x = 1V \cdot x, V_y = 1V \cdot y, V_z = 1V \cdot z, t' = \tau \cdot t = 100t \tag{25}$$

substituting (24) in (25) we get.

$$\frac{dx}{dt'} = \frac{\tau}{R_1 C_1} xy - \frac{\tau}{R_2 C_1} y + \frac{\tau}{R_8 C_1} x^2 y + \frac{\tau}{R_4 C_1} x$$

$$\frac{dy}{dt'} = \frac{\tau}{R_5 C_2} 3xz + \frac{\tau}{R_6 C_2} x - \frac{\tau}{R_7 C_2} x^3 + \frac{\tau}{R_8 C_2} y \tag{26}$$

$$\frac{dz}{dt'} = -\frac{\tau}{R_9 C_3} 2z - \frac{\tau}{R_{10} C_3} 2xyz$$

comparing system (26) with system (24) we get

$$\frac{\tau}{R_1 C_1} = \frac{\tau}{R_2 C_1} = \frac{\tau}{R_8 C_1} = \frac{\tau}{R_4 C_1} = \frac{\tau}{R_5 C_2} = \frac{\tau}{R_6 C_2} = 1, \frac{\tau}{R_4 C_1} = \frac{\tau}{R_8 C_2} = \alpha, \frac{\tau}{R_5 C_2} = 3, \frac{\tau}{R_9 C_3} = 2b, \frac{\tau}{R_{10} C_3} = 2.$$

When $C_1 = C_2 = C_3 = 1$,

$R_1 = R_2 = R_3 = R_6 = R_7 = 100\Omega, R_4, R_8 = 1298.7\Omega, R_5 = 33.33\Omega, R_9 = 500\Omega, R_{10} = 50\Omega.$

Hence the experimental electronic circuit (26) for system (1) was simulated by electronic simulation Multi SIM (14.2)

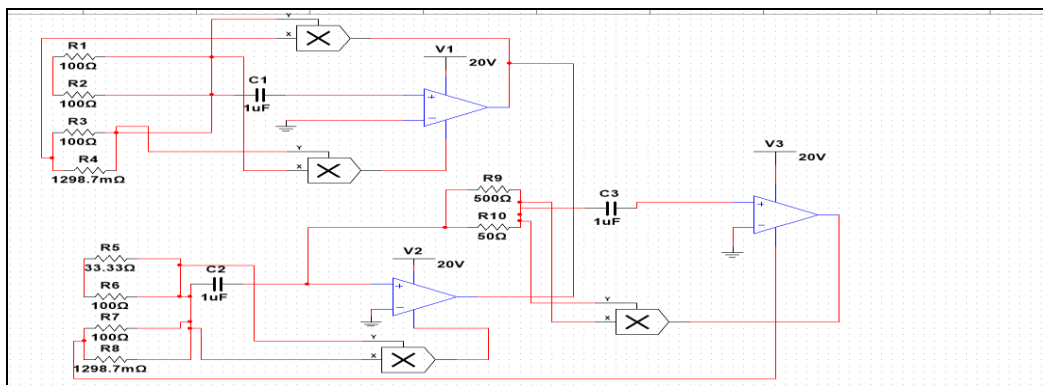


Figure (8): sketch of designed circuit of chaotic system (1).

(7) CONCLUSION

This paper presents a comprehensive analysis of the Rabinovich-Fabrikant (R-F) three-dimensional continuous-time dynamical system, its solution through fourth order Runge-Kutta method. The study covers various aspects of the system including equilibrium points, stability analysis, chaos detection, adaptive control, and adaptive synchronization. The investigation reveals that the (R-F) system has unstable hyperbolic equilibrium points by all method such as (characteristic equation roots, Routh criteria, Hurwitz stability, and Lyapunov function). Dissipativity shows that R-F system dissipative such that $(b > a)$ for all positive values of the parameters (b, a) , and conservative if $a = b$. From the graphical analysis, multi stability and values of Lyapunov exponents ($L_1 = 0.289887, L_2 = 0.075847, L_3 = -0.411733$) and Lyapunov dimension $D_L = 2.888279$ indicates that the system is highly chaotic. However, through the application of adaptive control and synchronization techniques, the system can be stabilized, and good results can be achieved. Furthermore, the Multisim (14.2) program is used to create an electronic circuit to implement the chaotic (R-F) system. Overall, the findings of this study contribute to a better understanding of the R-F system and its potential applications in various fields.

(8) REFERENCE

- [1] Aziz, M. M., & Merie, D. M. (2020). Stability and chaos with mathematical control of 4-d dynamical system. Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science, 20(3), 1242-1251.
- [2] Aziz, M., & Hamid, M. (2019, March). The Possibility of Increasing The Predictability Indices After Control of 3D-Continuous-Time System. In 2019 International Conference on Computing and Information Science and Technology and Their Applications (ICCISTA) (pp. 1-5). IEEE.
- [3] Danca, M. F. (2018). Lyapunov exponents of a discontinuous 4D hyperchaotic system of integer or fractional order. Entropy, 20(5), 337.
- [4] Aziz, M. M., & Jihad, O. M. (2021). Stability & Chaos Tests of 2D Discrete Time Dynamical System with Hidden Attractors. Open Access Library Journal, 8(6), 1-11.
- [5] De Souza, S. L., & Caldas, I. L. (2004). Calculation of Lyapunov exponents in systems with impacts. Chaos, Solitons & Fractals, 19(3), 569-579.
- [6] McCartney, M. (2022). Chaos on the hypercube and other places. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 1-9.
- [7] Aziz, M. M., & Mahmood, A. S. (2023, February). Mathematical model of epidemic disease COVID-19. In AIP Conference Proceedings (Vol. 2414, No. 1, p. 040072). AIP Publishing LLC
- [8] Aziz, M. M. (2023). Engineering Mathematics for radiative heat transfer in the magnetohydrodynamic. Computer Science, 18(3), 563-570.
- [9] Cuomo, K. M., Oppenheim, A. V., & Strogatz, S. H. (1993). Synchronization of Lorenz-based chaotic circuits with applications to communications. IEEE Transactions on circuits and systems II: Analog and digital signal processing, 40(10), 626-633.
- [10] Rössler, O. E. (1977). Horseshoe-map chaos in the Lorenz equation. Physics Letters A, 60(5), 392-394.
- [11] Aziz, M. M., & Faraj, M. N. (2012). Numerical and Chaotic Analysis of CHUA'S CIRCUIT. Journal of Emerging Trends in Computing and Information Sciences, 3, 783-791.
- [12] Chen, G., & Ueta, T. (1999). Yet another chaotic attractor. International Journal of Bifurcation and chaos, 9(07), 1465-1466.
- [13] Lü, J., & Chen, G. (2006). Generating multiscroll chaotic attractors: theories, methods and applications. International Journal of Bifurcation and Chaos, 16(04), 775-858.
- [14] Ravichandran, K. (2021). Rabinovich-Fabrikant Chaotic System and its application to Secure Communication.
- [15] Danca, M. F. (2016). Hidden transient chaotic attractors of Rabinovich-Fabrikant system. Nonlinear Dynamics, 86(2), 1263-1270.
- [16] Al-Hilli, W. H. (2018). Properties Chaotic of Rabinovich-Fabrikant Equations. Journal of University of Babylon for Pure and Applied Sciences, 26(3), 52-60.
- [17] JOSEPH, J. D.,

- ALLEN, R. S., & WILLIAMS, I. J. (1990). SCHAUM'S OUTLINE OF THEORY AND PROBLEMS OF FEEDBACK AND CONTROL SYSTEMS, CONTINUOUS (ANALOG) AND DISCRETE (DIGITAL). MCGRAW-HILL BOOK Company.
- [18] Vaidyanathan, S. (2015). Analysis, control, and synchronization of a 3-D novel jerk chaotic system with two quadratic nonlinearities. *Kyungpook Mathematical Journal*, 55(3), 563-586.
- [19] Astolfi, A., Karagiannis, D., & Ortega, R. (2008). *Nonlinear and adaptive control with applications* (Vol. 187). London: Springer.
- [20] Srivastava, M., Agrawal, S. K., Vishal, K., & Das, S. (2014). Chaos control of fractional order Rabinovich–Fabrikant system and synchronization between chaotic and chaos controlled fractional order Rabinovich–Fabrikant system. *Applied Mathematical Modelling*, 38(13), 3361-3372.
- [21] Ho, M. C., Hung, Y. C., & Chou, C. H. (2002). Phase and anti-phase synchronization of two chaotic systems by using active control. *Physics letters A*, 296(1), 43-48.
- [22] Yassen, M. T. (2006). Adaptive chaos control and synchronization for uncertain new chaotic dynamical system. *Physics Letters A*, 350(1-2), 36-43.
- [23] Yassen, M. T. (2005). Controlling chaos and synchronization for new chaotic system using linear feedback control. *Chaos, Solitons & Fractals*, 26(3), 913-920

ISSN (Print): 2958-8987

ISSN (Online): 2958-8995

Doi: 10.59799/APPP6605

طريقة طيفية لتقدير المثلل دوبا بشكله النقي وفي مستحضره الصيدلاني باستخدام تفاعل الاقتران
التأكسدي

ايمان موسى يادكار⁽¹⁾, أ.م.د سرحان علي سلمان⁽²⁾, د. م. د. شهلة جمال شكور⁽³⁾

¹كلية التربية للبنات اقسام الكيمياء اجامعة تكريت

²كلية العلوم اقسام الكيمياء اجامعة تكريت

³كلية العلوم اقسام الكيمياء اجامعة كركوك

Emanmusa610@gmail.com , Sarahan.ali@tu.edu.iq

shahla.jamal@uokirkuk.edu.iq

طريقة طيفية لتقدير المثيل دوبا بشكله النقي وفي مستحضره الصيدلاني باستخدام تفاعل الاقتران التأكسدي

ايمان موسى يادكار⁽¹⁾, أ.م.د سرحان علي سلمان⁽²⁾, أ.م.د. شهلة جمال
شكور⁽³⁾

¹كلية التربية للبنات اقسام الكيمياء اجامعة تكريت

²كلية العلوم اقسام الكيمياء اجامعة تكريت

³كلية العلوم اقسام الكيمياء اجامعة كركوك

Emanmusa610@gmail.com , Sarhan.ali@tu.edu.iq , shahla.jamal@uokirkuk.edu.iq

الخلاصة:

تطوير طريقة طيفية لتقدير المثيل دوبا بالاقتران التأكسدي مع الكاشف L- تربتوفان في وسط حامضي من حامض الهيدروكلوريك وبوجود N- بروموسكسنيديد كعامل مؤكسد , لتكوين ناتج ذو لون بنفسجي له اعلى امتصاص عند الطول الموجي 532 نانومتر, وبامتصاصية مولارية بلغت 3.717×10^3 لتر/مول.سم, ويتبع قانون بير في مدى من التركيز (2-26) مايكروغرام امل, وقيمة دلالة ساندل 0.056 مايكروغرام اسم², وامتازت الطريقة بالدقة والتوافقية العاليتين حيث بلغت قيمة الاسترجاعية (98.52-99.345%) والانحراف القياسي النسبي لم يتجاوز 1.04%, ووجد كشف بلغ 0.4275 مايكروغرام امل والحد الكمي 1.295 مايكروغرام امل , وقد طبقت على المستحضر الصيدلاني للمثيل دوبا بشكل حبوب بنجاح .

الكلمات المفتاحية: التقدير الطيفي , الاقتران التأكسدي , مثيل دوبا , L- تربتوفان .

المقدمة :

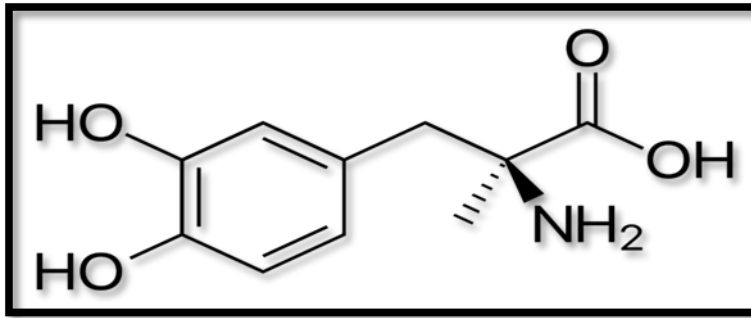
الاسم العلمي للمثيل دوبا حسب نظام IUPAC هو:

(25)-2-امينو-3-(3,4-ثنائي هيدوكسي فينيل)-2-مثيل حامض البروبانويك

(25)-2-amino-3-(3,4-dihydroxyphenyl)-2-methyl propanoic acid

والشكل (2-1) يبين 211.215 g/mol والوزن الجزيئي $C_{10}H_{13}NO_4$ ذو الصيغة الكيميائية

(1)الصيغة التركيبية للمثيل دوبا.



الشكل (1) الصيغة التركيبية للمثيل دوبا

من حيث الخواص فإن المثيل دوبا مركب يتميز بكونه عديم اللون او مسحوق بلوري ابيض اللون لاطعم له يذوب في الكحول مثل الايثانول والايذوبروپانول وغير قابل للذوبان في الايثر عملياً⁽²⁾، ويزوب في الماء بدرجة حرارة (25) درجة سيليزية حوالي 10 ملغم/مل، وكذلك يذوب في الاحماض المعدنية، وفي معظم المذيبات العضوية الشائعة.

(3)

يستعمل المثيل دوبا كدواء أولي يتم استقلابه في الجهاز العصبي المركزي ثم اشتقاقه من الفينيل الانين وهو مثبط لكاربوكسيلات الاحماض الامينية العطرية وله نشاط خافض لضغط الدم، وسبب نشاطه لخفض ضغط الدم يرجع الى تحويله الى الفا ميثيل نوربينفرين.⁽⁴⁾

يعتبر الميثيل دوبا من مشتقات الكاتيكولامين ويستخدم على نطاق واسع لعلاج ارتفاع ضغط الدم الشرياني المعتدل وايضاً الشديد، حيث يعتبر دواء اولي لانه يعمل بشكل اساسي بسبب استقلابه في الجهاز العصبي المركزي لمثيل نورابينفرين^(5,6).

ويعرف الميثيل دوبا تحت الاسم التجاري Aldomet ويؤخذ عن طريق الفم او بشكل حقن وريديه حيث يظهر تأثيره بعد حوالي 5 ساعات ويستمر هذا التأثير لمدة يوم واحد اي 24 ساعة⁽⁷⁾.

طرائق تقدير الميثيل دوبا (MDP)

1- طرائق طيفية^(8,9,10,11,12,13)

2- طرائق كروماتوغرافية^(14,15)

3- الطرائق الاخرى^(16,17)

الجزء العملي

الأجهزة والأدوات المستخدمة

في العملي تم استخدام الأجهزة والأدوات كما هو موضح في الجدول (1):

الجدول (1) الاجهزة والادوات المستخدمة

اسم الجهاز ونوعه	المنشأ	ت
UV-visible Spectrophotometric	الصين	1.
T92 + Spectrophotometer rangc	المدى (800-200) نانومتر	

C (200–800) nm quartz cell 1cm	الخلايا المستخدمة كوارتز اسم		
Sartorius BL210 SAG	ميزان حساس 210-SAG	2. الماني	
PH meter Jenway 3310	جهاز قياس الداله الحامضيه جنوي 3310	3. الماني	

المواد الكيميائية والكواشف المستخدمة

استخدمت مواد كيميائية وكواشف عالية النقاوه والجدول (2) يبين ذلك:

الجدول (2) المواد الكيميائية والكواشف المستخدمة

الاسم الكيميائي Chemical name	الصيغه الكيميائيه Chemical formul	الوزن الجزيئي Moleculav weight g/mol
Methyldopa	$C_{10}H_{13}NO_4$	211.215 g/mol
L-Tryptophan	$C_{11}H_{12}N_2O_2$	204.23 g/mol
N-Bromosuccinimide	$C_4H_4BrNO_2$	177.98 g/mol

Hydrochloric acid	HCl	36.458 g/mol
-------------------	-----	--------------

محاليل المواد الكيميائية المستخدمة وتحضيرها

محلول المثليل دوبا القياسي 1000 مايكروغرام/مل (4.7345×10^{-3}) مولاري:

تم تحضير هذا المحلول بأذابة 0.10 غرام من المثليل دوبا في الماء المقطر الساخن ومن ثم أكمل الحجم الى

100 ml في قنينة حجمية.

محلول المثليل دوبا 200 مايكرو غرام /مل (0.9469×10^{-3}) مولاري:

قد حضر هذا المحلول 200 مايكرو غرام/ مل بتخفيف 20ml في المحلول القياسي المحضر من المثليل دوبا

وبتركيز 1000 مايكروغرام /مل في قنينة حجميه سعة 100 مل وأكمل الحجم الى حد العلامه بلماء المقطر .

محلول L- تربتوفان بتركيز 1×10^{-2} مولاري:

حضر هذا المحلول بأذابة 0.204g من L - تربتوفان في الماء مع التحريك ومن ثم نقل المحلول الى قنينه

حجميه سعة 100 ml وأكمل الحجم الى العلامه بالماء المقطر .

محلول N - بروموسكسينيميد بتركيز 2×10^{-2} مولاري:

تم تحضير المحلول بأذابة 0.355g من N-بروموسكسينيميد في 8 ml من الاسيتون ومن ثم نقل المحلول الى

قنينه حجميه سعة 100ml واكمل الحجم بالماء المقطر الى حد العلامه.

محلول حامض الهيدروكلوريك بتركيز 1 مولاري:

حضر محلول حامض الهيدروكلوريك بتركيز 1 مولاري في حامض الهيدروكلوريك المركز 12 مولاري بتخفيف

8.3 ml منه في قنينه حجميه سعة 100 مل الى حد العلامة بالماء المقطر .

محلول المستحضر الصيدلاني للمثيل دوبا (200 مايكروغرام/مل):

تم استخدام المستحضر الصيدلاني للمثيل دوبا بشكل اقراص الدوميت من انتاج معمل ادوية سامراء S.D.I والذي يحتوي على 250 ملغم من المثيل دوبا ويحضر المحلول بأخذه 10 اقراص (4.38) غم من العقار ومن ثم سحقها جيدا، ويتم اذابة 0.1752 غم منه في كمية قليلة من الماء المقطر الساخن مع اضافة كميته من الماء المقطر ومن ثم ترشيح المحلول وغسل الراسب بالماء المقطر عدة مرات وبعدها تم اكمال الحجم في قنينه حجميه سعة 100ml بالماء المقطر الى حد العلامة للحصول على محلول بتركيز 1000 مايكروغرام /مل، وينقل 20 مل من هذا المحلول الى قنينه حجمية سعة 100 مل، ويكمل الحجم الى العلامة بالماء المقطر للحصول على محلول المستحضر الصيدلاني بتركيز 200 مايكروغرام /مل .

النتائج والمناقشة

مبدأ الطريقة

تعتمد مبدأ الطريقة على اقتران المثيل دوبا مع الكاشف L- تربتوفان بوجود العامل المؤكسد N -برومو سكسنيמיד وفي وسط حامضي حيث يتكون ناتج بنفسجي اللون يعطي اعلى امتصاص في الطول الموجي (532) نانومتر .

الاختبارات الأولية

تم دراسة طيف الامتصاص للمثيل دوبا مع الكاشف L- تربتوفان والعامل المؤكسد N -برومو سكسنيמיד ومحلول حامض الهيدروكلوريك، حيث تم اضافة 1.5 مل من N-برومو سكسنيמיד بتركيز 2×10^{-2} مولاري الى محلول المثيل دوبا 2.5 مل بتركيز 200 مايكروغرام /مل مع الرج بعدها اضافة 2.5 مل من L-تربتوفان بتركيز 1×10^{-2}

مولاري ومن ثم اضافة 0.5 مل من حامض الهيدروكلوريك بتركيز 1مولاري، وترك المحلول لمدة (15) دقيقة وقياس امتصاص الناتج البنفسجي اللون حيث اعطى اعلى امتصاص عند الطول الموجي (532) نانومتر مقابل المحلول الصوري.

دراسة الظروف المثلى للتفاعل

تم اختبار الظروف المثلى للتفاعل التي تعطي اعلى امتصاص للناتج المتكون، وفي الطريقة تم استخدام قناني حجمية سعة (20) مل وخلايا كوارتز 1سم.

