Construction of the (k, r)-caps in the projective 3-space PG(3,11)

Aidan Essa Mustafa Sulaimaan, Republic of Iraq, Ministry of Education, Open Educational College

Construction of the (k, r)-caps in the projective 3-space PG(3,11)

Aidan Essa Mustafa Sulaimaan, Republic of Iraq, Ministry of Education, Open Educational College

Abstract:

The purpose of this work is to construct the (k, r)-caps in the projective 3-space PG(3,11). We found that PG(3,11) has an ovaloid maximum complete (k,2)-cap when k = 40. Furthermore the maximum (k,3)-caps, (k,4)-caps, (k,5)-caps,(k,6)-caps, (k,7)-caps, (k,8)-caps, (k,9)-caps, (k,10)-caps, (k,11)-caps, (k,12)-caps.

Key words: Maximum Complete (k, r)-cap in Projective Space over Galois Field.

Introduction:

(k, n)-arcs in the projective planes PG(2, P), where $2 \leq P \leq 17$. I am now studying finite projective spaces PG(3,q) over the Galois field GF(q), which is the greatest projective plane over a Galois field. Hirschfeld [1] provides the fundamental definitions and theorems of projective geometry over finite fields, whereas Al Mukhtar, A.SH. [2] presents full arcs and surfaces in three-dimensional projective space over Galois fields, as well as (k, r)-caps in PG(3,q) for Galois fields GF(q) where q equals 2, 3, or 5. and F. F. Kareem in reference [3] A comprehensive (k, r)-cap in PG(3,p) over the Galois Field GF(4), and A. A. Abdulla and N. Y. Kasm in [4], application of algebraic geometry in three-dimensional projective space PG(3,7).

This study constructs the (k, r)-caps in PG(3,p). Concerning Galois Field GF(11) This work comprises five sections: Section one presents the preliminaries of projective 3-space, including relevant definitions and theorems, while sections two through five detail the building of maximum complete (k, r)-caps for r = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, and 12. I have completed this work manually, without the aid of a computer software.

1- Preliminaries

Definition 1.1 : "Projective 3-Space", [3]

A projective 3-space PG(3,k) over a field k is a three-dimensional projective space comprising points, lines, and planes, together with the incidence relations among them. The projective three-dimensional space adheres to the subsequent axioms:

A) Any two distinct points lie on a singular line.

B) Any three separate non-collinear points, along with any line and a point not on that line, define a unique plane. C) Any two separate coplanar lines converge at a single unique place.

D) Any line not contained inside a specified plane intersects the plane at a singular point.

Any two separate planes intersect at a singular line. A projective space PG(3,p) over the Galois field GF(p), where $p = q^m$ for a prime number q and an integer m, constitutes a three-dimensional projective space. Every point in PG(3,p) is represented as a quadruple

(x_1,x_2,x_3,x_4), where x_1,x_2,x_3,x_4 are elements of GF(p), excluding the quadruple composed entirely of zeros. Two quadrables (x_1, x_2, x_3, x_4) and (y_1, y_2, y_3, y_4) represent
In a similar manner, any plane in PG(3,p) is represented as a quadrable $[x_1,x_2,x_3,x_4]$, where x_1,x_2,x_3,x_4 are elements of GF(p), excluding the quadrable comprising four zero elements. Two quadrables $[x_1,x_2,x_3,x_4]$ and $[y_1,y_2,y_3,y_4]$ represent the same plane if there exists a non-zero scalar λ in GF(p) such that $[x_1,x_2,x_3,x_4] = \lambda\ [y_1,y_2,y_3,y_4]$. A point $p(x_1, x_2, x_3, x_4)$ is incident with the plane $\pi[a_1, a_2, a_3, a_4]$ if and only if $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 = 0$.

Definition1.2: "Plan π", **[1]** A plan π in PG(3,p) comprises all locations $p(x_1,x_2,x_3,x_4)$ that fulfill the linear equation $u_1x_1 + u_2x_2 + u_3x_3 + u_4x_4 = 0$. This plane is represented by π [u1, u2, u3, u4].