اختبار أفضل كاشف اقتران

تم اضافة 1.5 مل من N-برومو سكسنيميد بتركيز 2×10^{-2} الى 2.5 مل من محلول المثيل دوبا بتركيز 200 مايكروغرام /مل ومن ثم اضافة 2.5 مل من محاليل الكواشف المحضره بنفس التركيز 1×10^{-2} مولاري و0.5 مل من محلول حامض الهيدروكلوريك 1 مولاري تم اكمال الحجم الى العلامة في قناني حجمية سعة (20) مل بالماء المقطر وبعد مرور 15 دقيقة تم قياس الامتصاص لكل محلول مقابل محلوله الصوري والنتائج موضحة في الجدول (3).

جدول (3) تأثير نوع الكاشف

Reagent	λ Max (nm)	Abs.	Chemical formula
L-Tryptophan	532	0.487	$C_{11}H_{12}N_2O_2$
P-Bromoaniline	560	0.17	C_6H_6BrN
Resorsenol	483	0.168	$C_6H_6O_2$

O-Toluidine	450	0.432	C ₇ H ₉ N
1,5-naphthalene-4-Sulfonic acid	423	0.388	C ₁₀ H ₉ No ₃ S
2,6- Diaminopyridine	502	0.343	C ₅ H ₇ N ₃

تم اختبار الكاشف L - تربتوفان لكونه اعطى أفضل نتيجة لأعلى امتصاص للنواتج الملون وبطول موجي (532)

نانو متر .

تأثير كمية كاشف الاقتران

لدراسة تأثير كمية الكاشف تم أخذ حجوم مختلفة (0.5، 1، 1.5، 2.5، 3) مل من محلول L- تربتوفان بتركيز

1×10^{-2} مولاري مع حجوم مختلفة من المثليل دوبا (1، 1.5، 2.5) مل بتركيز 200 مايكروغرام /مل وبوجود 1.5 من

N-برومو سكسنيميد بتركيز 2×10^{-2} مولاري و0.5 مل من محلول حامض الهيدروكلوريك 1 مولاري في قناني حجمية

سعة (20) مل، واكمل الحجم الى حد العلامة بالماء المقطر وبعد مرور (15) دقيقة، تم قياس امتصاص كل محلول

مقابل محلوله الصوري والنتائج مبينة في الجدول (4).

الجدول (4) تأثير كمية الكاشف

Reagent	Methyl dopa 1ml 10 µg/ml		Methyl dopa 1.5ml 15 µg/ml		Methyl dopa 2.5ml 25 µg/ml	
	S.B	S.W	S.B	S.W	S.B	S.W

0.5	0.135	0.211	0.186	0.298	0.205	0.331
1	0.194	0.286	0.276	0.342	0.316	0.427
1.5	0.215	0.313	0.301	0.459	0.412	0.553
2.5	0.240	0.426	0.364	0.544	0.489	0.602
3	0.237	0.411	0.352	0.514	0.456	0.625

حيث في الجدول (4) S.W يمثل طيف امتصاص المحلول الناتج مقابل الماء و S.B يمثل طيف امتصاص المحلول الناتج مقابل المحلول الصوري وكما موضح ان الحجم 2.5 مل للكاشف اعطى اعلى قيمة امتصاص لذلك تم اعتماده في التجارب اللاحقه.

اختيار أفضل عامل مؤكسد

تم دراسة افضل عامل مؤكسد بأضافة 1.5 مل من مجموعة من العوامل المؤكسده جميعها بتركيز 2×10^{-2} مولاري الى 2.5 مل من محلول المثيل دوبا 200 مايكروغرام/مل ومن ثم اضافة 2.5 مل من L-تريبتوفان بتركيز 10^{-2} 1xمولاري و0.5 مل من حامض الهيدروكلوريك بتركيز 1 مولاري في سلسلة من قناني حجميه سعة (20) مل واكمل الحجم الى حد العلامه بالماء المقطر وبعد مرور 15 دقيقه تم قياس طيف امتصاص كل نموذج مقابل محلوله الصوري والنتائج مبينه في الجدول (5).

الجدول (5) تأثير العامل المؤكسد على الأمتصاص

Oxidizing agent	Chemical formul	λ Maxnm	Abs.
N-Bromosuccinimide	$C_4H_4BrNO_2$	532	0.485
Potassium Periodate	KIO_4	425	0.411
Frece Chloride	$FeCl_3$	496	0.175
Potassium iodate	KIO_3	-	-
Potassium persulfate	$K_2S_2O_8$	-	-

كما موضح في الجدول (5) ان أفضل عامل مؤكسد هو N- برومو سكسنيميد، لهذا تم استخدامه في التجارب اللاحقه.

تأثير كمية العامل المؤكسد

لدراسة تأثير كمية العامل المؤكسد تم اخذ حجوم مختلفة من N- برومو سكسنيميد من (0.5 - 2.5) مل وبتركيز 2×10^{-2} مولاري واضافته الى 2.5 مل من محلول المثيل دوبا وبتركيز 200 مايكروغرام /مل في قناني حجميه سعة (20) مل، ومن ثم اضافة 2.5 مل من الكاشف L- تربتوفان بتركيز 1×10^{-2} مولاري و0.5 مل من حامض الهيدروكلوريك بتركيز 1 مولاري واكمل الحجم بالماء المقطر الى حد العلامة وبعد مرور (15) دقيقه، تم قياس امتصاص كل محلول مقابل محلوله الصوري والنتائج مبينه في الجدول (6).

الجدول (6) تأثير كمية العامل المؤكسد

ml of N-Bromsuccinimide	Absorbance
0.5	0.325
1	0.435
1.5	0.489
2	0.461
2.5	0.458

ولوحظ من النتائج كما موضح في الجدول ان أفضل حجم للعامل المؤكسد الذي يعطي اعلى امتصاص للنتائج

هو (1.5) مل من N- بروموسكسينيميد.

تأثير الداله الحامضية

اختيار أفضل قاعدة

لاتمام هذه الدراسة تم استخدام 0.5 مل من كل من هيدروكسيد الصوديوم وهيدروكسيد البوتاسيوم وكاربونات

الصوديوم وبتراكيز مختلفه لكل منها ولوحظ ان جميعها يسبب تعكر المحلول الناتج لذلك تم استبعاد الوسط القاعدي.

اختيار أفضل حامض

تم اجراء هذه الدراسة باستخدام ثلاث تراكيز من كل حامض الخليك CH_3COOH وحامض الهيدروكلوريك

HCl التي تمت اضافتها في قناني حجميه سعة (20) مل الى المثل دوبا وN- برومو سكسينيميد وL- تربتوفان بالتراكيز

والحجوم التي تم التوصل اليها سابقا وبحجم 0.5 مل لكل من الحامضين تم اكمال الحجم في كل قنينه الى حد

العلامة بالماء المقطر وبعد مرور (15) دقيقة، تم قياس امتصاص كل محلول مقابل محلوله الصوري عند الطول الموجي (532) نانومتر، والنتائج موضحة في الجدول (7) .

الجدول (7) اختيار أفضل حامض

Acid	Concentration (M)	V(ml)	AbS.	PH
HCl	0.01	0.5	0.403	3.07
HCl	0.1	0.5	0.421	2.60
HCl	1	0.5	0.488	1.77
CH ₃ COOH	0.01	0.5	0.329	3.35
CH ₃ COOH	0.1	0.5	0.332	3.24
CH ₃ COOH	1	0.5	0.347	3.13

لوحظ من الجدول اعلاه ان افضل امتصاص للنتائج عند استخدام حامض HCl ويتركز 1M لذا تم اختياره في

التجارب اللاحقة.

اختيار أفضل حجم حامض

تم اجراء هذه الدراسة لمعرفة تأثير كمية الوسط الحامضي، وذلك بأستخدام احجام مختلفة من حامض

الهيدروكلوريك بتركيز 1 مولاري وتتراوح هذه الأحجام بين (0.2-0.6) مل حيث اضيفت الى قناني حجمية سعة (20)

مل تحتوي كل منها على 2.5 مل من المثيل دوبا بتركيز 200 مايكروغرام/ مل و 1.5 مل من العامل المؤكسد -N

برومو سكسنيמיד بتركيز 2×10^{-2} مولاري و (2.5) مل من -L تربتوفان بتركيز 1×10^{-2} مولاري ثم اكمل الحجم الى

حد العلامة بالماء المقطر وبعد مرور 15 دقيقة، تم قياس الامتصاص لكل نموذج مقابل محلوله الصوري عند الطول الموجي 532 نانومتر والنتائج مبينه في الجدول (8).

الجدول (8) اختيار أفضل كمية حامض

ml of 1 M HCl	Absorbance	pH
0.2	0.435	2.12
0.3	0.449	1.96
0.4	0.457	1.86
0.5	0.484	1.77
0.6	0.470	1.67

من الجدول نلاحظ ان أفضل كمية حامض تعطي أعلى امتصاص هي (0.5) مل لذلك تم استخدام (0.5) مل وبدالة حامضية (1.77) في جميع التجارب اللاحقه.

تسلسل الإضافات

تمت دراسة تأثير تسلسل الإضافات وتغييرها للمواد المتفاعله على امتصاص الناتج وتم اجراء عدد من التجارب في تسلسلات مختلفة وقد وجد ان أفضل تسلسل يعطي اعلى امتصاص للناتج هو التسلسل رقم (1) لذلك تم اعتماده في جميع التجارب اللاحقه والجدول (9) يبين هذه التسلسلات وقيم الأمتصاص لكل منه.

الجدول (9) تسلسل الإضافات

Number of order	The order of addition	Absorbance
1	D+O+R+A	0.489
2	R+O+D+A	0.322
3	D+R+O+A	0.345
4	O+D+R+A	0.399
5	D+O+A+R	0.452

حيث ان O: يمثل العامل المؤكسد، R: يمثل الكاشف، D: يمثل المادة المراد تقديرها، A: يمثل الوسط الحامضي

تأثير درجة الحرارة على امتصاص الناتج

تم دراسة تأثير درجة الحرارة على امتصاص ناتج التفاعل الملون وحسب الظروف المثلى للتفاعل عند مدى من

درجات الحرارة مختلفة (5-60) درجة مئوية وعند الطول الموجي (532) نانومتر، ويمكن توضيح نتائج التجارب من

الجدول (10) والمبين ادناه:

الجدول (10) تأثير درجات الحرارة على الأمتصاص

Temperature C°	Absorbance
5	0.433
10	0.469
15	0.489
20	0.487
25	0.488
30	0.486
35	0.473
40	0.477
45	0.478
50	0.473
55	0.471
60	0.472

من الجدول اعلاه يتبين ان تغير درجة الحرارة لايؤثر بشكل كبير على امتصاص الناتج الملون ،وان افضل قياس للامتصاص كان في درجات الحرارة بين (15-30) درجه مئوية لذلك تم اعتماد درجة حرارة المختبر في التجارب اللاحقة.

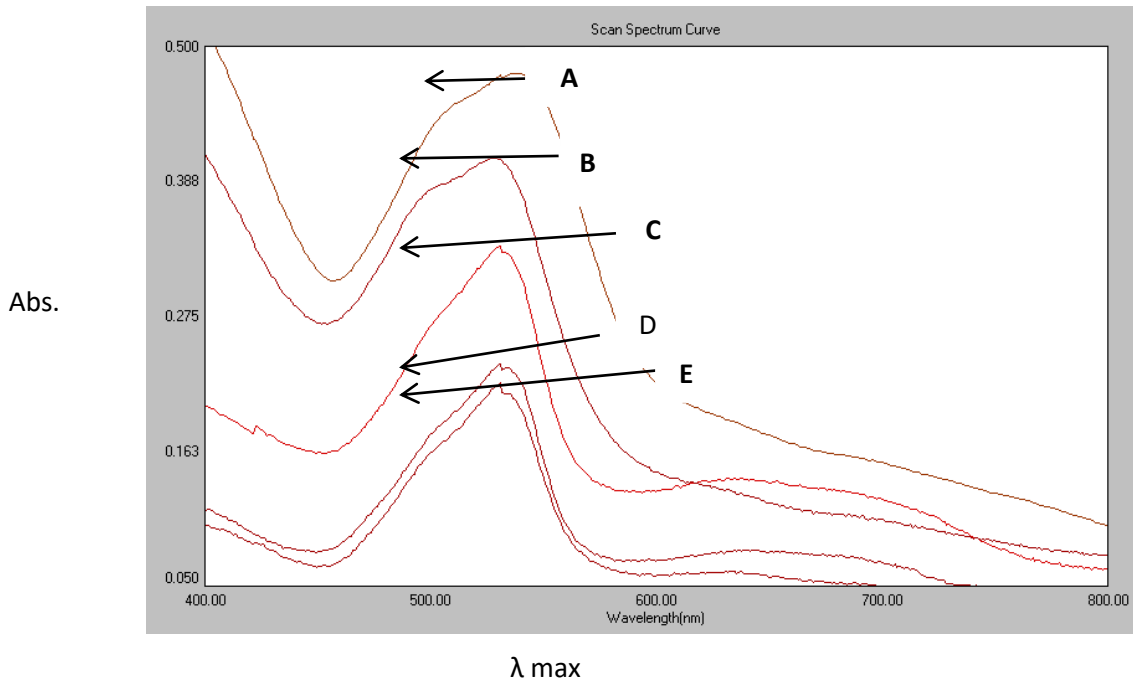
تأثير المذيبات

اجريت دراسة لتأثير بعض المذيبات على امتصاص الناتج الملون وذلك من خلال اجراء الأضافات حسب الظروف المثلى التي تم التوصل اليها ومن ثم اكمال الحجم في قنينة حجمية سعة 20 مل لحد العلامة باستخدام مذيبات مختلفة ،ومن ثم قياس امتصاص الناتج الملون بعد مرور (15) دقيقة لكل محلول محضر مقابل محلوله الصوري وتم تدوين النتائج في الجدول (11) والشكل (2).

الجدول (11) تأثير المذيبات على الأمتصاص

Solvent	λ max	Absorbance
Water (A)	532	0.488
Methanol (B)	529	0.407
Aceton (C)	531	0.334
Isopropanol (D)	531	0.235
Ethanol (E)	531	0.219

من النتائج الموضحة في الجدول (11) نلاحظ ان اعلى امتصاص للناتج في الطول الموجي (532) نانومتر عند استخدام الماء كمذيب لذلك تم اعتماد الماء لأكمال الحجم في جميع التجارب.



الشكل (2) تأثير المذيبات

استقرارية ناتج التفاعل

اجريت هذه الدراسة بأخذ ثلاث احجام مختلفة (1،2،2.5) مل من محلول المثيل دوبا وبتركيز (200) مايكروغرام /مل وكانت التراكيز النهائية للحجوم الثلاثة (10،20،25) مايكروغرام /مل على التوالي واطافة 1.5 مل من -N بروموسكسنيמיד بتركيز 2×10^{-2} مولاري و(2.5) مل من محلول L- تريتوفان ذي تركيز 1×10^{-2} مولاري و(0.5) مل من محلول حامض الهيدروكلوريك بتركيز 1 مولاري، وتم اكمال الحجم في القناني الحجمية سعة (20) مل لحد العلامة بالماء المقطر ومن ثم تم قياس الامتصاص للمحاليل مقابل محاليلها الصورية كل 5 دقائق حيث اعطت

التراكيز الثلاثة اعلى امتصاص بعد مرور 15 دقيقة ويبقى الناتج مستقر لمدة اكثر من 60 دقيقة وهذه المدة مناسبة لاتمام القياسات.

الجدول (12) استقرارية الناتج الملون

Time minute	Absorbance of Methyldopa		
	10 µg/ml	20 µg/ml	25 µg/ml
0	0.104	0.283	0.436
5	0.199	0.301	0.449
10	0.231	0.342	0.478
15	0.285	0.384	0.489
20	0.283	0.382	0.488
25	0.281	0.381	0.487
30	0.280	0.382	0.488
35	0.278	0.380	0.487
40	0.279	0.379	0.486
45	0.277	0.377	0.485
50	0.273	0.375	0.484
55	0.272	0.376	0.481

60	0.271	0.374	0.480
----	-------	-------	-------

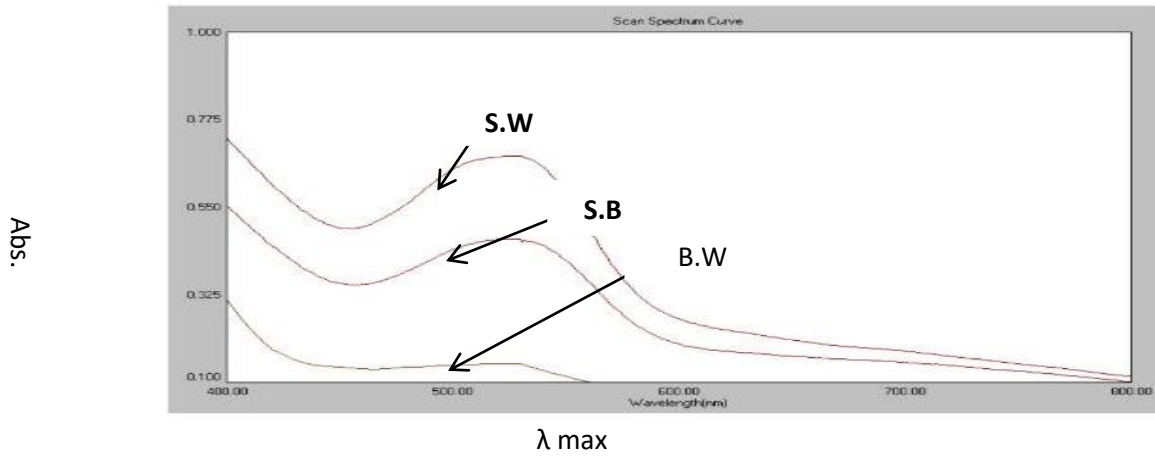
الطيف النهائي للامتصاص

بعد التوصل الى الظروف المثلى وهي استخدام (2.5) مل من محلول المثيل دوبا بتركيز (200) مايكروغرام /مل و(1.5) مل من محلول العامل المؤكسد N-بروموسكسنيמיד بتركيز 2×10^{-2} مولاري و(2.5) مل من محلول L-تربتوفات بتركيز 1×10^{-2} مولاري و(0.5) مل من حامض الهيدروكلوريك بتركيز 1 مولاري بدالة حامضية (1.77)، وبعد الإضافات تم اكمال الحجم الى حد العلامة في قناني حجمية سعة (20) مل بالماء المقطر وبعد مرور 15 دقيقة، تم قياس امتصاص المحلول الناتج مقابل المحلول الصوري، وكان اعلى امتصاص عند الطول الموجي (532) نانومتر وكما موضح في الجدول (13) والشكل (3) يمثل طيف الامتصاص النهائي للمثيل دوبا.