Theorem 1.3: **[2]** Four distinct points $A(x_1,x_2,x_3,x_4)$, $B(y_1,y_2,y_3,y_4)$, $C(z_1,z_2,z_3,z_4)$ and $D(w_1,w_2,w_3,w_4)$ are coplanar if and only if $\begin{vmatrix} x_1 & x_1 & x_3 & x_4 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ z_1 & z_3 & z_3 & z_4 \\ w_4 & w_4 & w_3 & w_4 \end{vmatrix}=0$

Corollary 1.4: [2] If four distinct points $A(x_1,x_2,x_3,x_4)$, $B(y_1,y_2,y_3,y_4)$, $C(z_1,z_2,z_3,z_4)$ and $D(w_1,w_2,w_3,w_4)$ are collinear, then $\Delta= 0$.

Theorem 1.5: [2] The points of PG(3,p) possess distinct representations: (1,0,0,0), (x,1,0,0), (x,y,1,0), and (x,y,z,1) for all x, y, z in GF(p).

Theorem 1.6: [2] The planes of PG(3,p) possess distinct representations: [1,0,0,0], [x,1,0,0], [x,y,1,0], and [x,y,z,1], where x, y, and z are elements of GF(p).

Theorem 1.7: [2] A projective 3-space PG(3,p) possesses the subsequent characteristics:
A) Each line has precisely $p + 1$ points, and each point resides on exactly $p + 1$ lines.
B) Each plane has precisely $p^2 + p + 1$ points (lines), and every point is on exactly $p^2 + p + 1$ planes. There exists $p^3 + p^2 + p + 1$ points and $p^3 + p^2 + p + 1$ planes.
D) Any two planes meet at precisely $p + 1$ points, each line resides on exactly $p + 1$ planes, and any two points lie on exactly $p + 1$ planes.

Theorem 1.8: [2] There are $(p^2 + 1)(p^2 + p + 1)$ lines in PG(3, P).

Definition 1.9: [2] A (k,ℓ)-set in PG(3,p) constitutes a collection of k spaces $\pi\ell$. A k-set is a (k,0)-set including k points.

Definition 1.10: "(k, r)-cap", [1] An (k, r)-cap is a collection of k points in PG(n, p) where $n \geq 3$, such that no more than r points lie on any given line. A (k,2)-cap is a collection of k points in PG(3,p) such that no three points are collinear.

Definition 1.11: "Complete (k, r)-cap", [2] A (k, r)-cap is considered complete if it is not a subset of a (k+1, r)-cap.

Definition 1.12: [2] Let C_i denote the quantity of points of index i in PG(3,p) that are not situated on a (k, r)-cap; thus, the constants C_i of the (k, r)-cap adhere to the subsequent conditions:

$i)$ $\sum_{\alpha}^{\beta} C_i = p^3 + p^2 + p + 1 - k$

ii) $\sum_{\alpha}^{\beta} iC_I = \frac{k(k-1)(k-2)\dots(k-n+1)}{n!}.(p^2+p+1-n)$ where α denotes the smallest index i for which $C_i \neq 0$, and β signifies the biggest index i for which $C_i \neq 0$.

Remark 1.13: **[3]** The (k, r)-cap is complete if and only if $C_0 = 0$.

Definition 1.14: **[2]** The i-secant of a (k, r)-cap is a line intersects the cap in exactly i points, that is 0-secant is an external line, 1-secant is a unisecant line,
2-secant is a bisecant line and 3-secant is atrisecant line.

Remark 1.15:[3] A (k, r)-cap is maximum if and only if every line in PG(3,p) is a 0-secant or r-secant.

Theorem 1.16: [1] A maximal (k,2)-cap in PG(3,p) is classified as an ovaloid.

2- The (k,2)-caps in PG(3,11):

PG (3,11) contains 1464 points and 1464 planes such that each point is on 133 planes and every plane contains 133 points and every line contains 12 points and it is the intersection of 12 planes, (table 1 and 2). In t able (1), the set

A	1	2	13	134	267

3	-	12	14	-	25	27	-	35	37	-	48	50
-	62	64	-	82	84	-	110	112	-	130	132	133
135	-	145	148	-	156	158	-	169	171	-	183	185
-	203	205	231	233	-	251	253	-	257	259	-	266
268	--	278	280	-	287	289	-	305	307	-	335	337
-	375	-	383	385	-	389	391	-	404	406	-	420
422	-	436	438	-	484	486	-	513	515	-	530	532
-	556	558	-	576	578	-	602	604	-	822	822	-
951	953	-	1023	1025	-	1196	1198	-	1260	1262	-	1464

is taken which is the set of unit and reference points 1(1,0,0,0), 2(0,1,0,0), 13(0,0,1,0), 134(0,0,0,1), 267(1,1,1,1), this set is a (5,2)-cap since no three points of A are collinear as in table (2).A is a (5,2)-cap, which is not complete since there exists some point of index zero for it, which are

Subsequently, one can incorporate some of them into A to achieve a complete (40,2)-cap B.

L_1	26	36	49	63	83	111	131	147	157	170	184	204
	232	252	258	279	288	306	336	384	390	405	421	437
	485	514	531	557	577	603	821	952	1024	1197	1261	

$B=A \cup L_1=$

B	1	2	13	26	36	49	63	83	111	131	134	147
	157	170	184	204	232	252	258	267	279	288	306	336
	384	390	405	421	437	485	514	531	557	577	603	821
	952	1024	1197	1261								

B is the maximal (40,2)-cap in PG(3,11); since every line is either a 0-secant or a 2-secant, B is referred to as an ovaloid. Let B be a (40,2)-cap. The indices at zero are

3- The (k,3)-caps in PG(3,11):

The distinct (k,3)-cap can be constructed by adding some points of index zero for B, which are

L2	3	14	24	40	53	64	77	137	145	162	171	185
	256	266	280	295	305	325	326	376	388	402	415	419
	420	434	477	498	499	512	527	528	533	562	578	592
	636	641	642	651	655	678	680	693	703	705	788	963
	976	980	995	1009	1035	1036	1042	1211	1279	1437		

Then $C=B\cup L_2$ =

C	1	2	3	13	14	24	26	36	40	49	53	63
	64	77	83	111	131	134	137	145	147	157	162	170
	171	184	185	204	232	252	256	258	266	267	279	280
	288	295	305	306	325	326	336	376	384	388	390	402
	405	415	419	420	421	434	437	477	485	498	499	512
	514	527	528	531	533	557	562	577	578	592	603	636
	641	642	651	655	678	680	693	703	705	788	821	952
	963	976	980	995	1009	1024	1035	1036	1042	1197	1211	1261
	1279	1437										

C is a complete (98.3)-cap, as there are no points of index zero, i.e., $C_0=0$. C is a maximal full (k,3)-cap.

4- The (k,4)-caps in PG(3,11):

We can construct complete (k,4)-caps by incorporating additional points of index zero for C, which are

L_3	4	15	28	35	50	58	78	84	103	135	146	156
	169	186	196	202	221	257	270	277	289	302	312	315
	316	370	378	387	403	410	423	439	444	461	503	511
	519	530	545	546	548	574	594	618	624	638	644	656
	673	699	713	725	747	748	754	762	767	787	822	823
	832	845	856	864	895	905	965	1056	1155	1331	1347	

Then $D=C\cup L_3$ =

	1	2	3	4	13	14	15	24	26	28	35	36
	40	49	50	53	58	63	64	77	78	83	84	103
	111	131	134	135	137	145	146	147	156	157	162	169
	170	171	184	185	186	196	202	204	221	232	252	256
	257	258	266	267	270	277	279	280	288	289	295	302
	305	306	312	315	316	325	326	336	370	376	378	384
	387	388	390	402	403	405	410	415	419	420	421	423
D	434	437	439	444	461	477	485	498	499	503	511	512
	514	519	527	528	530	531	533	545	546	548	557	562
	574	577	578	592	594	603	618	624	636	538	641	642
	644	651	655	656	673	678	680	693	699	703	705	713
	725	747	748	754	762	767	787	788	821	822	823	832
	845	856	864	895	905	952	963	965	976	980	995	1009
	1024	1035	1036	1042	1056	1155	1197	1211	1261	1279	1331	1347
	1437											

D is a complete (169,4)-cap, as there are no points of index zero, i.e., $C_0=0$. D is a maximal full (k,4)-cap.

5- The (k,5)-caps in PG(3,11):

Complete (k,5)-caps can be constructed by incorporating additional points of index zero for D.