الجدول (13) الظروف المثلى للتفاعل

Volum	Value	Anlytical parameters
2.5 ml	L-Tryptophan 2×10^{-2} M	الكاشف المستخدم
1.5 ml	N-Bromosuccinimide 2×10^{-2} M	العامل المؤكسد
0.5 ml	Acitic acid (1) M	الوسط المستخدم
-	532 nm	الطول الموجي
15 دقيقة	-	زمن اكمال التفاعل
-	D+O+R+A	تسلسل الإضافات

(30-15) C°	-	درجة الحرارة
---------------	---	--------------



الشكل (3) طيف الامتصاص النهائي للمثيل دوبا

حيث ان :

S.W يمثل المثيل دوبا بعد الاقتران مقابل الماء

S.B يمثل طيف امتصاص الناتج مقابل المحلول الصوري

B.W يمثل امتصاص المحلول الصوري مقابل الماء

منحنى المعايرة حسب طريقة العمل المتعددة

بعد تثبيت الظروف المثلى: تم اخذ سلسلة من القناني الحجمية سعة (20) مل و وضع فيها احجام من (0.2-2.6) مل من محلول المثيل دوبا بتركيز 200 مايكروغرام/مل تراكيزها النهائيه (2-26) مايكروغرام/مل، وتم اضافة العامل المؤكسد والكاشف وبالتراكيز والحجوم تم التوصل اليها في الظروف المثلى وبعد مرور 15 دقيقة تم قياس الامتصاص لكل محلول مقابل المحلول الصوري، وكما مبين في الشكلين (4) و(5) ويمثلان منحنى المعايرة وطيف الأمتصاص للمحلول المثيل دوبا وكانت حدود قانون بير بين (2-26) مايكروغرام/مل، وتم حساب الامتصاصية

المولارية وقيمتها 0.3717×10^4 لتر/مول.سم، ودلالة ساندل كانت قيمتها (0.056) مايكروغرام/سم²، ومعامل الارتباط مقداره (0.9947).

$$\mathcal{E} = a \times 1000 \times M$$

$$S = \frac{M}{\mathcal{E}}$$

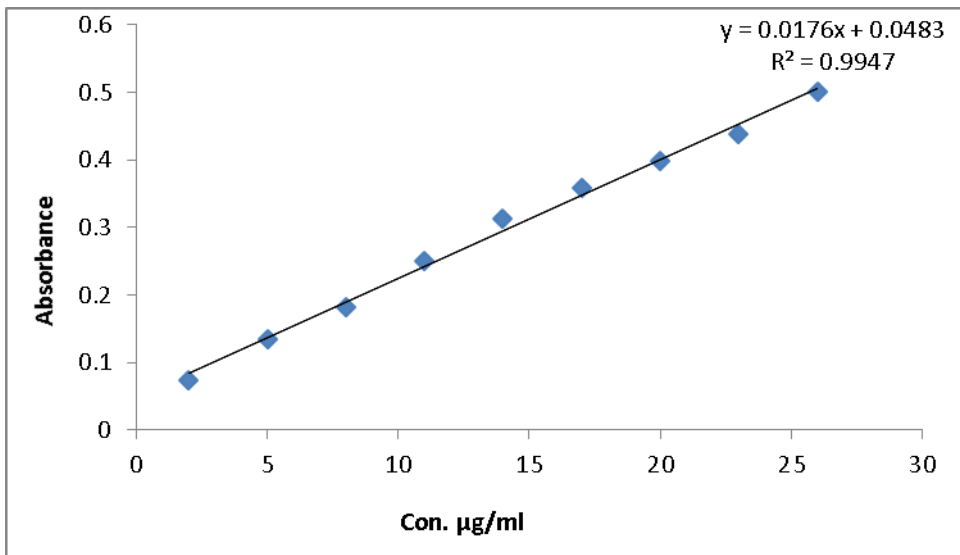
حيث ان :

\mathcal{E} : يمثل الامتصاصية المولارية (لتر زمول⁻¹.سم⁻¹)

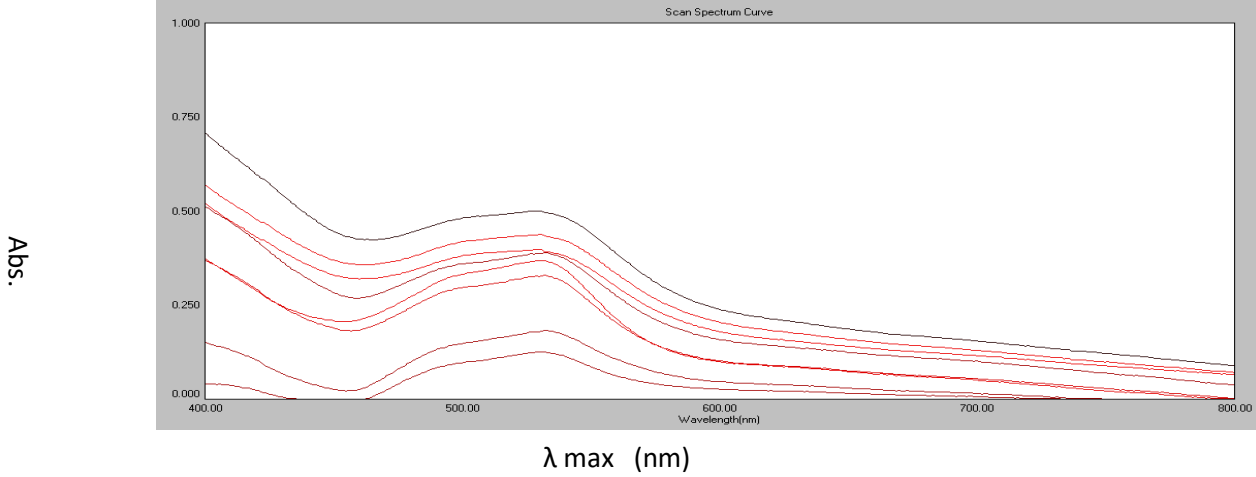
a : ميل المنحني (مل. مايكروغرام⁻¹.سم⁻¹)

M: الوزن الجزيئي الغرامي (غم.مول⁻¹)

S: دلالة ساندل (مايكروغرام.سم⁻²)



الشكل (4) منحنى المعايرة للمثيل دوبا للتراكيز (2-26) مايكروغرام/مل



الشكل (5) طيف الامتصاص النهائي للتركيز (2-26) مايكروغرام/مل

الدقة والتوافقية

استخدمت الظروف المثلى في طريقة العمل لاختبار الدقة التوافقية للطريقة، حيث تم اخذ ست قراءات لثلاث تراكيز مختلفه للعقار مئيل دوبا (5،20،26) مايكروغرام/مل والتي تقع ضمن حدود قانون بير للتركيز في منحني المعايرة، حيث تم حساب قيمة معدل الاسترجاعية وايضا قيمة الانحراف القياسي النسبي^(18,19) ومن القيم وجد ان الطريقة ذات دقة وتوافقية عاليتين وكما مبين في الجدول (14).

الجدول (14) الدقة والتوافقية

Concentration of Methylodopa (taken) $\mu\text{g/ml}$	Concentration of Methylodopa (found) $\mu\text{g/ml}$	Recovery %	Average of Recovery %	RSD %
5	4.926	98.52	98.930	1.04
20	19.869	99.345		0.35
26	25.721	98.926		0.28

حد الكشف وحد الكمي

تم حساب حد الكشف وحد الكمي ⁽²⁰⁾ وذلك من خلال قياس امتصاص المحلول الصوري مقابل الماء ولست مرات في الظروف المثلى، والنتائج في الجدول (15) حيث بلغ قيمة حد الكمي (0.801) مايكروغرام /مل وحد الكشف (0.264) مايكروغرام/ مل.

$$LOD = 3 \times \delta / \text{Slope}$$

$$LOQ = 10 \times \delta / \text{Slope}$$

الجدول (15) حد الكشف وحد الكمي

δ	Slope	LOD	LOQ
0.00228	0.0176	0.4279	1.295

حيث ان LOD: يمثل حد الكشف.

LOQ: يمثل حد الكمي.

Slop: يمثل ميل منحنى المعايرة.

δ : يمثل الانحراف القياسي .

طبيعة الناتج المتكون

يمكن معرفة طبيعة الناتج المتكون ونسبة الارتباط بين العقار والكاشف المستخدم من خلال تطبيق طريقتي

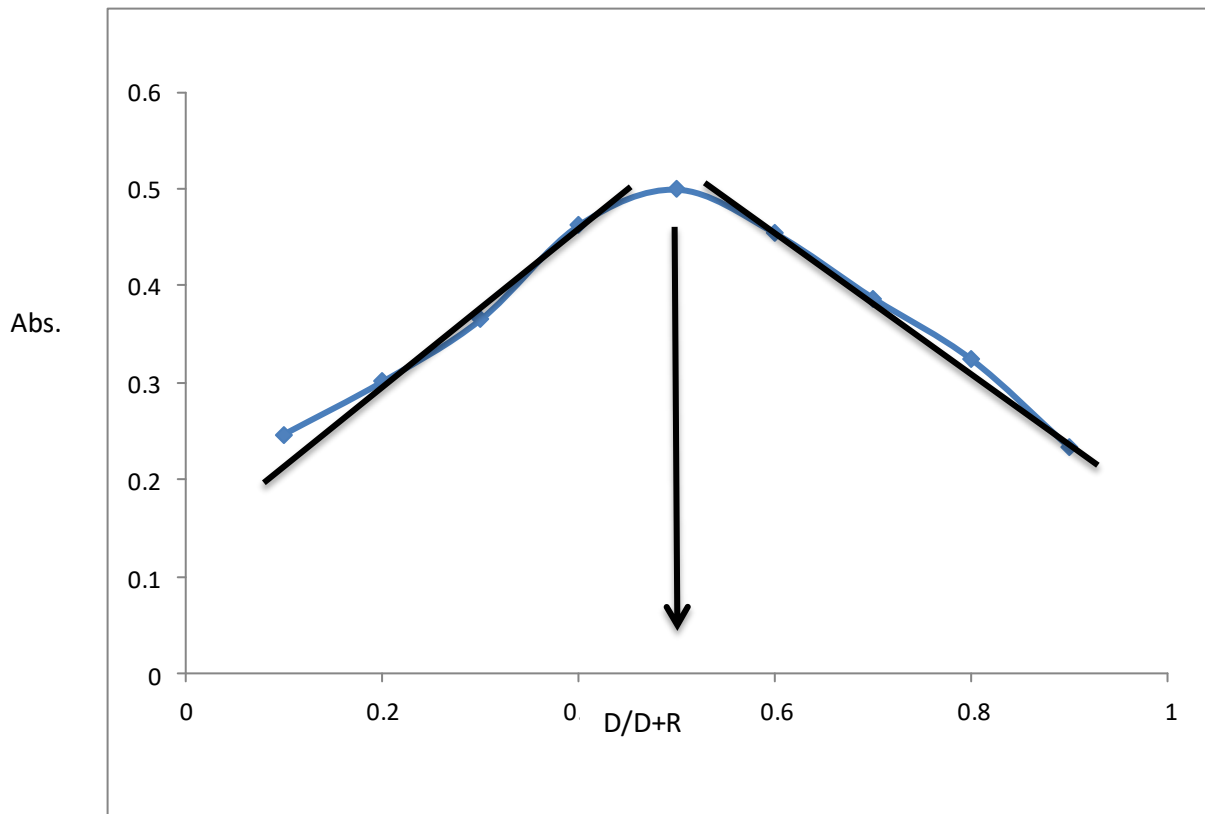
التغيرات المستمرة (طريقة جوب) وطريقة النسب المولية⁽²¹⁾، يجب ان يكون تركيز العقار المثل دوبا مساوي لتركيز

الكاشف L- تربتوفان 1×10^{-2} مولاري في كلا الطريقتين

في

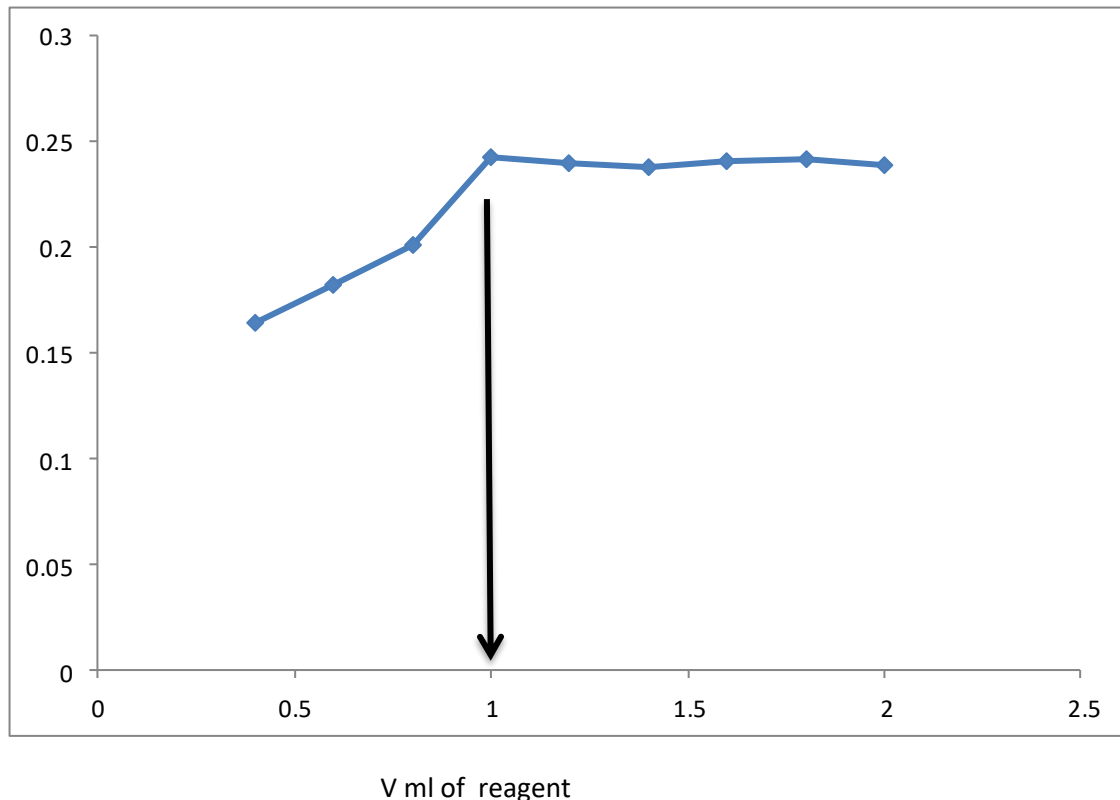
طريقة جوب تم وضع احجام مختلفة من العقار تتراوح بين (0.5-4.5) مل، وأضيفت مكملات هذه الحجم الى حجم 5

مل من المحلول الكاشف في سلسلة من قناني حجمية سعة 20 ml مل



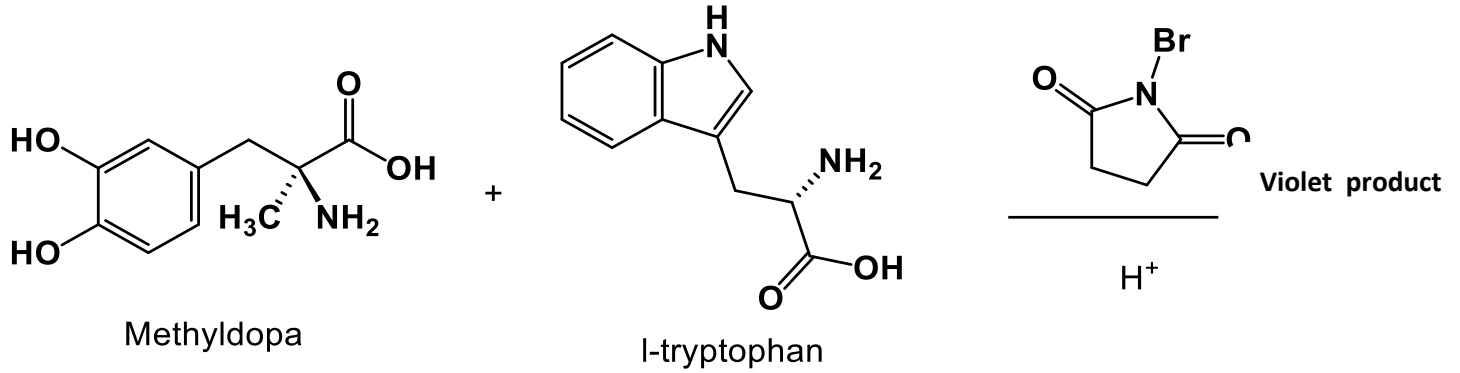
واكملت باقي الإضافات من العامل المؤكسد والوسط الحامضي حسب ما تم التوصل اليه في الظروف المثلى وهي (1.5) مل من (2×10^{-2}) مولاري، و-N برومو سكسنينيميد و(0.5) مل من حامض الهيدروكلوريك بتركيز 1 مولاري واكمل الحجم الى حد العلامة بالماء المقطر وبعد مرور 15 دقيقه بالماء المقطر، تم قياس الامتصاص لهذه المحاليل عند طول موجي (532) نانومتر مقابل محاليلها الصورية وكما مبين في الشكل (6).

وفي طريقة النسب المولية تم وضع 1 مل من محلول العقار في سلسلة من القناني الحجمية وبسعة (20) مل، ومن ثم اضيفت اليها حجوم مختلفة من الكاشف تتراوح بين (0.3-2) مل وبتركيز 1×10^{-2} و تم اضافة 1.5 مل من العامل المؤكسد و-N برومو سكسنينيميد وبتركيز (2×10^{-2}) مولاري و 0.5 مل من حامض الهيدروكلوريك بتركيز 1 مولاري واكمل الحجم الى العلامة بالماء المقطر وتم قياس الامتصاص للمحاليل بعد مرور 15 دقيقه مقابل محاليلها الصورية، وكما موضح في الشكل (7) وجد ان النسبة المولية متفقة في الطريقتين (جوب والنسب المولية) وتحقق النسبة (1:1).



الشكل (7) النسبة المولية

وعليه تكون المعادلة المقترحة كما يلي :



التطبيقات

تم تطبيق الطريقة على المستحضر الصيدلاني الحاوي على المثيل دوبا وهو حبوب الالدميت Aldomet 250

.mg

طريقة القياس المباشرة

في هذه الطريقة تم اخذ ثلاث تراكيز من محلول المستحضر ويعامل بنفس خطوات منحنى المعايرة وتم قياس

الامتصاص لها عند الطول الموجي (532) مقابل المحلول الصوري ومن ثم تم حساب معدل ست قراءات لكل تركيز من

هذه التراكيز ، وحساب الاسترجاعية والانحراف القياس النسبي لكل تركيز وكما مبين في الجدول (16).

الجدول (16) القياسات المباشرة

Type of Pharaceutical	Concentration of Methyldopa (taken) $\mu\text{g/ml}$	Concentration of Methyldopa (found) $\mu\text{g/ml}$	Recovery %	Average Recovery %	RSD %
Tablet	5	5.15	103	99.92	0.64 3
	20	19.691	98.49		0.45 2
	26	25.55	98.27		0.17 9

ففي الجدول اعلاه يتبين ان قيمة معدل الاسترجاعية (99.92)

في حبوب الالدوميت، مما يدل على ان الطريقة ناجحة في تقدير المثل دوبا في المستحضرات الصيدلانية الحاوية عليه.

طريقة الاضافات القياسية

للتأكد من ان الطريقة المقترحة خالية من التداخلات ، تم تطبيق طريقة الاضافات القياسية ⁽²²⁾ في تقدير المثل

دوبا في مستحضراته الصيدلانية، والطريقة تتضمن اضافة كميات ثابتة (0.5 و 1.1) مل من محلول المستحضر

الصيدلاني المحضر بتركيز (200) مايكروغرام/مل وبتراكيز نهائية (11,5) مايكروغرام/مل في سلسلتين من القناني

الحجمية سعة (20) مل، ومن ثم اضافة حجوم متزايدة (0.2، 0.8 ، 1.4 ، 2.3) مل من المحلول القياسي النقي للمثل

دوبا وبتراكيز (200) مايكروغرام/مل، حيث تم معاملة المحاليل اعلاه بنفس الطريقة التي تم اتباعها في منحنى المعايرة،

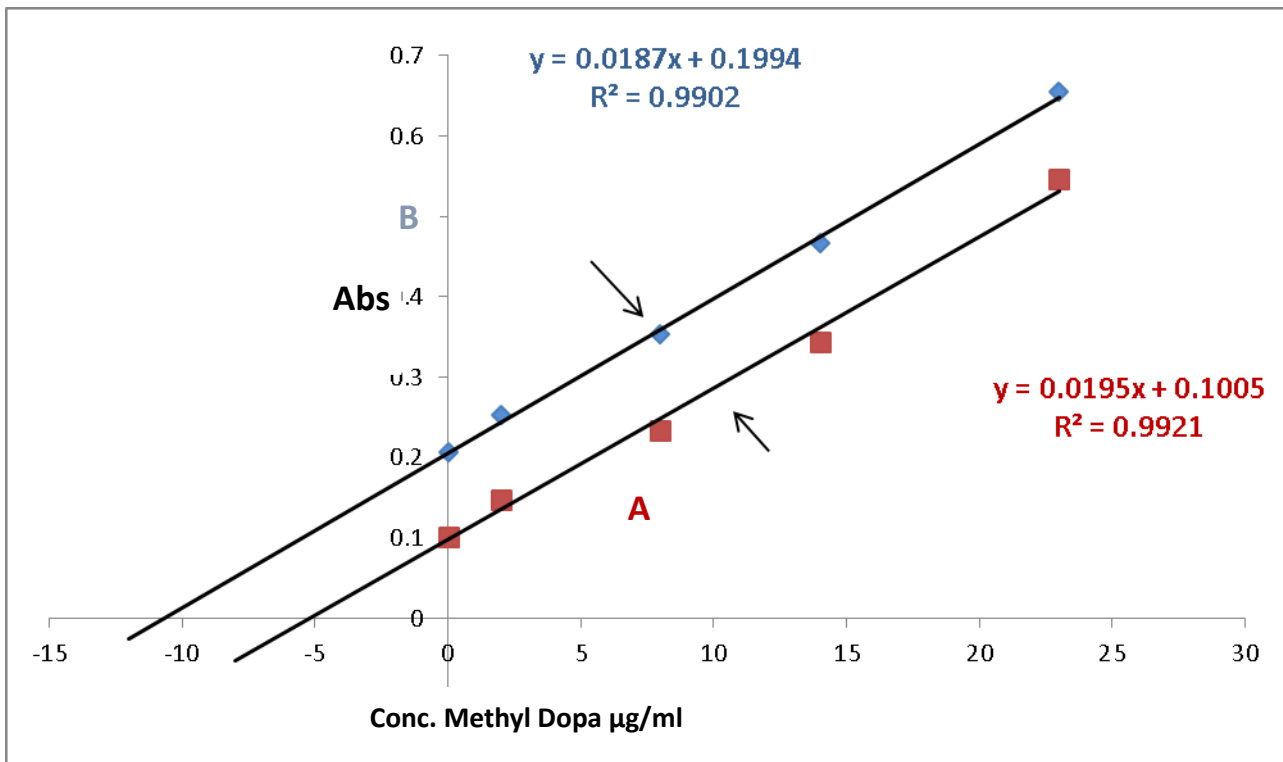
وتم قياس معدل ست قراءات للأمتصاص لكل محلول مقابل المحلول الصوري وعند الطول الموجي (532) نانومتر

والنتائج مبينه في الجدول (17) والشكل (8).

الجدول (17) الأضافات القياسية

Type of Pharaceutical	Concentration of Methyldopa (taken) $\mu\text{g/ml}$	Concentration of Methyldopa (found) $\mu\text{g/ml}$	Recovery %
Tablet	5	5.153	103.06
	11	10.66	96.91

من الجدول اعلاه يتبين ان طريقة الاضافات القياسية متفقة مع الطريقة المباشرة ضمن المدى المقبول للخطأ.



الشكل (8) الأضافات القياسية للمثيل دوبا في حبوب الالدوميت

حيث ان:

A: تمثل منحنى الأضافة القياسية للتركيز (5) مايكروغرام/ م.

B: تمثل منحنى المعايرة للتركيز (11) مايكروغرام /مل.

مقارنة الطريقة مع الطرق الأخرى

اجريت مقارنة للنتائج التحليلية للطريقة الحالية لتقدير مثل دوبا مع طرائق تقدير طيفية اخرى والنتائج موضحة

في الجدول (2-18).

الجدول (18) مقارنة الطريقة مع الطرائق الأخرى

Analytical Parmeters	Present method	Literture method ⁽¹²⁾	Literture method ⁽¹¹⁾
λ max	532	480	565
Color	Violet	Orange	Violet
Reagent	L-Tryptophan	O-Toludine	di-aminothiazol
Beers Law rang μ /ml	2-26	0.5-20	2.5-62
Solvent	Water	Water	Water
pH	1.77	Equal	Alkaline
ϵ (L.mol ⁻¹ .cm ⁻¹)	0.3717×10^4	1.47×10^4	0.382×10^4

T (C ⁰)	15-30	Room temperature	-
---------------------	-------	---------------------	---

من الجدول اعلاه يتبين ان الطريقة المقترحة تعتبر جيدة لانها لا تحتاج الى مذيبات عضوية بل تتم باستخدام الماء اي انها اقتصادية وعملية في نفس الوقت وتتم في درجة حرارة المختبر اي لا تحتاج الى تثبيت درجة الحرارة اما المدة الزمنية لاستقرار الناتج تعتبر كافية لاجراء العديد من القياسات . بالإضافة الى دقة الطريقة ونسبة الخطأ جيدة مقارنة مع الطرق الأخرى.

الاستنتاجات

طورت طريقة طيفية بسيطة وحساسة لتقدير المثيل دوبا بتفاعلات اقتران تأكسدي حيث تعتمد الطريقة على تفاعل المثيل دوبا مع الكاشف L- تربتوفان، وبوجود N- برومو سكسنيميد كعامل مؤكسد وفي وسط حامضي، وكان الناتج بنفسجي اللون، له اعلى امتصاص عند الطول الموجي (532) نانومتر، ومدى التراكيز لقانون بير بين (2-26) مايكروغرام /مل، وقيمة الأمتصاصية المولارية (0.3717×10^4) لتر /مول .سم، ودلالة ساندر قيمتها (0.056) مايكروغرام/سم². وحد الكشف للطريقة بلغت (0.4275) مايكروغرام/مل، والحد الكمي (1.295) مايكروغرام/مل، وقيمة الاسترجاعية بين 98.52-99.345%C، اما الانحراف القياسي فلا يتجاوز (1.04) % ، وتم تطبيق الطريقة بنجاح على المثيل دوبا في مستحضره الصيدلاني بشكل حبوب

المصادر

1. British Phamacoepia, CD- Rom 6th ed system. simulation Ltd., the Stationary office London 2009.
2. Nagam S. T., Elham N. M. Annals of Tropical Madicine and public Health, 2021, 24:528.
3. Mcevoy, G.K. (ed). American Hospital Formulary Service - Drug Information. Bethesda, MD: American society of Health -System pharmacists, Inc. (plus supplements) ., p. 1510, 1998,
4. Budavari, S. (ed). The Merckindex - An Enagchopedie of Chemicals, Drugs, and Biologicals. Whitehouse Station, NJ Merck and Co., Inc, p. 1034, 1996.
5. AL. Da'any M. A., Moswi, R.F., g Chemistry and Materials Research, 2013, 3-31.

6. Fauladgar M., Ahmadzaden S., Application of ananostru ctured Sensor based on Nio nanopartiches modified Carbon Paste electrode for determination of methyldope in the Presence of folic acid, Applied surface science, 2016, 379:150.
7. Mah G.T, Tejani AM, Musini VM "Methyldopa for Primary hypertension". (October 2019).
8. L.K. Abdulrahman, A. M. AI-Abachi, M.H. AL-Qaissy. "Flow Injection Spectrophotometric determination of some Catecholamine drugs in pharmaceutical Preparations via oxidative Caupling reaction with p-Toluidine and sodium periodate", J. of Um. Salama for Science, , (2005), 2(1), 124-130.
9. Gadkariem, E.A., et al."A new spectrophotometric method for the determination of methyldopa "Saudi pharmaceutical journal 17.4:289-293.(2019).
10. A. Abdul - Monem and E. Bahget, "spectrophotometin micro determination of methytdopa and etilefrine hydrochloride using copper (II) neocuproine reagent in pure form and pharmaceutical formulations", Der Pharma cia Lelter, (2018) , 10 (8), 17-32.
11. N.K. Abood, "Spectrophotometric determination of amino and phenolic drugs in pharmaceutical preparation using flow injection and clow point methods", Ph. D. Thesis Mustansiryah University(2020).
12. A. A. AL-Dáamy and R.F. Al Moswi, "Spectrophotometric determination af methyldapa in Pharmaceutical preparation via axidative Coupling organic reaction", Materials Res, (2013), 3(5).
13. GadKariem, E. A. et al "Anew spectrophotometrie method for the determination of methyldopa". Saudi pharmaceutied Journal 17, 4:289-293, (2019).
14. Tajik, Somayeh, Mohammad Ali Taher, and Hadi Beitollarhi "First report for simultaneous defermination of Methyl dope and hydrochlorothinzid, using ananostructured based electrachemical Sensor" Journt of Electroanalytical Chemistry 704 p137 - 144 (2013).
15. Muzzi, Chiara, et al. "Simultaneous determination of serum Concentrations of levodopa, dopamine, 3-o-methyl dopa and α -mettyldlopa by HPLC". Biomedicine and pharmacotherapy 62.4, P-253-258. (2018).
16. Haynes, William M. , ed. CRC HandbooK of Chemistry and physics (97 th ed.) . CRC press. p. 5-88.(2016).
- LV, Li, et al. "LC-MS - MS simultaneous determination of La -dopa and its prodrug L- dopa n-pentyl .17 ester hydrochoride in rat plasma "Chromatographia 72-3 -4 (2010)-239-243.
18. ثابت سعيد الغبشة , مؤيد قاسم العباجي , "التحليل الوصفي والحجمي " , دار الكتب للطباعة والنشر , جامعة موصل 1989, ص-421 . 413
19. D.B Hibbert "Quality Assurance for the Analytical Chemistry Laboratory ",Oxford University Press,Inc,New York, USA 2007,p254.

20. Miguel valcarce, Cases,Angelal. Lopez-Lorenta,M.Angeles Lopez-jimenez"foundations of Analytical chemistry"ATeaching –learning Approach 2017 Edition ;spriger ,p.92-104,https://doi.org /10.1007/978-3-319-62872-1.

21. عبد المحسن عبد الحميد الحيدري , (التحليل الكيمياء الألي) المكتبة الوطنية , دار الكتب والوثائق , جامعة بغداد .1999, ص-177 .174

22. D.A. Skoog, D.M.West,F.J.Holler,S.R. Crouch "Analytical Chemistry,"7th Edn.,Sannders College publishing ,philadelphia ,2001,P152-155,135-139.

Abstract:

This chapter included the development of a spectrophotometric method for the determination of methyl dopa by oxidative coupling with the reagent L-tryptophan in an acidic medium (hydrochloric acid) and in the presence of N-bromosuccinimide as an oxidizing agent, to form a violet-colored product with the highest absorption at the wavelength of 532 nm, and with a molar absorbance of 3.717×10^3 L/mol.cm, and Beer's law is followed in a range of concentrations (2-26) $\mu\text{g/ml}$, Sandel's index value is $0.056 \mu\text{g/cm}^2$, and the method was characterized by accuracy and high compatibility as the recovery value reached 98.52-99.345%, and the relative standard deviation was not It exceeds 1.04%, with a detection limit of $0.4275 \mu\text{g/ml}$ and a quantitative limit of $1.295 \mu\text{g/ml}$. It was successfully applied to pharmaceutical preparations of methyl dopa in pill form.

Keywords : spectrophotometric determination , oxidative coupling , methyl dopa , L-tryptophan.

Spectrophotometric method for the determination of methyl dopa in its pure form and in its pharmaceutical formulations using the oxidative coupling reaction

Iman Musa Yadkar ⁽¹⁾,**Sarhan Ali Salman** ⁽²⁾, **Shahla Jamal Shakur** ⁽³⁾

¹ College of Education for Girls \ Department of Chemistry \ University of Tikrit ² College of Science \

Department of Chemistry \ University of Tikrit

³ College of Science \ Department of

Chemistry \ University of Kirkuk

Emanmusa610@gmail.com , Sarhan.ali@tu.edu.iq , shahla.jamal@uokirkuk.edu.iq

ISSN (Print): 2958-8987

ISSN (Online): 2958-8995

Doi: 10.59799/APPP6605

Utilization Finite Element Methods for Solving the Inverse Problem of Viscous Burgers' Equation

Hassan H. Mohameed¹, Prof. Dr. Ghassan Ezzulddin Arif², Dr. Mohammed Azeez Hilal³

^{1,2} Department of Mathematics, College of Education for Pure Sciences, Tikrit University, Iraq.

³ Baquba Technical Institute, Middle Technical University, Iraq.

¹ hhasan.1989@gmail.com, ² ghasanarif@tu.edu.iq, ³ mohammed_azeez_hilal@mtu.edu.iq.

Utilization Finite Element Methods for Solving the Inverse Problem of Viscous Burgers' Equation

Hassan H. Mohameed¹, Prof. Dr. Ghassan Ezzulddin Arif², Dr. Mohammed Azeez Hilal³

1,2 Department of Mathematics, College of Education for Pure Sciences, Tikrit University, Iraq.

3 Baquba Technical Institute, Middle Technical University, Iraq.

¹ hhsan.1989@gmail.com, ² ghasanarif@tu.edu.iq, ³ mohammed_azeez_hilal@mtu.edu.iq.

Abstract

In this paper, we utilize a combination of the finite element method and the finite difference method to solve the one-dimensional nonlinear Burgers equation. The discretization in time was applied to construct the method, and for each time step, a system of nonlinear equations was obtained. To solve these equations, the inverse Cole-Hopf transformation was employed. The efficiency of the proposed method was demonstrated by comparing the numerical solutions obtained for different viscosity values with the exact solutions. The results showed a remarkable agreement between them.

Keywords: Inverse problem, Burgers' equation, Finite element methods, Cole-Hopf transformation.

1. Introduction:

In this paper we will consider the one-dimensional viscous Burgers equation to be the nonlinear parabolic partial differential equation (PDE)

$$u_t + uu_x - \mu u_{xx} = 0 \quad (1.1)$$

where $\mu > 0$ is the kinematic viscosity. This is the simplest PDE combining both nonlinear propagation effects and diffusive effects. When the term μu_{xx} is removed from (1.1) we obtain that called the inviscid Burgers equation which is a hyperbolic PDE.

Bateman introduced this equation in 1915 [1]. Bateman utilized this equation as a representation of the movement of a viscous fluid in situations where the viscosity approaches zero. He derived two distinct types of steady state solutions for the problem of an infinite domain. More than thirty years later, Johannes M. Burgers [3] introduced the equation (1) aiming to create a straightforward mathematical model that could capture the essential characteristics observed in turbulent hydrodynamic flows. Consequently, the

equation became known as the Burgers equation due to its association with Burgers' efforts . Despite advancements in concepts and techniques for solving nonlinear partial differential equations, obtaining Analytical Solutions for Diffuseness Problems remains challenging. Therefore, Numerical Solutions are often considered the most effective approach for studying the characteristics of these equations [11]. Therefore, it is essential to examine the characteristics of the Burger's equation in order to understand the fundamental equations of fluid mechanics.

Over the past few decades, numerous researchers have been interested in obtaining solutions for the Burger's equation through various analytical and numerical methods. These methods include the Cole-Hopf transformation introduced by Cole in 1951[5], Fletcher's in 1983 [6], the finite element method implemented by Cecchi and others in 1996[4], and the explicit finite difference method used by Kutluay and others in 1999[9], Ozis and others in 2003[13], the finite element method using various forms of cubic spline-B functions by Kutluay and others in 2004[38], and the finite difference method implemented by Hassanien and others in 2005[7], the implicit finite difference method applied by Kadalbajoo and others in 2005[8], Liao in 2008[12], Jiang and Wang in 2010 [19], the implicit logarithmic finite difference method developed by Srivastava and others in 2013[15], Bhrawy and Others in 2015 [2], and Tamsir and others in 2016[16].

This study utilized a combination of the finite element method and the finite difference method, which were applied to discretize the nonlinear Burgers equation in time with the inverse problem situation. The inverse Cole-Hopf transformation was employed to solve the equation. The obtained numerical results were compared to Cole's exact solution for $\mu = .1$ of viscosity value based on H^1 and L^2 errors. The comparison revealed that the numerical results were highly satisfactory.

2. Problem Statement:

This study will focus on considering the viscous one-dimensional Burgers equation, which is given as follows:

$$\begin{cases} u_t + uu_x - \mu u_{xx} = 0, & x \in \Omega, \quad t \in (t_0, t_f] \\ \mathcal{R}u = g, & x \in \partial\Omega, \quad t \in (t_0, t_f] \\ u = u_0(x), & x \in \bar{\Omega}, \quad t = t_0 \end{cases} \quad (2.1)$$

Where x belongs to the spatial domain Ω , t belongs to the time interval $(t_0, t_f]$ and $\mu = 1/R$ s.t R is the Reynold number. The equation is subject to a boundary condition $\mathcal{R}u = g$ on the boundary $\partial\Omega$ and an initial condition $u = u_0(x)$ at time $t = t_0$.

2.1 Cole-Hopf Transformation [5]:

An Important work was done by Cole and Hopf by finding a substitution for Burgers' equation that converts (2.1) into the linear heat equation. This transformation, known as the Cole-Hopf transformation, is expressed as follows:

$$u(x, t) = -2\mu \frac{\beta_x(x, t)}{\beta(x, t)} \quad (2.2)$$

By applying the Cole-Hopf transformation, where $\beta(x, t)$ is a non-zero function, Burgers' equation can be transformed into the simplified form:

$$\frac{\partial \beta}{\partial t} = \mu \frac{\partial^2 \beta}{\partial x^2}$$

Nevertheless, this transformation introduces complexities in defining the boundary conditions and initial conditions, as we will soon observe. However, despite these challenges, the Cole-Hopf transformation enables us to obtain exact solutions for the one-dimensional Burgers' equation in various general scenarios.

2.2 Exact Solution [18]:

In this case, let's specifically consider homogeneous Dirichlet-boundary conditions as follows:

$$\begin{cases} u_t + uu_x - \mu u_{xx} = 0, & x \in \Omega, & t \in (t_0, t_f] \\ u = 0, & x \in \partial\Omega, & t \in (t_0, t_f] \\ u = u_0(x), & x \in \bar{\Omega}, & t = t_0 \end{cases} \quad (2.3)$$

Through the utilization of the Cole-Hopf transformation, we obtain the following form:

$$u = -2\mu \frac{\beta_x(x, t)}{\beta(x, t)} = 0, \quad x \in \partial\Omega$$

Consequently, our own boundary conditions transformed into Neumann-conditions:

$$\beta_x(x, t) = 0, \quad \text{for } x \in \partial\Omega$$

The following are the results that we obtain after solving the separable ordinary differential equations (ODEs) for our initial conditions:

$$\beta(0, x) = \beta_0(x) = e^{-\frac{1}{2\mu} \int_{\delta}^x u_0(\theta) d\theta}$$

All that together give us:

$$\begin{cases} \frac{\partial \beta}{\partial t} - \mu \frac{\partial^2 \beta}{\partial x^2} = 0, & x \in \Omega, t \in (t_0, t_f] \\ \frac{\partial \beta}{\partial t} = 0, & x \in \partial\Omega, & t \in (t_0, t_f] \\ \beta = e^{-\frac{1}{2\mu} \int_{\delta}^x u_0(\theta) d\theta}, & x \in \bar{\Omega}, & t = t_0 \end{cases} \quad (2.4)$$

in such a way δ forms the left boundary of $\partial\Omega$.

Now, we are able to derive an exact solution that can be utilized to assess and validate the accuracy of our numerical methods. Specifically, we select the spatial domain Ω to be the interval $(0,1)$ for this purpose.

Considering the boundary conditions,

$$\beta_x(0,t) = \beta_x(1,t) = 0$$

We can express,

$$\beta(x,t) = a + e^{-\pi^2\mu t} \cos(\pi x), \text{ for } a > 1$$

By making this specific choice, the selected solution satisfies the boundary condition and provides a closed-form expression for the initial condition u_0 .

We obtain the following result by utilizing of the Cole-Hopf transformation

$$u(x,t) = \frac{2\mu\pi e^{-\pi^2\mu t} \sin(\pi x)}{a + e^{-\pi^2\mu t} \cos(\pi x)} \quad (2.5)$$

and the accompanying initial condition is:

$$u_0(x) = \frac{2\mu\pi \sin(\pi x)}{a + \cos(\pi x)} \quad (2.6)$$

3. Numerical Methods:

This section will discuss the different methods used to address problem (2.1), which fall under the category of finite element approaches.

3.1 Finite Element Methods:

On our linearized equation (2.4), we are currently in the stage of using the *FEM*, with the methodology that was offered by Öziş [13]. This strategy is not only very easy to put into practice, but it also avoids the requirement for utilizing any further linearization methods for (2.3). Yet, since we are going to apply the Cole-Hopf transformation (2.2) to determine $u^h(x,t)$ even after solving the approximation $\beta^h(x,t)$, in case of, this strategy going to typically miss one-degree of precision owing to the derivative-term (2.2). As a consequence of this, higher order *FEM* approaches, such as those addressed in this work, are required. According to the author's best knowledge and understanding, a novel approach for solving (2.3) may be found by first solving (2.4) with higher order techniques, and then applying (2.2) thereafter.