	5	16	25	37	46	60	71	98	136	149	159	167
	181	201	206	248	250	251	255	268	278	297	307	313
	329	379	389	398	416	424	435	452	504	521	535	555
L_4	565	583	625	626	630	631	643	659	664	676	689	694
	709	743	744	753	764	774	779	782	796	802	803	806
	824	846	865	907	911	917	927	930	941	951	956	961
	1002	1022	1051	1071	1072	1147	1218	1242	1397	1401	1412	

Then $E=D\cup L_4$

	1	2	3	4	5	13	14	15	16	24	25	26
	28	35	36	37	40	46	49	50	53	58	60	63
	64	71	77	78	83	84	98	103	111	131	134	135
	136	137	145	146	147	149	156	157	159	162	167	169
	170	171	181	184	185	186	196	201	202	204	206	221
E	248	250	251	252	255	256	257	258	266	267	268	270
	232	277	278	279	280	288	289	295	297	302	305	306
	307	312	313	315	316	325	326	329	336	370	376	378
	379	384	387	388	389	390	398	402	403	405	410	415
	416	419	420	421	423	424	434	435	437	439	444	452
	461	477	485	498	499	503	504	511	512	514	519	521

	527	528	530	531	533	535	545	546	548	555	557	562
	565	574	577	578	583	592	594	603	618	624	625	626
	630	631	636	638	641	642	643	644	651	655	656	659
	664	673	676	678	680	689	693	694	699	703	705	709
	713	725	743	744	747	748	753	754	762	764	767	774
	779	782	787	788	796	802	803	806	821	822	823	824
	832	845	846	856	864	865	895	905	907	911	917	927
	930	941	951	952	956	961	963	965	976	980	995	1002
	1009	1022	1024	1035	1036	1042	1051	1056	1071	1072	1147	1155
	1197	1211	1218	1242	1261	1279	1331	1347	1397	1401	1412	1437

E is a complete (252,5)-cap, as there are no points of index zero, i.e., $C_0=0$. E is a maximal complete (k,5)-cap.

6- The (k,6)-caps in PG(3,11):

We can create complete (k,6)-caps by incorporating additional points of index zero for E, which are

	6	17	27	39	47	66	73	74	90	92	106	138
	148	158	173	188	200	216	219	259	271	281	290	300
	310	328	335	337	339	341	383	393	404	411	425	431
	445	446	447	476	493	500	508	509	520	536	542	549
L_5	558	582	587	598	620	634	646	652	671	681	685	686
	695	723	745	752	755	759	775	778	783	786	830	867
	876	884	886	890	904	912	923	934	942	944	948	950
	996	1030	1045	1054	1108	1124	1128	1153	1196	1306	1417	1420
	1421	1428	1444									

Then $F=E\cup L_5$ =

F	1	2	3	4	5	6	13	14	15	16	17	24
	25	26	27	28	35	36	37	39	40	46	47	49
	50	53	58	60	63	64	66	71	73	74	77	78
	83	84	90	92	98	103	106	111	131	134	135	136
	137	138	145	146	147	148	149	156	157	158	159	162
	167	169	170	171	173	181	184	185	186	188	196	200
	201	202	204	206	216	219	221	232	248	250	251	252
	255	256	257	258	259	266	267	268	270	271	277	278
	279	280	281	288	289	290	295	297	300	302	305	306
	307	310	312	313	315	316	325	326	328	329	335	336
	337	339	341	370	376	378	379	383	384	387	388	389
	390	393	398	402	403	404	405	410	411	415	416	419
	420	421	423	424	425	431	434	435	437	439	444	445

	446	447	452	461	476	477	485	493	498	499	500	503
	504	508	509	511	512	514	519	520	521	527	528	530
	531	533	535	536	542	545	546	548	549	555	557	558
	562	565	574	577	578	582	583	587	592	594	598	603
	618	620	624	625	626	630	631	634	636	638	641	642
	643	644	646	651	652	655	656	659	664	671	673	676
	678	680	681	685	686	689	693	694	695	699	703	705
	709	713	723	725	743	744	745	747	748	752	753	754
	755	759	762	764	767	774	775	778	779	782	783	786
	787	788	796	802	803	806	821	822	823	824	830	832
	845	846	856	864	865	867	876	884	886	890	895	904
	905	907	911	912	917	923	927	930	934	941	942	944
	948	950	951	952	956	961	963	965	976	980	995	996
	1002	1009	1022	1024	1030	1035	1036	1042	1045	1051	1054	1056
	1071	1072	1108	1124	1128	1147	1153	1155	1196	1197	1211	1218
	1242	1261	1279	1306	1331	1347	1397	1401	1412	1417	1420	1421
	1428	1437	1444									

F is a complete (351,6)-cap, as there are no points of index zero, i.e., $C_0=0$. F is a maximal full (k,6)-cap.