3.1.1 Weak Form:

Considering any random test function, such as $v(x) \in H(0,1)$ multiplied by (2.4), such that $H(0,1)$ indicates the whole of the space occupied by functions that are (piecewise continuous) along with no less than a single (piecewise continuous) derivative over the $(0, 1)$ domain. Our BCs were more natural than necessary, because we are dealing with homogeneous Neumann-conditions. Which it gives

$$\int_0^1 v \frac{\partial \beta}{\partial t} - v \mu \frac{\partial^2 \beta}{\partial x^2} dx = 0$$

By part integration, we have

$$\int_0^1 v \frac{\partial \beta}{\partial t} + \mu \frac{\partial \beta}{\partial x} \frac{dv}{dx} dx = \mu \left[v(1) \frac{\partial \beta}{\partial x}(1, x) - v(0) \frac{\partial \beta}{\partial x}(0, t) \right]$$

For the BC $\frac{\partial \beta}{\partial x}(1, t) = \frac{\partial \beta}{\partial x}(0, t) = 0$, we are having

$$\int_0^1 v \frac{\partial \beta}{\partial t} + \mu \frac{\partial \beta}{\partial x} \frac{dv}{dx} dx = 0 \quad (2.7)$$

(2.7) indicates a weak solution to (2.4). To put it another way, a classical solution to equation (2.4) will fulfil the requirements of equation (2.7), but a solution to equation (2.7) will only fulfil the requirements of equation (2.4) when it is continuous.

3.1.2 Discretization:

Our domain is discretized using N equidistant intervals. Next, we proceed by inserting $\mathcal{P} - 1$ equidistant points into the middle of every interval, resulting in the formation of the points x_i , where i ranges from 0 to $N_{\mathcal{P}}$. It's important to note that \mathcal{P} represents the degree of the polynomial space employed in our finite element approximation. Now, we proceed by selecting a limited collection of elements from $Z^h \subset H(0,1)$ denoted as a finite-dimensional subset, then we opt for a set of piecewise polynomials with a degree of \mathcal{P} for Z^h to serve as our basis. We represent our basis-functions as $\{\varphi_i\}_{i=0, \dots, N_{\mathcal{P}}}$ where each φ_i corresponds to a point x_i and spans over one or two intervals. Specifically, the basis-functions that correspond to the endpoints of the initial N -intervals extend their influence over both neighboring intervals, except for φ_0 and $\varphi_{N_{\mathcal{P}}}$, which do not extend beyond the domain $(0,1)$. On the other hand, each basis-function φ_i associated with an interior point only affects the original interval in which x_i is located.

Moreover, we specify that our basis is nodal, meaning that $\varphi_j(x_i) = 1$ for $i = j$ and $\varphi_j(x_i) = 0$ for $i \neq j$ for x_i to the support of φ_j . Therefore, we could write

$$\beta^h(x, t) = \sum_{i=0}^{N_{\mathcal{P}}} e_i(t) \varphi_i(x)$$

in fact, each coefficient $e_i(t)$ corresponds to our model's approximation at x_i during time t is an obvious advantage of the above formulation, *i. e.*

$$e_i(t) = u^h(x_i, t) \quad (2.8)$$

3.1.3 Matrix Form:

Now, the formulation represented by equation (2.7) is now transformed into,

$$\int_0^1 \left[v \sum_{i=0}^{N_{\mathcal{P}}} e_i'(t) \varphi_i(x) + \mu \sum_{i=0}^{N_{\mathcal{P}}} e_i(t) \varphi_i'(x) v'(x) \right] dx = 0$$

With rewriting, we get

$$\sum_{i=0}^{N_{\mathcal{P}}} e_i'(t) \int_0^1 v(x) \varphi_i(x) dx + \mu \sum_{i=0}^{N_{\mathcal{P}}} e_i(t) \int_0^1 \varphi_i'(x) \frac{dv}{dx} dx = 0$$

Now, if we consider v as a basis-function $\varphi_j(x)$, it gives us

$$\sum_{i=0}^{N_{\mathcal{P}}} e_i'(t) \int_0^1 \varphi_i(x) \varphi_j(x) dx + \mu \sum_{i=0}^{N_{\mathcal{P}}} e_i(t) \int_0^1 \varphi_i'(x) \varphi_j'(x) dx = 0$$

Moreover, in case we substitute $v = \varphi_j(x)$ for $j = 0, \dots, N_{\mathcal{P}}$, we can derive the following set of equations:

$$Qe'(t) = -We(t), \quad Q_{ij} = \int_a^b \varphi_i(x) \varphi_j(x) dx, \quad W_{ij} = \int_a^b \varphi_i'(x) \varphi_j'(x) dx$$

Therefore, the solution to issue (2.7) is obtained via solving of an ordinary differential equation. Where Q is the (*mass matrix*) and W is the (*stiffness matrix*). Through the selection of our basis, it can be demonstrated that the mass and stiffness matrices we utilize exhibit sparsity, positive definiteness, and symmetry [13]. We employ Gaussian-quadrature with an order of $(2\mathcal{P} - 1)$ in solving the mentioned integrals to accurately calculate these matrices [14].

3.2.4 Methods for Cole-Hopf Transformation:

After obtaining $\beta^h(x, t)$ by solving equation (2.4), it is necessary to utilize the inverse Cole-Hopf transformation to determine $u^h(x, t)$ using the equation

$$u^h = -2\mu \frac{\beta_x}{\beta}$$

Öziş [13] proposes an approximation for β_x using the central difference method, which is known for its second-order accuracy.

$$\beta_x(x_i, t_j) \approx \frac{\beta_{i+1}^j - \beta_{i-1}^j}{2\Delta x}$$

When considering $p = 1$, specifically when dealing with piecewise linear functions, this option is highly commendable. However, when $p > 1$, selecting this option imposes a restriction on our accuracy, limiting it to the second order within the spatial domain. Consequently, this nullifies the benefits gained from utilizing polynomials of higher orders. Instead, in this investigation, for $p > 1$, we approximate $\beta_x(x, t)$ by utilizing the finite element derivative

$$\beta_x(x_i, t_j) = \sum_{i=1}^{N_P} e_i(t) \varphi'_i(x)$$

The level of approximation is accurate until the order p . Hence, we anticipate achieving an overall accuracy of p order in the L^2 norm and $p - 1$ order in the H^1 norm.

3. Numerical Implementation:

Our analysis will primarily concentrate on employing the exact solution (2.5) and the initial condition (2.6) to assess and examine various numerical methods, which we will discuss in greater detail below. We will then present results that summarize our comparison of these methods at $\mu = .1$, equivalent to a Reynolds number of 10. This setting is potentially more challenging numerically compared to $\mu = 1$.

For the different methods on the spatial grid spacing Δx and the temporal grid spacing Δt over the time required to identify the solution, the H^1 and L^2 errors are given as follows:

$$H^1 \text{ error: } \|u^h - u\|_1 = \int_0^1 u^h + \frac{du^h}{dx} - u - \frac{du}{dx} dx$$

$$L^2 \text{ error: } \|u^h - u\|_0 = \int_0^1 u^h - u \, dx$$

Here u^h is the approximate solution and u the exact solution at the final-time t_f , and considering the grid points x_i . Gaussian quadrature of degree $2p$ is employed as a method to integrate and compute the H^1 and L^2 errors over each interval, to measure the accuracy of our solutions and ensure reliable and precise results for each of our methods.

3.1 Discrete in Time Method:

In order to solve this Ordinary Differential Equation (ODE), we are going to investigate two different approaches. One approach is to divide the problem into discrete intervals in both time and space.

Therefore, we will approximation $e(t)$ and $e^j \approx e(j\Delta t)$ and $e'(t)$ with finite-difference $e'(t) \approx \frac{1}{\Delta t}(e^{j+1} - e^j)$ We have

$$\frac{1}{\Delta t}Q(e^{j+1} - e^j) + \mu W(\lambda e^{j+1} + (1 - \lambda)e^j) = 0$$

Such that $0 \leq \lambda \leq 1$ is the factor of weight that representing:

- $\lambda = 0$, the explicit 1th-order forward-Euler method with T is stable conditionally.
- $\lambda = 0.5$, the implicit 1th-order with dissipative backward-Euler method in time is stable unconditionally.
- $\lambda = 1$, the implicit 2th-order Crank-Nicolson method with T is stable unconditionally.

We have chosen to exclusively employ the Crank-Nicolson method in this study due to our aim of achieving a significant level of precision.

At this point, we are able to write down our equation.

$$De^{j+1} = Ee^j \text{ such that } D = Q + \mu\lambda\Delta tW \text{ and } E = Q - \mu(1 - \lambda)\Delta tW$$

Hence, by calculating D and E only once, we can progress our system in time by solving the equation $Ae^{j+1} = b$, where $A = D$ and $b = Ee^j$. Due to the sparsity, symmetry, and positive definiteness of matrix D , we can employ a specialized Cholesky solver designed for sparse matrices to effectively calculate the desired solution. The `chol(A, 'lower')` command in *MATLAB*[®] offers an effective solver for this objective. The following tables show the results obtained by this method:

Δx	Δt	H^1 error	H^1 conv.	L^2 error	L^2 conv.	T
1.25E-01	1.25E-01	3.90E-02	—	6.66E-04	—	308.6
6.25E-02	6.25E-02	1.98E-02	0.974	1.66E-04	2.004	507.9
3.12E-02	3.12E-02	1.00E-02	0.989	4.15E-05	1.999	897.7
1.56E-02	1.56E-02	5.01E-03	0.996	1.04E-05	1.999	1777.7
7.81E-03	7.81E-03	2.51E-03	0.998	2.60E-06	1.999	3748
3.90E-03	3.90E-03	1.25E-03	0.999	6.50E-07	1.999	8191.1
1.95E-03	1.95E-03	6.28E-04	0.999	1.62E-07	1.999	23711.6
9.76E-04	9.76E-04	3.14E-04	0.999	4.06E-08	1.999	109360.9

Table 3.1: H^1 and L^2 error and convergence rates for the quadratic DFEM method

Δx	Δt	H^1 error	H^1 conv.	L^2 error	L^2 conv.	T
5.00E-01	3.00E-02	7.80E-04	—	2.54E-05	—	303.1
2.50E-01	3.00E-03	3.74E-05	4.38	6.56E-07	5.278	482.7
1.25E-01	9.00E-04	1.82E-06	4.36	2.05E-08	4.998	927.5
6.25E-02	1.00E-04	1.10E-07	4.044	5.64E-10	5.186	2648
3.12E-02	3.00E-05	6.93E-09	3.997	1.96E-11	4.847	19683.9

Table 3.2: H^1 and L^2 error and convergence rates for the quintic DFEM method

Δx	Δt	H^1 error	H^1 conv.	L^2 error	L^2 conv.	T
1.00E+00	3.12E-02	5.55E-04	—	2.10E-05	—	489.1
5.00E-01	1.95E-03	1.06E-05	5.707	1.82E-07	6.846	777.8
2.50E-01	1.22E-04	1.92E-08	9.107	2.25E-10	9.66	1405.8
1.25E-01	1.52E-05	2.78E-10	6.116	9.34E-12	4.594	3854.5
6.25E-02	6.10E-05	1.58E-10	0.816	3.65E-11	-1.968	10065.6

Table 3.3: H^1 and L^2 error and convergence rates for the octic DFEM method

It is observed that the *DFEM* linear approach attains rates of $p + 1$ in the L^2 norm and p in the H^1 norm. This outcome can be attributed to the utilization of a second-order accurate approximation of θx in the inverse Cole-Hopf transform discussed in section 3.2.4.

3.2 Continuous in Time Method:

Our second approach involves treating our ordinary differential equation *ODE* to be a continuous problem. Instead of discretizing our problem, we are able to solve the follows *ODE*

$$Qe'(t) = -We(t)$$

directly by utilizing an *ODE* solver to find a solution for $e(t)$. Our solver, out of necessity, will approach the *ODE* discretely. However, unlike the finite difference in time method, we will employ adaptive step sizes, eliminating the need to directly construct a time grid. In doing so, we enable greater flexibility in our approach to solving the *ODE*. To accomplish this, we make use of the *ODE* solvers provided in *MATLAB*[®]:

- The Explicit Runge-Kutta (4,5) Dormand-Prince, non-stiff ode45,

- The Explicit Runge-Kutta (2,3) Bogacki and Shampine, non-stiff ode23,
- The Adams-Bashforth-Moulton, non-stiff ode113,
- The Numerical Differentiation Formula, stiff ode15s,
- The Modified Rosenbrock formula of order 2, stiff ode23s.

Our experiments with numerical investigations demonstrate that when addressing this problem, ode15s yields the most optimal results.

The following tables show the results obtained by this method:

Δx	Δt	$H^1 error$	$H^1 conv.$	$L^2 error$	$L^2 conv.$	T
1.25E-01	1.00E-04	3.89E-02	—	6.44E-04	—	198.8
6.25E-02	1.00E-04	1.98E-02	—	1.61E-04	1.999	325.1
3.12E-02	1.00E-05	1.00E-02	0.973	4.04E-05	1.995	582.9
1.56E-02	1.00E-05	5.01E-03	0.989	1.04E-05	1.956	1131.3
7.81E-03	1.00E-06	2.51E-03	0.995	2.57E-06	2.017	2261.3
3.90E-03	1.00E-07	1.25E-03	0.998	6.36E-07	2.016	5180.5
1.95E-03	1.00E-07	6.28E-04	0.999	1.69E-07	1.909	13948.4
9.76E-04	1.00E-08	3.14E-04	0.999	3.97E-08	2.094	65447.1

Table 3.4: H^1 and L^2 error and convergence rates for the quadratic CFEM method

Δx	Δt	$H^1 error$	$H^1 conv.$	$L^2 error$	$L^2 conv.$	T
1.00E+00	1.00E-04	6.98E-03	—	4.13E-04	—	177.2
5.00E-01	1.00E-05	7.79E-04	3.164	2.26E-05	4.189	234
2.50E-01	1.00E-07	3.74E-05	4.379	6.26E-07	5.177	377.6
1.25E-01	1.00E-08	1.82E-06	4.36	1.74E-08	5.166	692.8
6.25E-02	1.00E-10	1.10E-07	4.044	5.36E-10	5.024	1271.4
3.12E-02	1.00E-11	6.93E-09	3.996	3.77E-11	3.83	2434.3
1.56E-02	1.00E-12	4.41E-10	3.973	3.92E-12	3.265	5273.7
7.81E-03	1.00E-13	2.03E-10	1.119	2.10E-12	0.901	18951.3

Table 3.5: H^1 and L^2 error and convergence rates for the quintic CFEM method

Δx	Δt	$H^1 error$	$H^1 conv.$	$L^2 error$	$L^2 conv.$	T
1.00E+00	1.00E-05	5.54E-04	—	1.88E-05	—	364.5
5.00E-01	1.00E-07	1.06E-05	5.704	1.85E-07	6.662	556.5
2.50E-01	1.00E-10	1.92E-08	9.108	1.88E-10	9.946	967.5
1.25E-01	1.00E-13	1.79E-10	6.75	1.08E-12	7.443	1862.4
6.25E-02	1.00E-13	8.50E-11	1.074	7.23E-13	0.583	3657.1
3.12E-02	1.00E-13	3.17E-10	-1.902	4.85E-12	-2.746	7668.8

Table 3.6: H^1 and L^2 error and convergence rates for the octic CFEM method

The following figure presents the exact solution for equation (2.5).

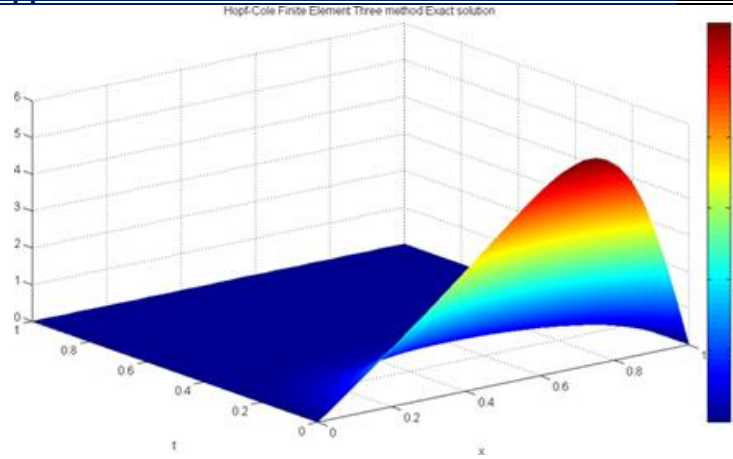


Figure 3.1: Exact solution of Eq. (2.5)

The following figure illustrates an approximate solution using the CFEM method, with $p = 8$, $\Delta t = 10^{-13}$ and $\Delta x = \frac{1}{4}$:

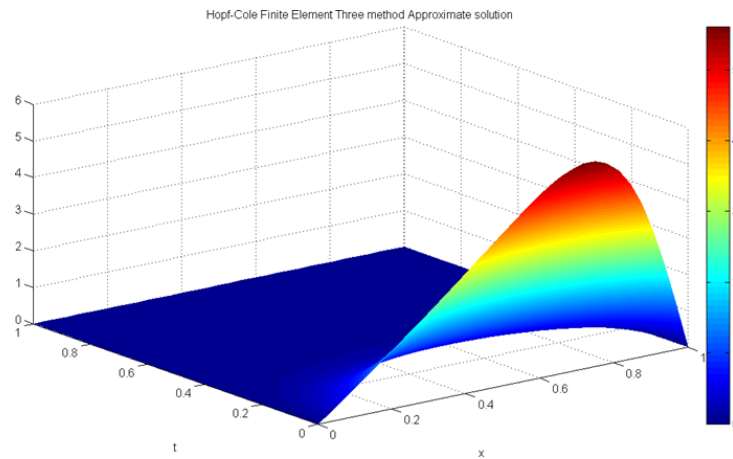


Figure 3.2: Approximate solution of Eq. (2.5)

Due to the similarity in appearance between the exact solution and the approximate solution, as demonstrated in figures 3.1 and 3.2, the discrepancy is illustrated in figure 3.3 using the CFEM method, with $p = 8$, $\Delta t = 10^{-13}$ and $\Delta x = \frac{1}{4}$:

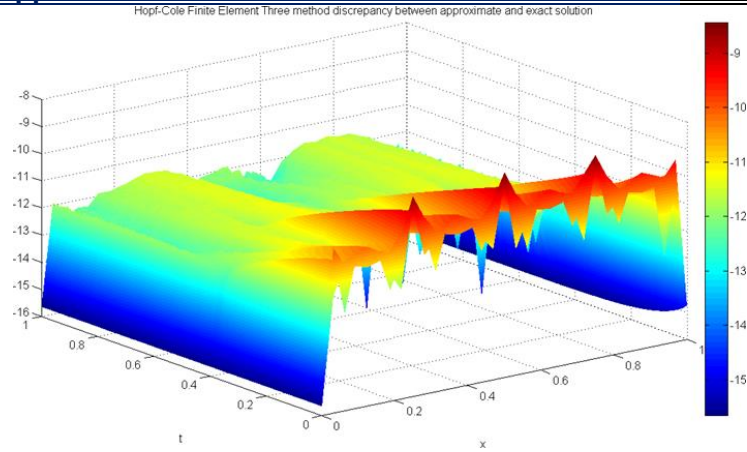


Figure 3.3: Log error of approximation versus exact solution for Eq. (2.5) with $\Delta x = 1/4$

For each of the methods, there comes a time when using a larger (Δx or Δt) the accuracy diminishes due to the effects of numerical round-off. Figure 3.4 illustrates this scenario, where the scenario remains consistent with Figure 3.3 but with a $\Delta x = \frac{1}{8}$. It is important to observe how the presence of numerical noise becomes more significant in this case.

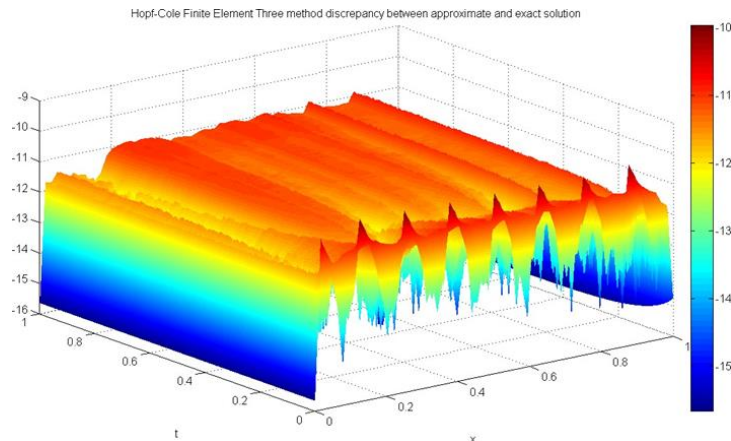


Figure 3.4: Log error of approximation vs exact solution for Eq. (2.5) with $\Delta x = 1/8$

Please keep in mind that only the most optimal solution in terms of time and numerical accuracy is presented for each method. Conversely, the Finite Element Methods (FEM) are reaching a convergence rate close to or at p in the L^2 norm and $p - 1$ in the H^1 norm. This demonstrates a more precise balance between accuracy and the required time for solving the model. Furthermore, it is evident that we are achieving convergence rates that align with the expected outcomes specified for each of the aforementioned methods.

Conclusion

in this work, we focused on studying controlling inverse problem of a viscous fluid flow through the implementation of the simple nonlinear 1D viscous Burgers' equation. we have developed and compared different methods, specifically finite element techniques along with finite difference methods prior to implementing the inverse Cole-Hopf transformation (2.2). Based on our results, it is evident that our finite element methods, particularly those based on C-FEM, exhibit an exceedingly high level of accuracy in a relatively short period of time.

It is important to note that there are a couple of downsides associated with our methodology:

- there is a slight loss of one degree of accuracy. However, this drawback is negligible when dealing with polynomials of very high degrees, as the impact on the overall precision is minimal.
- the treatment of boundary and initial conditions becomes more complicated.

it is certainly worthwhile to dedicate future research to exploring the other techniques commonly used for regularization in inverse problems.

References:

- [1] Bateman, H. (1915). Some recent researches on the motion of fluids. *Monthly Weather Review*, 43(4), 163-170.
- [2] Bhrawy, A. H., & Zaky, M. (2016). Numerical algorithm for the variable-order Caputo fractional functional differential equation. *Nonlinear Dynamics*, 85, 1815-1823.
- [3] Burgers, J. M. (1995). *Mathematical examples illustrating relations occurring in the theory of turbulent fluid motion* (pp. 281-334). Springer Netherlands.
- [4] Cecchi, M. M., Nociforo, R., & Grego, P. P. (1996). Space-time finite elements numerical solutions of Burgers Problems. *Le Matematiche*, 51(1), 43-57.
- [5] Cole, J. D. (1951). On a linear quasilinear parabolic equation in aerodynamics. *Q. Appl. Math*, 9, 225-236.
- [6] Fletcher, C. A. (1983). Generating exact solutions of the two-dimensional Burgers' equations. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 3, 213-216.
- [7] Hassanien, I. A., Salama, A. A., & Hosham, H. A. (2005). Fourth-order finite difference method for solving Burgers' equation. *Applied Mathematics and Computation*, 170(2), 781-800.
- [8] Kadalbajoo, M. K., Sharma, K. K., & Awasthi, A. (2005). A parameter-uniform implicit difference scheme for solving time-dependent Burgers' equations. *Applied mathematics and computation*, 170(2), 1365-1393.

- [9] Kutluay, S. E. L. Ç. U. K., Bahadır, A. R., & Özdeş, A. (1999). Numerical solution of one-dimensional Burgers equation: explicit and exact-explicit finite difference methods. *Journal of computational and applied mathematics*, 103(2), 251-261.
- [10] Kutluay, S. E. L. Ç. U. K., Esen, A. L. A. A. T. T. İ. N., & Dag, I. (2004). Numerical solutions of the Burgers' equation by the least-squares quadratic B-spline finite element method. *Journal of computational and Applied Mathematics*, 167(1), 21-33.
- [11] Leonenko, N. & Meluikovn, 2001, "Renarmahzation and Homogenization of the solutions of heat equation with linear Potential and related Burger's equation with random data", Theory probab & Math. Statistics 1, PP.27-64
- [12] Liao, W. (2008). An implicit fourth-order compact finite difference scheme for one-dimensional Burgers' equation. *Applied Mathematics and Computation*, 206(2), 755-764.
- [13] Öziş, T., Aksan, E. N., & Özdeş, A. (2003). A finite element approach for solution of Burgers' equation. *Applied Mathematics and Computation*, 139(2-3), 417-428..
- [14] Pressa, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, B. (2007). Numerical recipes 3rd edition: The art of scientific computing.
- [15] Srivastava, V. K., Awasthi, M. K., & Singh, S. (2013). An implicit logarithmic finite-difference technique for two dimensional coupled viscous Burgers' equation. *Aip Advances*, 3(12), 122105.
- [16] Tamsir M and Srivastava V.K adn Mishra P.D. Numerical simulation of three dimensional advection-diffusion equations by using modified cubic b-spline differential quadrature method. APJEST, 2016.
- [17] The MathWorks. MATLAB R optimization toolbox v4.1 - documentation. <http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/toolbox/optim/>, 2008.
- [18] Wood, W. L. (2006). An exact solution for Burger's equation. *Communications in numerical methods in engineering*, 22(7), 797-798.
- [19] Zhu, C. G., & Wang, R. H. (2009). Numerical solution of Burgers' equation by cubic B-spline quasi-interpolation. *Applied Mathematics and Computation*, 208(1), 260-272.

ISSN (Print): 2958-8987

ISSN (Online): 2958-8995

Doi: 10.59799/APPP6605

Establishment of mathematical models to estimate
the concentration of Uranium in the soil with water and oil
in The Qayyarah refinery

Nisreen S. Ahmed^{a,}, Ghassan E. Arif^b*

^aDepartment of Mathematics, College of Education for pure sciences, Tikrit University, Tikrit, Iraq. Email: nisreen.s.ahmed@st.tu.edu.iq

^bDepartment of Mathematics, College of Education for Sciences, Tikrit University, Tikrit, Iraq. Email: ghasanarif@tu.edu.iq

Establishment of mathematical models to estimate the concentration of Uranium in the soil with water and oil in the Qayyarah refinery

Nisreen S. Ahmed^{a,}, Ghassan E. Arif^b*

^aDepartment of Mathematics, College of Education for pure sciences, Tikrit University, Tikrit, Iraq. Email: nisreen.s.ahmed@st.tu.edu.iq

^bDepartment of Mathematics, College of Education for Sciences, Tikrit University, Tikrit, Iraq. Email: ghasanarif@tu.edu.iq

ABSTRACT

The research aims to build mathematical models to estimate the concentration of Uranium in the soil with water and oil using numerical methods such as Neville and Hermite, where we got mathematical models implicitly through the effective amount of Uranium concentration in the soil. We got on miniatures mistake percentage almost non-existent

Keywords: Uranium Graph theory Least Square, Mathematical Models, Neville Method, Hermit Method

1. Introduction

Natural radioactive elements Like Uranium and thorium are found in the soil [1]. Where Uranium is one of the essential natural radioactive elements, it is found in nature in the form of three isotopes, which are U238, whose percentage in nature is estimated at 99%, U235, which is estimated at 0.720%; and U234 at 0.005%. U238 is one of the most common elements in the Earth's crust, with a long half-life of 4.6 billion years [2]. Uranium is decomposed into radium, which is the main cause of cancer. Uranium is present in oil and gas reservoirs, where it accompanies oil and water during its extraction to the surface and is then transported to oil equipment and tanks [3]. Several research and recommendations have been published by the International Atomic Energy Agency on the possibility of the presence of radioactive elements in the oil industry, as well as methods of treatment and safety [4].

Researchers conducted A study in Turkey by collecting soil samples, crude oil, sludge and water, measuring the radiation level and determining its danger [5]. Our study aims to estimate Uranium concentration in the soil of the Qayyarah refinery with water and oil in Qayyarah refinery using some numerical methods like Neville, Hermite and Least Square methods.

Field of Application

The study depends on the mathematical modelling process using graph theory and numerical methods like Neville to perform concentration calculations of Uranium in the soil. This search was established to estimate the mathematical modelling through accreditation on graph theory methods like Neville, Hermite and Least Square.

Neville's Method

The main idea of this method of Neville is to approximate the value of a polynomial at a particular point without first finding all of the coefficients of the polynomial. The method of

Neville can be defined as follows: Let f be a function that has values at the n points X_0, X_1, \dots, X_n . Let $\{m_1, m_2, \dots, m_k\}$ be a set of k distinct integers from the set $\{0, 1, 2, \dots, n\}$. Let

$P_{m1}, m_2, \dots, m_k(x)$ represent the Lagrange polynomial that agrees with the f function at k points $x_{m1}, x_{m2}, \dots, x_{mk}, \dots$ i.e. $P_{m1}, m_2, \dots, m_k(x_{m1}) = f(m_1), P_{m1}, m_2, \dots, m_k(x_{m2}) = f(x_{m2}), \dots, P_{m1}, m_2, \dots, m_k(x_{mk}) = f(x_{mk})$. Obviously, $P_{m1}, m_2, \dots, m_k(x)$ is the only degree polynomial $(k-1)$ that passes within the k points $(x_{m1} \cdot f(x_{m1})), \dots, (x_{mk} \cdot f(x_{mk}))$. The idea of Neville's method is to recursively use Lagrange polynomials of lower powers to calculate Lagrange polynomials of higher power relationships. This can be useful; for instance, if we have the Lagrange polynomial based on some data set points $(x_i, f(x_k)), k = 0, 1, \dots, n$, and we can get a new data point, $(x_{n+1}, f(x_{n+1}))$ [6].

$$C_u = \frac{(P - P_b)C_{u_1} - (P - P_1)C_{u_b}}{P_1 - P_b}$$

$$P_b = 847 \quad C_{u_b} = 0.585$$

$$= 1970 \quad C_{u_1} = 1.371P_1$$

$$C_u = \frac{(P - 847)1.371 - (P - 1970)0.585}{1970 - 847}$$

$$= \frac{1.371P - 1161.237 - 0.585P + 1152.45}{1123}$$

$$= \frac{0.786P - 8.787}{1123}$$

(1) $= 0.000699911p - 0.007824577$

Table 1: Calculate uranium concentration in the soil using the Neville method

No.	Location	P Tr.cm ⁻²	Cu Exp. ppm	CuCal	E	E ²
1	Qayyarah refinery	847	0.585	0.585000	0.000000	0.0000000
2	Qayyarah refinery	1001	0.692	0.692786	0.000786	0.0000006
3	Qayyarah refinery	1294	0.870	0.897860	0.027860	0.0007762
4	Qayyarah refinery	1372	0.922	0.952453	0.030453	0.0009274
5	Qayyarah refinery	1467	0.986	1.018945	0.032945	0.0010854
6	Qayyarah refinery	1565	1.072	1.087536	0.015536	0.0002414
7	Qayyarah refinery	1742	1.180	1.211420	0.031420	0.0009872
8	Qayyarah refinery	1778	1.195	1.236617	0.041617	0.0017320
9	Qayyarah refinery	1970	1.371	1.371000	0.000000	0.0000000
10	Qayyarah refinery	2308	1.587	1.607570	0.020570	0.0004231
11	Qayyarah refinery	2035	1.457	1.416494	0.040506	0.0016407
12	Qayyarah refinery	2029	1.383	1.412295	0.029295	0.0008582
13	Qayyarah refinery	2055	1.369	1.430493	0.061493	0.0037813
	Σ					0.0124535376

Fig.1 shows estimated and real values for the uranium concentration in the soil using the Neville method is as follows:

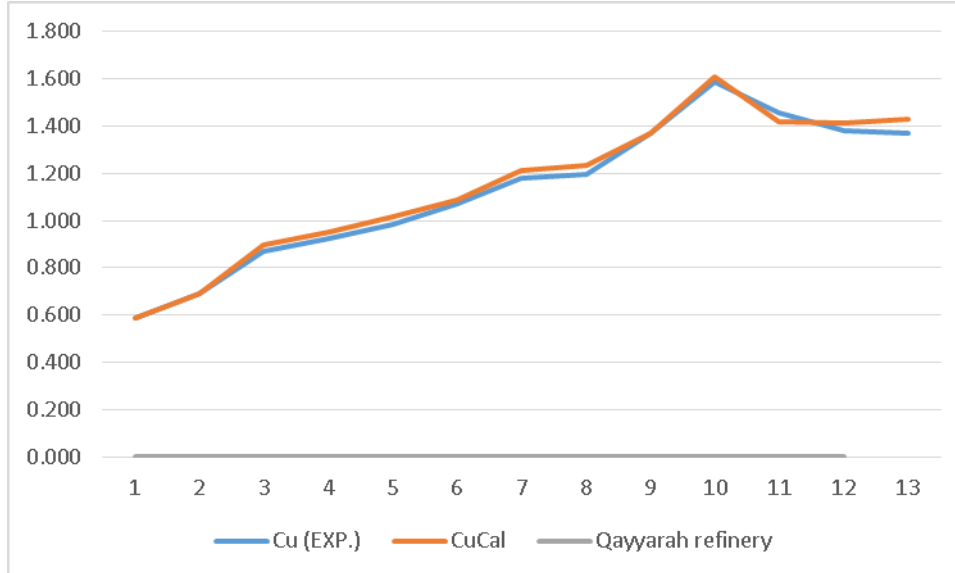


Fig. 1 The graph of estimated values for the concentration of uranium on soil using Neville's method

4. Hermit Method

The Hermite polynomials are given when the case is $m_i=1$, for each $i=0, 1, \dots, n$. These polynomials agree with f at x_0, x_1, \dots, x_n for a given function f . Also, they have the same form as the function at $(x_i, f(x_i))$ because their first derivatives agree with those of f in the sense that the tangent lines are agreed to the polynomial and the function [7].

Using the Hermite method, we will estimate the concentration of Uranium in the soil of Qayyarah City with water and oil in the Qayyarah refinery. By using Hermite's method, the rule can be written as follows [8]:

$$P_0 = 847, F(P_0) = 0.585$$

$$P_1 = 1001, F(P_1) = 0.692$$

$$P_2 = 1294, F(P_2) = 0.870$$

$$P_3 = 1372, F(P_3) = 0.922$$

$$F[P_0, P_1] = \frac{F(P_1) - F(P_0)}{P_1 - P_0}$$

$$= \frac{0.692 - 0.585}{1001 - 847} = \frac{0.107}{154} = 0.0006$$

$$F[P_1, P_2] = \frac{F(P_2) - F(P_1)}{P_2 - P_1}$$

$$= \frac{0.870 - 0.692}{1294 - 1001}$$

$$= \frac{0.178}{293} = 0.0006$$

$$F[P_2, P_3] = \frac{F(P_3) - F(P_2)}{P_3 - P_2}$$

$$= \frac{0.922 - 0.870}{1372 - 1294}$$

$$= \frac{0.052}{78} = 0.0006$$

$$F[P_0, P_1, P_2] = \frac{F[P_1, P_2] - F[P_0, P_1]}{P_2 - P_0}$$

$$= \frac{0.0006 - 0.0006}{1294 - 847} = \frac{0}{447} = 0$$

$$F[P_1, P_2, P_3] = \frac{F[P_2, P_3] - F[P_1, P_2]}{P_3 - P_1}$$

$$= \frac{0.0006 - 0.0006}{1372 - 1001} = \frac{0}{371} = 0$$

$$F[P_0, P_1, P_2, P_3] = \frac{F[P_1, P_2, P_3] - F[P_0, P_1, P_2]}{P_3 - P_0}$$

$$= \frac{0 - 0}{1372 - 847} = \frac{0}{525} = 0$$

$$C_u = F[P_0] + F[P_0, P_1](P - P_0) + F[P_0, P_1, P_2](P - P_0)(P - P_1) + F[P_0, P_1, P_2, P_3](P - P_0)(P - P_1)(P - P_2)$$

$$= 0.585 + 0.0006948052(P - 847) + 0(P - 847)(P - 1001) + 0(P - 847)(P - 1001)(P - 1294)$$

$$= 0.585 + 0.0006948052P - 0.5885000044 + 0 + 0$$

$$= 0.0006948052P - 0.0035000044 \tag{2}$$

Table 2: Calculate uranium concentration in THE soil using Hermit method

No.	Location	P Tr.cm ⁻²	Cu Exp. ppm	CuCal	E	E ²
1	Qayyarah refinery	847	0.585	0.585000	0.000000	0.000000
2	Qayyarah refinery	1001	0.692	0.692000	0.000000	0.000000
3	Qayyarah refinery	1294	0.870	0.895578	0.025578	0.0006542
4	Qayyarah refinery	1372	0.922	0.949773	0.027773	0.0007713
5	Qayyarah refinery	1467	0.986	1.015779	0.029779	0.0008868
6	Qayyarah refinery	1565	1.072	1.083870	0.011870	0.0001409
7	Qayyarah refinery	1742	1.180	1.206851	0.026851	0.0007210
8	Qayyarah refinery	1778	1.195	1.231864	0.036864	0.0013589
9	Qayyarah refinery	1970	1.371	1.365266	0.005734	0.0000329
10	Qayyarah refinery	2308	1.587	1.600110	0.013110	0.0001719
11	Qayyarah refinery	2035	1.457	1.410429	0.046571	0.0021689
12	Qayyarah refinery	2029	1.383	1.406260	0.023260	0.0005410
13	Qayyarah refinery	2055	1.369	1.424325	0.055325	0.0030608
	Σ					0.0105086

Using Hermite's method, Fig.2 shows estimated values for the concentration of URANIUM on the soil below.

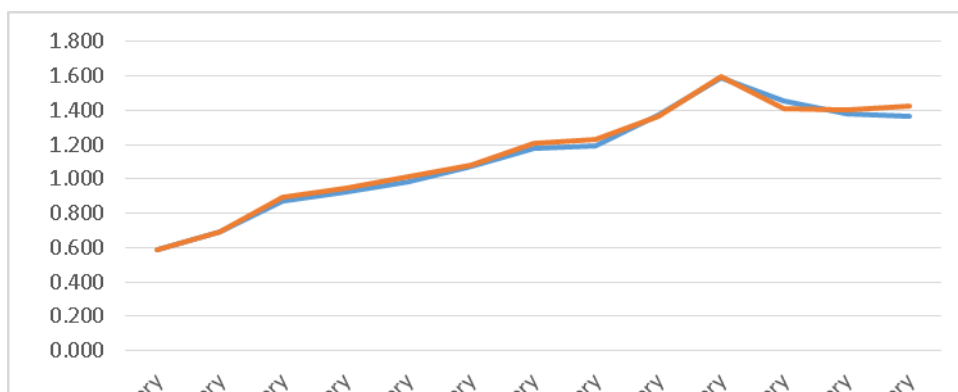


Fig.2 The graph of estimated values for the concentration of URANIUM in the soil by using Hermite method

5. Least Square Method

It is an essential statistical method, mainly for regression analysis. It aims to estimate the trendline that minimizes the total of the significant mistakes or deviations in the analysis line of observed points. It is a typical approximation approach used to solve equations systems where the number of equations exceeds the variables' number to get a solution that attempts to lower the value of the mean of the squares of the error produced from estimating each equation [9].