7- The (k,7)-caps in PG(3,11):

We can construct complete (k,7)-caps by incorporating additional points of index zero for F, which are

	7	18	29	38	48	57	69	89	100	107	109	130
	139	150	160	168	178	190	191	192	194	195	209	238
	261	269	283	292	299	318	322	323	350	363	372	377
	391	399	409	428	433	448	460	497	513	522	537	547
L_6	553	571	579	619	640	654	669	677	687	698	728	742
	751	769	772	799	800	805	811	813	827	858	861	862
	866	887	889	896	899	900	913	920	940	947	958	959
	962	973	990	1015	1023	1028	1064	1066	1076	1082	1089	1092
	1093	1158	1212	1213	1227	1240	1313	1393				

Then $G=F\cup L_6$ =

	1	2	3	4	5	6	7	13	14	15	16	17
	18	24	25	26	27	28	29	35	36	37	38	39
	40	46	47	48	49	50	53	57	58	60	63	64
	66	69	71	73	74	77	78	83	84	89	90	92
	98	100	103	106	107	109	111	130	131	134	135	136
	137	138	139	145	146	147	148	149	150	156	157	158
	159	160	162	167	168	169	170	171	173	178	181	184
	185	186	188	190	191	192	194	195	196	200	201	202
G	204	206	209	216	219	221	232	238	248	250	251	252
	255	256	257	258	259	261	266	267	268	269	270	271
	277	278	279	280	281	283	288	289	290	292	295	297
	299	300	302	305	306	307	310	312	313	315	316	318
	322	323	325	326	328	329	335	336	337	339	341	350
	363	370	372	376	377	378	379	383	384	387	388	389
	390	391	393	398	399	402	403	404	405	409	410	411
	415	416	419	420	421	423	424	425	428	431	433	434
	477	485	493	497	498	499	500	503	504	508	509	511
	512	513	514	519	520	521	522	527	528	530	531	533
	535	536	537	542	545	546	547	548	549	553	555	557
	558	562	565	571	574	577	578	579	582	583	587	592
	594	598	603	618	619	620	624	625	626	630	631	634
	636	638	640	641	642	643	644	646	651	652	654	655
	656	659	664	669	671	673	676	677	678	680	681	685
	686	687	689	693	694	695	698	699	703	705	709	713
	723	725	728	742	743	744	745	747	748	751	752	753
	754	755	759	762	764	767	769	772	774	775	778	779
	782	783	786	787	788	796	799	800	802	803	805	806
	811	813	821	822	823	824	827	830	832	845	846	856
	858	861	862	864	865	866	867	876	884	886	887	889
	890	895	896	899	900	904	905	907	911	912	913	917
	920	923	927	930	934	940	941	942	944	947	948	950
	951	952	956	958	959	961	962	963	965	973	976	980
	990	995	996	1002	1009	1015	1022	1023	1024	1028	1030	1035
	1036	1042	1045	1051	1054	1056	1064	1066	1071	1072	1076	1082
	1089	1092	1093	1108	1124	1128	1147	1153	1155	1158	1196	1197
	1211	1212	1213	1218	1227	1240	1242	1261	1279	1306	1313	1331

	1347	1393	1397	1401	1412	1417	1420	1421	1428	1437	1444	

G is a complete (455,7)-cap, as there are no points of index zero, i.e., C0=0. G is a maximal full (k,7)-cap.

8- The (k,8)-caps in PG(3,11):

L_7	8	19	30	41	51	59	68	80	82	85	87	141
	151	164	172	180	197	203	218	263	272	282	291	304
	314	321	333	356	360	361	371	381	394	400	412	426
	438	442	458	459	465	501	510	532	541	556	559	563
	567	568	580	589	591	610	621	629	633	649	657	667
	668	670	702	719	740	750	765	773	794	801	809	812
	828	831	868	872	882	883	893	910	926	933	937	946
	954	969	981	983	992	999	1001	1005	1006	1012	1019	1020
	1026	1038	1041	1044	1048	1059	1074	1075	1161	1178	1187	1193