We used the Least squares method to estimate the concentration of Uranium in the soil of Qayyarah refinery. When using the Least squares method, the rule can be formed as shown below [10]:

$$N * a_0 + a_1 \sum P = \sum Cu$$

$$13 a_0 + 21463 a_1 = 14.669$$

$$a_0 * \sum P + a_1 \sum P^2 = \sum P * Cu$$

$$21463 a_0 + 37762247 a_1 = 25831.426$$

$$\pm 13 a_0 \pm 21463 a_1 = \pm 14.669$$

$$21450 a_0 + 37740784 a_1 = 25816.757$$

$$21450 a_0 = 25816.757 - 37740784 a_1$$

$$a_0 = \frac{25816.757 - 37740784 a_1}{21450}$$

$$a_0 = 1.2035784149 - 1759.4771095571 a_1$$

$$13 a_0 + 21463 a_1 = 14.669$$

$$13 (1.2035784149 - 1759.4771095571 a_1) + 21463 a_1 = 14.669$$

$$15.6465193937 - 22873.202424242 a_1 + 21463 a_1 = 14.669$$

$$-1410.202424242 a_1 = -0.9775193937$$

$$a_1 = \frac{0.9775193937}{1410.202424242}$$

$$a_1 = 0.0006931767$$

$$a_0 = 1.2035784149 - 1759.4771095571 a_1$$

$$a_0 = 1.2035784149 - 1759.4771095571 (0.0006931767)$$

$$a_0 = 1.2035784149 - 1.2196285365$$

$$a_0 = -0.0160501216$$

$$Cu = a_0 + a_1 * P$$

$$Cu = -0.0160501216 + 0.0006931767 P$$

Table 3: Calculate uranium concentration in the soil using the Least square method

No.	Location	P Tr.cm ⁻²	Cu Exp. ppm	P2	P*Cu	CuCal	E	E^2
1	Qayyarah refinery	847	0.585	717409	495.495	0.571071	0.013929	0.0001940
2	Qayyarah refinery	1001	0.692	1002001	692.692	0.677820	0.014180	0.0002011
3	Qayyarah refinery	1294	0.870	1674436	1125.78	0.880921	0.010921	0.0001193
4	Qayyarah refinery	1372	0.922	1882384	1264.984	0.934988	0.012988	0.0001687
5	Qayyarah refinery	1467	0.986	2152089	1446.46	1.000840	0.014840	0.0002202
6	Qayyarah refinery	1565	1.072	2449225	1677.68	1.068771	0.003229	0.0000104
7	Qayyarah refinery	1742	1.180	3034564	2055.56	1.191464	0.011464	0.0001314
8	Qayyarah refinery	1778	1.195	3161284	2124.71	1.216418	0.021418	0.0004587
9	Qayyarah refinery	1970	1.371	3880900	2700.87	1.349508	0.021492	0.0004619
10	Qayyarah refinery	2308	1.587	5326864	3662.796	1.583802	0.003198	0.0000102
11	Qayyarah refinery	2035	1.457	4141225	2964.995	1.394564	0.062436	0.0038982
12	Qayyarah refinery	2029	1.383	4116841	2806.107	1.390405	0.007405	0.0000548
13	Qayyarah refinery	2055	1.369	4223025	2813.295	1.408428	0.039428	0.0015546
	Σ	21463	14.669	37762247	25831.426			0.0074836

By using the Least square method, Fig 3 shows the estimated for the URANIUM concentration on the soil below.

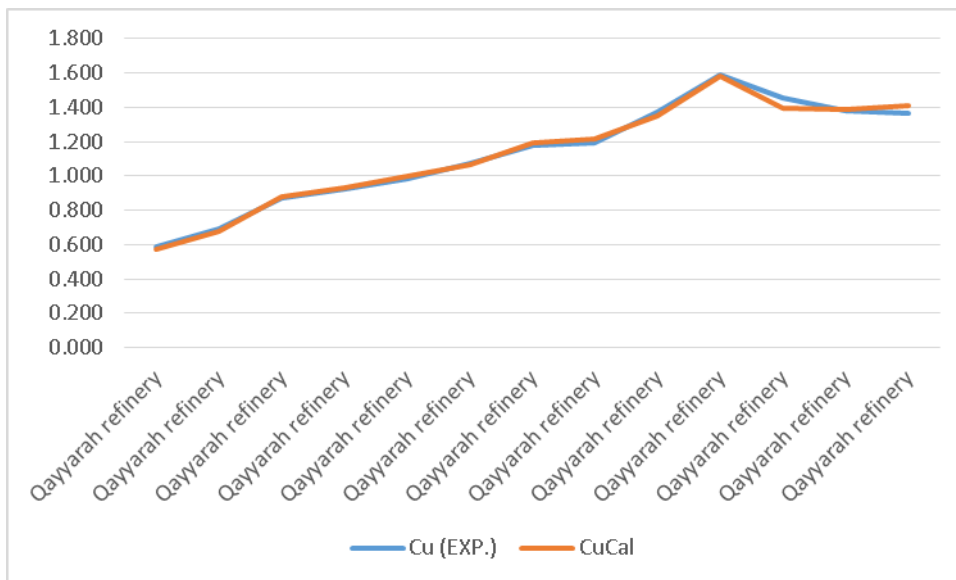


Fig. 3 The graph of estimated values for the concentration of uranium in the soil by using least square method

6. Conclusion and results

As shown by a short investigation measuring the Uranium concentration in the soil of Qayyarah City, the research confirmed that mathematical modelling is an effective and accurate method for determining Uranium concentration in the soil. This research used

several numerical analytic techniques to demonstrate a relationship between mathematics and healthcare. We do not construct mathematical models that help us solve issues; instead, we gain answers that are compatible with experimental evidence and theoretical values via these models. Previous outcomes: We have employed extrapolation techniques using the Neville, Leas Square, and Hermit methods to validate the mathematical models.

The mathematical models presented in this research are practical and valuable tools. Consequently, the suggested models produced results that were accurate and consistent. The mathematical models derived from the three ways helped us to estimate the uranium concentrations in the soil. The best models were those developed by numerical analysis, which is the approach of the Least square method, which is found to be with the least estimated error.

الملخص

يهدف البحث إلى بناء نماذج رياضية لتقدير تركيز اليورانيوم في التربة بالماء والنفط باستخدام طرق عددية مثل نيفيل وهيرمايت ، حيث حصلنا على نماذج رياضية ضمنية من خلال الكمية المناسبة من تركيز اليورانيوم في التربة. وحصلنا على نسبة خطأ قليلة جدا.

References

- [1] E. Hazou and T. Patchali, "Assessment of radiological hazards in the phosphate mining area of Kpogame, Togo," *Case Studies in Chemical Environmental Engineering*, vol. 3, p. 100077, 2021.
- [2] M. A. A. J. Shanshal, O. H. Shehab, and S. SaadoonFaris, "Determination of uranium in soil samples from Al-Fallujah city by using of Solid State Nuclear Track Detectors (CR-39)," *Journal of university of Anbar for Pure science*, vol. 9, no. 3, 2015.
- [3] M. Attallah, M. Hamed, E. El Afifi, and H. Aly, "Removal of 226Ra and 228Ra from TENORM sludge waste using surfactants solutions," *Journal of environmental radioactivity* vol. 139, pp. 78-84, 2015.
- [4] M. A. Mahmoud and R. Yousuf, "Measuring the concentration of uranium in the Qayyarah oilfield and refinery," *Tikrit Journal of Pure Science*, vol. 26, no. 5, pp. 66-64, 2021.
- [5] A. Parmaksız, Y. Ağuş, F. Bulgurlu, E. Bulur, T. Öncü, and Y. Ö. Özkök, "Measurement of enhanced radium isotopes in oil production wastes in Turkey," *Journal of environmental radioactivity*, vol. 141, pp. 82-89, 2015.
- [6] J. H. Ahlberg, E. N. Nilson, and J. L. Walsh, *The Theory of Splines and Their Applications: Mathematics in Science and Engineering: A Series of Monographs and Textbooks, Vol. 38*. Elsevier, 2016.
- [7] R. Hameed, G. Arif, and A. Hamdi, "Estimatig the amount of potassium radiation effect on soil using Neville and Hermite numerical methods," *Tikrit Journal of Pure Science*, vol. 22, no. 9, pp. 100-105, 2017.
- [8] S. S. Sastry, *Introductory methods of numerical analysis*. PHI Learning Pvt. Ltd., 2012.
- [9] H. Abdi, "The method of least squares," *Encyclopedia of measurement statistics*, vol. 1, pp. 530-532, 2007.
- [10] B.-N. Jiang, "On the least-squares method," *Computer methods in applied mechanics engineering*, vol. 152, no. 1-2, pp. 239-257, 1998.

ISSN (Print): 2958-8987

ISSN (Online): 2958-8995

Doi: 10.59799/APPP6605

**Evaluation the Efficiency of Yeast, Zeolite, and Vitamin E
in reducing Toxicity of Aflatoxin B1 on Cellular Blood
Characteristics in Male Rats**

Nibras Yahya Ahmed Zedan and Hebat-Alla A.A. Alhamdani

University Of Anbar - College of Education for Women

Evaluation the Efficiency of Yeast, Zeolite, and Vitamin E in reducing Toxicity of Aflatoxin B1 on Cellular Blood Characteristics in Male Rats

Nibras Yahya Ahmed Zedan and Hebat-Alla A.A. Alhamdani

University Of Anbar - College of Education for Women

nib21w4009@uoanbar.edu.iq,

hebatallah85@uoanbar.edu.iq

Abstract

The objective of this study was to evaluate the ability of six locally identified *Aspergillus flavus* fungal isolates to produce the mycotoxin aflatoxin B1. The laboratory analysis was conducted at the central laboratory / College of Agriculture at University of Anbar, where the isolates were recultured and their capacity to produce aflatoxin B1 was examined using thin-layer chromatography with yeast and rice media. Three isolates were found to produce aflatoxin B1, while the other isolates did not. ELISA test results indicated that the highest concentration of aflatoxin B1 was 1.835, followed by 0.915 and 0.135, respectively. In the animal experiment, 36 male white rats weighing between 85-145 grams were used, and they were divided into six groups: control, aflatoxin B1, aflatoxin B1 with yeast, aflatoxin B1 with zeolite, aflatoxin B1 with vitamin E, and aflatoxin B1 with yeast, zeolite, and vitamin E. The isolate with the highest concentration (1.835) was added to the rats' feed at a ratio of 0.5 ml of aflatoxin B1 before the experiment. Blood samples were taken from the rats at the beginning and end of the experiment. The results indicated that the white blood cells were significantly higher in the control group, and the additives (yeast, zeolite, and vitamin E) mitigated the effect of aflatoxin B1 on the rats. Heterophil was significantly increased in the aflatoxin B1 group, while lymphocyte was significantly higher in the control group. Monocyte was significantly higher in the aflatoxin B1 group and the aflatoxin B1 with yeast group compared to the control group. Eosinophil and basophil did not show significant differences between the treatments. H/L ratio was significantly higher in the aflatoxin B1 group and the aflatoxin B1 with yeast group compared to the control group. Hemoglobin (Hb) was significantly higher in the control group, while PCV analysis showed a significant increase in the control group and the aflatoxin B1 with yeast, zeolite, and vitamin E group. Red blood cells (RBC) were significantly higher in the control group and showed similar significance with the aflatoxin B1 with yeast, zeolite, and vitamin E group.

Keywords: *Aspergillus flavus*, Aflatoxin B1, Zeolite, Yeast, Vitamin E, Male Rats.

Introduction:

Aspergillus flavus is a widely spread fungus that can be found in the air, grains, and soil (Pitt and Hocking, 2009). The most common places for *A. flavus* to thrive are tropical and subtropical regions with warm and humid climates (Miller *et al.*, 2014). This fungus is also a common contaminant and one of the most toxic fungi for feed and food (Savić *et al.*, 2020). *Aspergillus flavus* is a filamentous and pathogenic

fungus that targets seed crops before and after harvest (Amaike and Keller, 2011). It is a widespread fungus that can be easily isolated from contaminated foods, especially grains, vegetables, and fresh fruits, and has ability to produce toxins (Heydaryinia *et al.*, 2011). One of the toxins produced by *Aspergillus flavus* is aflatoxins, which come in several types, including B1, B2, G1, and G2. The most toxic of these is aflatoxin B1 (Ahmed, 2006). Fungal toxin for aflatoxins (B1,B2) is characterized by a blue fluorescence under Ultraviolet (UV) radiation with a wavelength of 365 nanometers, whereas for aflatoxins (G1,G2), it is characterized by a green fluorescence (Melvin, 2012). Fungal toxins are secondary byproducts produced by fungi that have the genetic ability to produce them, under suitable environmental and nutritional conditions. When contaminated food constitutes at least 25% of the diet, it causes significant health effects on humans and other living organisms, as well as on the global economy and trade (Eskola *et al.*, 2020; Ráduly *et al.*, 2020). The lethal dose of aflatoxin B1 is 0.3 mg/kg of body weight (Dhanasekaran *et al.*, 2011). The toxicity of AFB1 depends on dose, duration of exposure, sex, species, and targeted organs (Congcong *et al.*, 2022). Aflatoxins also have an impact on body's tissues, leading to changes in cellular blood characteristics, including an increase in white blood cell counts and a decrease in hemoglobin levels (Sakhare *et al.*, 2007).

Materials and Methods:

The experiment was conducted from 20/11/2022 to 1/7/2023. The laboratory experiment was carried out at central laboratory of College of Agriculture, University of Anbar, to obtain the fungal toxin Aflatoxin B1 from *Aspergillus flavus* fungal isolate. The animal experiment was conducted at the animal house belong to College of Education for Women, University of Anbar.

Isolate Collection:

Six different isolates of *Aspergillus flavus* were collected locally, including (field peanuts, sunflower, local rice, soybean, and yellow corn), and were re-cultured and confirmed.

Culture Media:

1. Potato Dextrose Agar (PDA)-media was prepared according to the manufacturer's instructions by dissolving 21 gm. of PDA and 125 g of chloramphenicol in 250 mL of distilled water. Media was sterilized by autoclaving at a temperature of 121 °C and a pressure of 1.5 kg/cm² for 20 minutes. Media was then cooled to 45 °C and poured into 10 petri dishes. Each isolate was inoculated onto two plates (field peanuts, local rice, yellow corn, sunflower, and soybean), and incubated at 25 ± 2°C for 7 days.

Toxin Production Test:

Two methods were used to test the isolates for Aflatoxin B1 production:

1. Yeast media - The isolates were inoculated onto yeast media, as it is suitable for toxin production. Media was prepared by dissolving 100 gm. of yeast extract in 500 mL of distilled water. Media was distributed into 100 mL flasks at a rate of 50 mL per flask, and sterilized at a temperature of 121 °C and a pressure of 1.5 kg/cm² for 20 minutes. The flasks were cooled and inoculated with the required isolates using a loop (4 discs per flask with a diameter 0.5 cm) at 7 days of age. The flasks were then incubated at 25 ± 2 °C for 14 days.
2. Local rice media - Media was prepared according to Shotwell *et al.* (1966) and modified by West *et al.* (1973). The rice was inoculated with the isolates to achieve a moisture content of 70%. The rice was then placed in 100 mL flasks and sterilized at a temperature of 121 °C and a pressure of 1.5 kg/cm² for 20 minutes according to the method of Al-Warshan and Al-Hadethy (2012). The flasks were then incubated at 25 ± 2 °C for 14 days.

Aflatoxin B1 Extraction and Purification:

Aflatoxin B1 was extracted and purified from yeast media using method by Jones (1972).

Detection of Aflatoxin B1 in Yeast media using Thin Layer Chromatography (TLC):

Aflatoxin B1 was detected in the yeast media using (TLC) on silica plates 60 F254 (20×20) cm² from Sigma, according to method by Cocker *et al.* (1984). The standard Aflatoxin B1 was obtained from Fluck AG, chem.fabrik CH.9470 buchs-switzerland. The retention factor (RF) value of the samples was calculated using the equation: RF = distance from origin to spot / distance from origin to front.

Extraction of Aflatoxin B1 from rice media:

Aflatoxin B1 was extracted from rice media using method described by Devries and Chang (1982).

Detection of Aflatoxin B1 in Rice media using Enzyme-Linked Immunosorbent Assay (ELISA):

Three samples of rice extract were tested for Aflatoxin B1 using an Enzyme-Linked Immunosorbent Assay (ELISA) kit from Mybiosource. Samples were numbered 1, 6, and 7 based on order that gave highest results for Aflatoxin B1 in TLC test, according to method by Engvall and Perlmann (1971).

Animal Experiment:

Thirty-six male white rats weighing between 85 and 145 gm. were used in animal experiment. The rats were distributed into six treatments, with six rats in each treatments, left to acclimatize for 10 days. Blood samples (5 mL) were collected from the orbital sinus of each rat before the additions and divided equally into Gel and EDTA tubes for hematological tests.

After the acclimatization period, the following additions were made to the groups:

1. Group 1: Control group with no additions.
2. Group 2: Aflatoxin B1 was added to diet at a rate of 0.5 mL per 8 kg feed.
3. Group 3: Aflatoxin B1 was added to diet at a rate of 0.5 mL per 8 kg feed with 80 gm. of yeast / 8 kg of feed.
4. Group 4: Aflatoxin B1 was added to diet at a rate of 0.5 mL per 8 kg feed with 40 gm. of zeolite / 8 kg of feed.
5. Group 5: Aflatoxin B1 was added to diet at a rate of 0.5 mL per 8 kg feed with 1 mL of vitamin E / 8 kg of feed.
6. Group 6: Aflatoxin B1 was added to diet at a rate of 0.5 mL per 8 kg / feed with 80 gm. of yeast, 40 gm. of zeolite, and 1 mL of vitamin E / 8 kg feed.

Blood Collection after Additions:

After 60 days of additions, blood was drawn from the eye sockets of the rats in an amount of (5 ml) from four replicates and divided equally into Gel and EDTA tubes for hematological tests.

Statistical analysis

The Statistical computations were done using SAS software program (SAS, 2018) to explore the influence of treatment in parameters study. Least significant difference–LSD test (Analysis of Variation-ANOVA) to comparison between means. The statistical model was as follows:

$$Y_{ij} = \mu + T_i + e_{ij} . \text{ as:}$$

Y_{ij} = Dependent variable.

μ = Overall mean.

T_i = Effect of treatment.

e_{ij} = Error term.

Results and Discussion

Results of TLC revealed presence of three isolates that exhibited high green fluorescence compared to the other isolates which did not show any fluorescence, which could be due to the environmental conditions from which the isolates were obtained (Cocker *et al.*, 1984). Soybean isolate gave the highest percentage of these isolates in ELISA test (1.835), followed by (0.915) and then (0.135), and the isolate with the highest concentration was selected for addition to the rat feed.

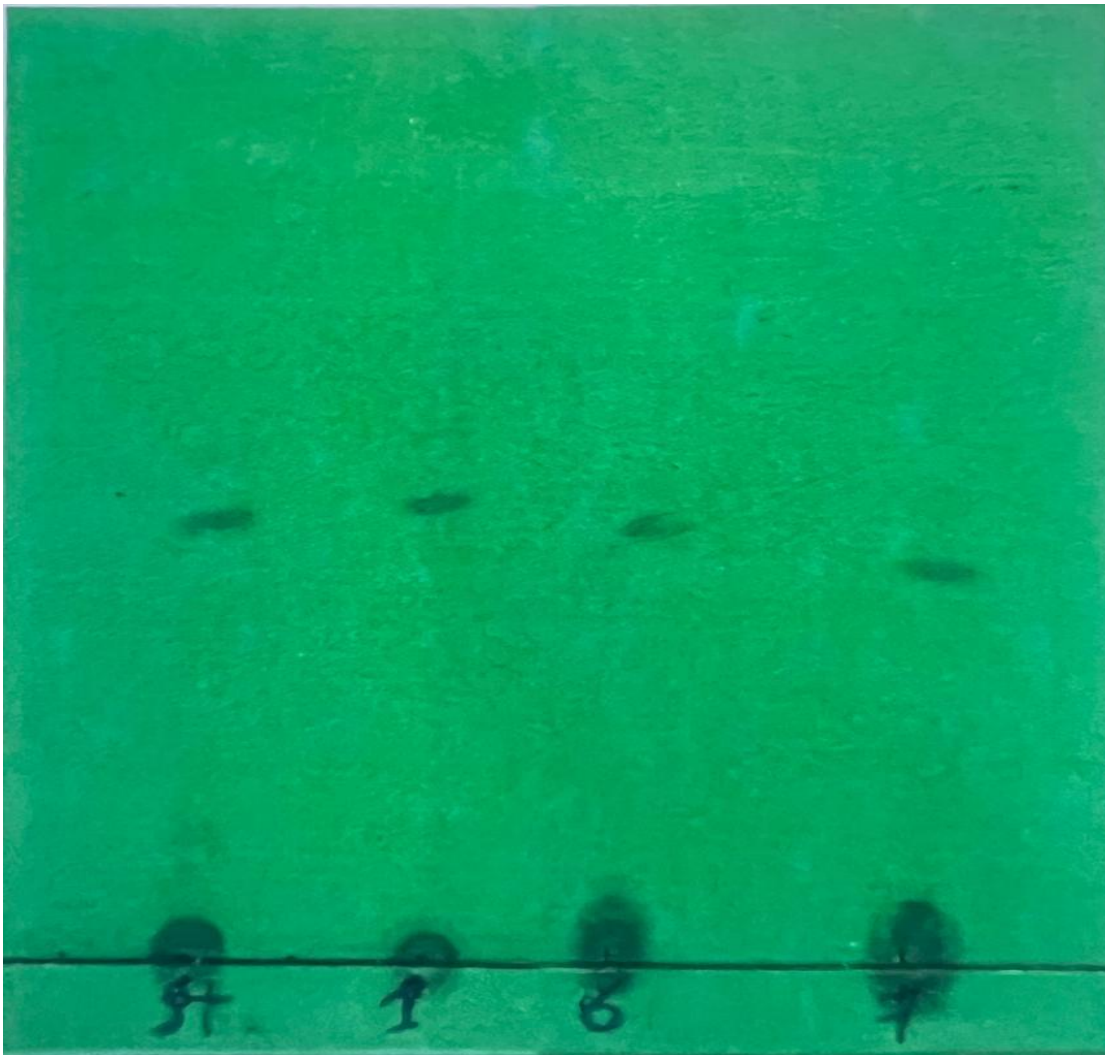


Table (1) showed no significant differences between the treatments at the beginning of the experiment (zero time), indicating that the rats used in the experiment were healthy and no significant individual differences existed between them.

At the end of experiment, statistical analysis results showed that control treatment significantly outperformed ($P \leq 0.01$) all treatments in white blood cell count, followed by treatment T6 with a significant difference ($P \leq 0.01$) from all other treatments. No significant differences were observed between treatment (T4,T5) or (T3, T4), whereas treatment T2 gave the lowest number of white blood cells with a significant difference ($P \leq 0.01$) compared to all treatments except T3. The decrease in number of white blood cells in treatment T2 may be due to presence of mycotoxins (Aflatoxin B1), which affects in organs responsible for producing and differentiating white blood cells (Marin *et al.*, 2002).

Table 1: Comparison between difference treatments in WBC

Treatment	Mean \pm SE of WBC $\times 10^3$	
	Zero time	After 60 Days
Control	12.84 \pm 0.68	13.07 \pm 0.51 a
AFI. B1		8.30 \pm 0.28 e
AFI + Yeast		8.87 \pm 0.31 de
AFI + Ziolet		9.57 \pm 0.43 cd
AFI + Vit E		10.21 \pm 0.29 c
AFI + Yeast + Ziolet + Vit E		11.38 \pm 0.29 b
LSD value		---
Means having with the different letters in same column differed significantly, ** ($P \leq 0.01$).		

Table No. (2) shows that there are no significant differences between the treatments at the beginning of the experiment (zero time). The statistical analysis results at the end of experiment showed that treatment T2 significantly outperformed ($P \leq 0.01$) all other treatments for Heterophil count with a percentage of (49.50), followed by treatment T3 with a percentage of (41.50) and a significant difference ($P \leq 0.01$) from other treatments. No significant differences were observed between treatments (T3,T4) or (T4,T5) or (T4,T6), and control treatment (T1) had lowest percentage of Heterophil count with a significant difference ($P \leq 0.01$), followed by treatment T6 with a percentage of (38.50). The increase in Heterophil count may be due to stress induced by presence of mycotoxins, as stress leads to an increase in Heterophil count (Stec *et al.*, 2008).

Table 2: Comparison between difference treatments in Heterophil

Treatment	Mean \pm SE of Heterophil (%)	
	Zero time	After 60 Days
Control	36.01 \pm 2.34	37.75 \pm 1.10 c
AFI. B1		49.50 \pm 1.93 a
AFI + Yeast		41.50 \pm 1.25 b
AFI + Ziolet		41.00 \pm 1.08 bc
AFI + Vit E		39.25 \pm 1.11 bc
AFI + Yeast + Ziolet + Vit E		38.50 \pm 0.64 bc
LSD value	---	3.713 **
Means having with the different letters in same column differed significantly, * (P \leq 0.05), ** (P \leq 0.01).		

Table (3) showed no significant differences between the treatments at the beginning of the experiment (zero time). The statistical analysis results at the end of the experiment showed that the control treatment (T1) significantly outperformed (P \leq 0.01) all other treatments for lymphocyte count, followed by treatment 6 with a significant difference (P \leq 0.01) from other treatments. It was observed that treatment T2 with Aflatoxin B1 caused a significant decrease in lymphocyte count below the normal range, with a value of (43.25) compared to the control treatment (T1) with a value of (57.75), and the reason for this decrease may be due to stress induced by Aflatoxin B1 leading to increased secretion of stress hormone (norepinephrine), splenic atrophy, and thus a weakened immune system (Witeska, 2003; Tuzcu, 2010).

Table 3: Comparison between difference treatments in Lymphocyte (%)

Treatment	Mean \pm SE of Lymphocyte (%)	
	Zero time	After 60 Days
Control	54.50 \pm 1.84	57.75 \pm 1.11 a
AFI. B1		43.25 \pm 1.54 d
AFI + Yeast		51.25 \pm 0.94 c
AFI + Ziolet		52.75 \pm 1.43 bc
AFI + Vit E		54.75 \pm 0.85 ab
AFI + Yeast + Ziolet + Vit E		55.25 \pm 0.75 ab

LSD value	---	3.403**
Means having with the different letters in same column differed significantly, ($P \leq 0.01$).		**

Table (4) showed no significant differences in Monocyte counts at the beginning of experiment for all treatments (zero time). Also, table (4) shows a significant increase ($P \leq 0.05$) in monocyte cells in treatments T2, T3, T4, T5, with no significant differences between them. A significant decrease ($P \leq 0.05$) was observed in monocyte cells in the control group, aflatoxin B1, yeast, zeolite, and vitamin E. The use of binders helped to restore normal values of blood cells (Abdel-Wahhab and Aly, 2005).

Table 4: Comparison between difference treatments in Monocyte

Treatment	Mean \pm SE of Monocyte (%)	
	Zero time	After 60 Days
Control	2.51 \pm 0.28	2.25 \pm 0.25 b
AFI. B1		3.50 \pm 0.64 a
AFI + Yeast		3.50 \pm 0.29 a
AFI + Ziolet		3.00 \pm 0.41 ab
AFI + Vit E		2.50 \pm 0.29 ab
AFI + Yeast + Ziolet + Vit E		2.25 \pm 0.25 b
LSD value		---
Means having with the different letters in same column differed significantly, * ($P \leq 0.05$).		

Table (5) indicates no significant differences in the beginning of the experiment (Zero time) for both Eosinophil and Basophil, indicating that rats were in good health. No significant differences were observed at the end of experiment between treatments for Eosinophil and Basophil, as contaminated feed with aflatoxins leads to a decrease in values number (Abdel-Wahhab, *etal.*, 2002).

Table 5: Comparison between difference treatments in Eosinophil and Basophil

Treatment	Mean \pm SE of Eosinophil (%)			
	Zero time / Eosinophil	After 60 Days / Eosinophil	Zero time / Basophil	After 60 Days / Basophil
Control	1.51 \pm 0.29	1.50 \pm 0.28	0.752 \pm 0.24	0.750 \pm 0.25
AFI. B1		2.75 \pm 0.25		1.00 \pm 0.41
AFI + Yeast		2.50 \pm 0.50		1.00 \pm 0.41
AFI + Ziolet		1.75 \pm 0.47		1.50 \pm 0.64
AFI + Vit E		2.25 \pm 0.48		1.25 \pm 0.48
AFI + Yeast + Ziolet + Vit E		2.25 \pm 0.47		1.75 \pm 0.47
LSD value	---	1.262 NS	---	1.367 NS
NS: Non-Significant.				

Table (6) shows no significant differences at beginning of experiment (Zero time) for treatments. However, at the end of experiment, statistical analysis revealed significant changes in H/L ratio between treatments. Treatment (T2) showed a significant increase ($P \leq 0.01$) compared to the other treatments, followed by treatment (T3), while control group and the synergistic effect of yeast, zeolite, and vitamin E treatment had lowest H/L ratio. The increase in H/L ratio for treatment (T2) may be due to continuous stress that rats were exposed to as a result of exposure to fungal toxins (Donmez *et al.*, 2012).

Table 6: Comparison between difference treatments in H/L ratio

Treatment	Mean \pm SE of H/L ratio	
	Zero time	After 60 Days
Control	0.697 \pm 0.07	0.523 \pm 0.03 c
AFI. B1		0.725 \pm 0.08 a
AFI + Yeast		0.665 \pm 0.03 b
AFI + Ziolet		0.606 \pm 0.03 bc
AFI + Vit E		0.595 \pm 0.02 bc
AFI + Yeast + Ziolet + Vit E		0.500 \pm 0.02 bc
LSD value	---	0.134 **

Means having with the different letters in same column differed significantly, ** ($P \leq 0.01$).

Table (7) shows no significant differences between treatments at the beginning of experiment (Zero time). However, after 60 days from experiment, statistical analysis revealed significant differences in hemoglobin concentration (Hb) between treatments, with a significant difference ($P \leq 0.05$) between control group (T1) and other treatments. Treatment (T6) followed closely, with no significant difference between them, followed by treatment (T5) and treatment (T4).

Table 7: Comparison between difference treatments in Hb

Treatment	Mean \pm SE of Hb	
	Zero time	After 60 Days
Control	16.24 \pm 0.32	15.89 \pm 0.59 a
AFI. B1		14.07 \pm 0.37 b
AFI + Yeast		14.45 \pm 0.29 b
AFI + Ziolet		15.06 \pm 0.66 ab
AFI + Vit E		15.12 \pm 0.45 ab
AFI + Yeast + Ziolet + Vit E		15.39 \pm 0.30 ab
LSD value		---
Means having with the different letters in same column differed significantly, * ($P \leq 0.05$).		

Table (8) shows no significant differences at beginning of experiment (Zero time) for packed cell volume (PCV). However, at the end of experiment, statistical analysis revealed significant differences between treatments with a significant difference ($P \leq 0.01$), control treatment showed a superiority (40.46), followed by treatments of poison, yeast, zeolite, and vitamin E (39.41), with no significant difference between them. There was a significant decrease in treatment of aflatoxin B1 poison compared to other treatments (29.45).

Table 8: Comparison between difference treatments in PCV

Treatment	Mean \pm SE of PCV (%)	
	Zero time	After 60 Days
Control		40.64 \pm 2.41 a

AFI. B1	39.07 ±2.45	29.45 ±1.46 c
AFI + Yeast		33.72 ±1.54 bc
AFI + Ziolet		34.40 ±1.30 b
AFI + Vit E		37.68 ±1.63 ab
AFI + Yeast + Ziolet + Vit E		39.41 ±1.31 a
LSD value	---	4.922 **
Means having with the different letters in same column differed significantly, ** (P≤0.01).		

Table (9) shows no significant differences between treatments at beginning of experiment (Zero time). However, at the end of experiment, statistical analysis showed significant differences between treatments. Control treatment (T1) showed a significant difference (P≤0.01), followed by sixth treatment (T6), with a difference between them, as shown in table below.

Table 9: Comparison between difference treatments in RBC

Treatment	Mean ± SE of RBC (x10 ⁶)	
	Zero time	End of the experiment
Control	7.68 ±0.41	7.98 ±0.07 a
AFI. B1		6.84 ±0.09 d
AFI + Yeast		6.98 ±0.05 cd
AFI + Ziolet		7.06 ±0.06 cd
AFI + Vit E		7.17 ±0.07 c
AFI + Yeast + Ziolet + Vit E		7.72 ±0.13 b
LSD value	---	0.252 **
Means having with the different letters in same column differed significantly, * (P≤0.05), ** (P≤0.01).		

The decrease in hemoglobin concentration, packed cell volume (PCV), and red blood cell count may be due to the effect of fungal toxins on erythropoietin production, which leads to a decrease in production of red blood cells that have a positive correlation with PCV and Hb. As for other treatments, the reason may be

due to the role of binders in limiting effects of fungal toxins. Alternatively, the decrease in red blood cell count may be due to the toxin's inhibition of glutathione, which protects red blood cells from toxic substances, making them more sensitive to toxins, reducing their numbers, and shortening their lifespan, causing anemia (Yousef *et al.*, 2003).

References

1. **Abdel-Wahhab MA, Nada SA, Khalil FA.** Physiological and toxicological responses in rats fed aflatoxin-contaminated diet with or without sorbent materials. *Animal Feed Science and Technology.* 2002;97(3-4):209-219.
2. **Abdel-Wahhab, M. A. & Aly, S. E. (2005).** Antioxidant property of *Nigella sativa* (black cumin) *Syzygium aromaticum* (clove) in rats during aflatoxicosis. *JOURNAL OF APPLIED TOXICOLOGY.*25:218-223.
3. **Ahmed, A. (2006).** Environmental Pollution (References, Effects, fight, control). *Dar global_alqahrh library, 35-42.*
4. **AL-warshan, S. H. S. & AL-Hadethy, O. N. 2012.** Effect of container , medium weight , and moisture content on aflatoxin B1 production on rice. *Al-Anbar J. of Agr. Sci. Vol. :10 NO.(1).*
5. **Amaike, S., & Keller, N. P. (2011).** *Aspergillus flavus.* *Annual review of phytopathology, 49(1), 107-133.*
6. **AOAC Association of Official Analytical Chemists (2005).** Animal feed. Official methods of analysis of Official Analytical Chemists Internatioal:52.
7. **Cocker, R. D. , Jones, B. D. , Nagler, M. J. , Jnpart, G. A. , Wellbridge & , S , panigrahi. 1984.** Mycotoxin training manual tropical development and research institute overseas development administration, 127 Clerken Well Road, London Ecir 5DB.
8. **Congcong Li, Xiangdong Liu, Jiao Wu, Xiangbo Ji & Qiuliang Xu (2020).** Research progress in toxicological effects and mechanism of aflatoxin B1 toxin. Utilization, Zhengzhou, Henan, China.
9. **Davis, N. D. & Diener, U. L. 1968.** Growth and aflatoxin production by *Aspergillus flavus* from various carbon sources. *Appl.Microbiol* 16;158-160.
10. **Davis, N. D. and Diener, U. L. & Eldridge, D. W. 1966.** Production of aflatoxin B1 and G1 by *Aspergillus flavus* in semisynthetic medium. *Appl.Microbiol.* 14,387.
11. **Devries J. W. , & Chang, H. L. 1982.** Comparison of rapid high pressure liquid chromatographic and CB method for determination of aflatoxin in corn and peanut. *J. Assoc. Off Anal. Chemi.* 65(2):206-209.

12. **Dhanasekaran, D.; Shanmugapriya, S.; Thajuddin, N.; & Panneerselvam, (2011).** Aflatoxins and Aflatoxicosis in Human and Animals. In: Guevara-González R.G. Aflatoxins-Biochemistry and Molecular Biology. In Tec. Croatia, 221-254.
13. **Dönmez, N.,H.H. Dönmez, E. Keskin, & İ. Kisadere (2012).** Effects of aflatoxin on some hematological parameters and protective effectiveness of esterified glucomannan in Merino rams. *Sci World J.*2012:1-4.
14. **Egan, H. Stoloff, L. , Castegnaro, M. , Scott, I , K. O neill , Bartsch, H. & Davis, W. 1982.** Environmental carcinogens selected methods of analysis. International agency for research on cancer, Lyon.
15. **Engvall, E. & Perlmann, P. 1971.** Enzyme Linked Immunosorbant Assay (ELISA) : quantitative assay of immunoglobulin G. *Immunochem* 8:871.
16. **Eskola, M., Kos, G., Elliott, C. T., Hajšlová, J., Mayar, S., & Krska, R. (2020).** Worldwide contamination of food-crops with mycotoxins: validity of the widely cited 'FAO estimate' of 25%. *Crit. Rev. Food Sci. Nutr.* 60, 2773-2789. doi: 10.1080/10408398.2019.1658570.
17. **Heydaryinia, A., Veissi, M., & Sadadi, A. (2011).** A comparative study of the effects of the two Preservatives, sodium benzoate and potassium sorbate on *Aspergillus niger* and *Penicillium notatum*.
18. **Jones. B. D. 1972.** Methods of aflatoxin analysis. G70. Tropical products institute.
19. **Melvin S. S. 2012.** Aflatoxin and public health – a population study. *International Journal of Pharmaceutical Science and Health Care*, 2: 52-61.
20. **Miller, J. D., Schaafsma, A. W., Bhatnager, D., Bondy, G., Carbone, I., Harris, L. J., & Zhou, T. (2014).** Mycotoxins that affect the North American agri-food sector: state of the art and directions for the future. *World Mycotoxin Journal*, 7(1), 63-82.
21. **Miyamoto, K. ; Murakami, T. & Kakumyan, P. (2014).** Formation of 1-octen-3-ol from *Aspergillus flavus* conidia is accelerated after disruption of cells independently of Pooxygenases, and is not a main cause of inhibition of germination. *Peer J*:1-12.
22. **Pitt, J. I. & Hocking, A.D. (2009).** Fungi and food spoilage. 3rd Edition. Springer US. New York: 520 pp.
23. **Ráduly, Z., Szabó, L., Madar, A., Pócsi, I., & Csernoch, L. (2020).** Toxicological and medical aspects of *Aspergillus*-derived mycotoxins entering the feed and food chain. *Front. Microbiol.* 10:2908. doi: 10.3389/fmicb.2019.02908.

24. **Sakhare, P.S. ; Harne, S.D.D.R. ; Kalorey, D. ; Warke, S.R. ; Bhandarkar, A.G. & Kurkur, N.V. (2007).** Effect of toxiroak polyherbal feed supplement during induced aflatoxicosis, Ochratoxicosis and combined mycotoxicoses in broilers. *Vet. Arhiv.*, 77:129-146.
25. **SAS. 2018.** Statistical Analysis System, User's Guide. Statistical. Version 9.6th ed. SAS. Inst. Inc. Cary. N.C. USA.
26. **Savić, Z., Dudaš, T., Loc, M., Grahovac, M., Budakov, D., Jajić, I., & Bagi, F. (2020).** Biological control of aflatoxin in maize grown in Serbia. *Toxins*, 12(3), 162.
27. **Shinozuka, J. ; Li, G. ; Kiatipattanasakul, W. ; Uetsuka, K. ; Nakayama, H. (1997).** T-2 toxin-induced apoptosis in lymphoid organs of mice. *Experimental Toxicologic Pathology*, 49(5):387-392.
28. **Shotwell, O. L. , Hesseltine, C. W. , Stubblefield, R. D. & Sorenson, W. G. 1966.** Production of aflatoxin on rice. *Appl.Microbiol.* 14(3):425-428.
29. **Stec, T. , Rachubik, T. , Szczotka, M. , Kuźmak, T. , 2008.** The effects of the Penicillium mycotoxins: Citrinin, Ochratoxin A, and Patulin on in vitro proliferation of bovine lymphocytes. *Bull. Vet. Inst. Pulawy* 52, 163-167.
30. **Tuzcu, M. (2010).** Effect of aflatoxin on the proportions of peripheral blood leukocytes and alpha-naphthyl acetate (ANAE) positive lymphocytes in the mouse. *Kafkas University Veteriner Fakultesi Dergisi*, 16(2):337-341.
31. **West, S., Wgatt, R. D. & Humilton, P. B. 1973.** Improved of aflatoxin by incremental increases of temperature, *Appl.Microbiol.* 25:1018-1019.
32. **Witeska, M; (2003).** The effects of metals (Pb, Cu, Cd, and Zn) on hematological parameters and blood cell morphology of common carp. *Rozprawa naukowa nr 72, Wydawnic two Akademii Podlaskiej Siedlce* (In Polish).
33. **Yousef MI, Salem MH, Kamel KI, Hassan GA, El-Nouty FD.** Influence of ascorbic acid supplementation on the hematological and clinical biochemistry parameters of male rabbits exposed to aflatoxin B1. *Journal of Environmental Science and Health B.* 2003,38(2):193-209.