Then $H=G\cup L_7$ =

H	1	2	3	4	5	6	7	8	13	14	15	16
	17	18	19	24	25	26	27	28	29	30	35	36
	37	38	39	40	41	46	47	48	49	50	51	53
	57	58	59	60	63	64	66	68	69	71	73	74
	77	78	80	82	83	84	85	87	89	90	92	98
	100	103	106	107	109	111	130	131	134	135	136	137
	138	139	141	145	146	147	148	149	150	151	156	157
	158	159	160	162	164	167	168	169	170	171	172	173
	178	180	181	184	185	186	188	190	191	192	194	195
	196	197	200	201	202	203	204	206	209	216	218	219
	221	232	238	248	250	251	252	255	256	257	258	259
	261	263	266	267	268	269	270	271	272	277	278	279
	280	281	282	283	288	289	290	291	292	295	297	299
	300	302	304	305	306	307	310	312	313	314	315	316
	318	321	322	323	325	326	328	329	333	335	336	337
	339	341	350	356	360	361	363	370	371	372	376	377
	378	379	381	383	384	387	388	389	390	391	393	394

	398	399	400	402	403	404	405	409	410	411	412	415
	416	419	420	421	423	424	425	426	428	431	433	434
	435	437	438	439	442	444	445	446	447	448	452	458
	459	460	461	465	476	477	485	493	497	498	499	500
	501	503	504	508	509	510	511	512	513	514	519	520
	521	522	527	528	530	531	532	533	535	536	537	541
	542	545	546	547	548	549	553	555	556	557	558	559
	562	563	565	567	568	571	574	577	578	579	580	582
	583	587	589	591	592	594	598	603	610	618	619	620
	621	624	625	626	629	630	631	633	634	636	638	640
	641	642	643	644	646	649	651	652	654	655	656	657
	659	664	667	668	669	670	671	673	676	677	678	680
	681	685	686	687	689	693	694	695	698	699	702	703
	705	709	713	719	723	725	728	740	742	743	744	745
	747	748	750	751	752	753	754	755	759	762	764	765
	767	769	772	773	774	775	778	779	782	783	786	787
	788	794	796	799	800	801	802	803	805	806	809	811
	812	813	821	822	823	824	827	828	830	831	832	845
	846	856	858	861	862	864	865	866	867	868	872	876
	882	883	884	886	887	889	890	893	895	896	899	900
	904	905	907	910	911	912	913	917	920	923	926	927
	930	933	934	937	940	941	942	944	946	947	948	950
	951	952	954	956	958	959	961	962	963	965	969	973
	976	980	981	983	990	992	995	996	999	1001	1002	1005
	1006	1009	1012	1015	1019	1020	1022	1023	1024	1026	1028	1030
	1035	1036	1038	1041	1042	1044	1045	1048	1051	1054	1056	1059
	1064	1066	1071	1072	1074	1075	1076	1082	1089	1092	1093	1108
	1124	1128	1147	1153	1155	1158	1161	1178	1187	1193	1196	1197
	1211	1212	1213	1218	1227	1240	1242	1261	1270	1275	1279	1292
	1306	1313	1331	1347	1390	1393	1397	1401	1412	1417	1420	1421
	1424	1428	1437	1444								

H is a complete (568,8)-cap, as there are no points of index zero, i.e., $C_0=0$. H is a maximal complete (k,8)-cap.

9- The (k,9)-caps in PG(3,11):

We can construct complete (k,9)-caps by incorporating additional points of index zero for H, which are

	9	20	31	42	52	61	72	79	91	93	95	99
L_8	108	140	152	161	174	179	189	205	212	213	214	220
	229	260	273	285	294	301	319	332	340	355	362	373
	380	392	401	413	422	432	450	457	463	464	469	471
	480	502	517	523	524	538	543	552	566	569	570	581
	586	622	632	645	660	662	663	675	682	691	692	696
	701	710	741	756	761	763	766	776	795	810	815	816
	819	820	837	847	860	873	874	875	877	878	879	885
	902	938	949	964	982	984	987	989	991	993	1008	1011
	1016	1021	1027	1032	1037	1039	1057	1058	1067	1077	1085	1086
	1109	1118	1120	1130	1136	1154	1157	1163	1169	1173	1174	1188
	1189	1185	1208	1221	1352	1380	1410	1413	1418			

Then $I=H \cup L_8$ =

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	13	14	15
	16	17	18	19	20	24	25	26	27	28	29	30
	31	35	36	37	38	39	40	41	42	46	47	48
	49	50	51	52	53	57	58	59	60	61	63	64
	66	68	69	71	72	73	74	77	78	79	80	82
	83	84	85	87	89	90	91	92	93	95	98	99
	100	103	106	107	108	109	111	130	131	134	135	136
I	137	138	139	140	141	145	146	147	148	149	150	151
	152	156	157	158	159	160	161	162	164	167	168	169
	170	171	172	173	174	178	179	180	181	184	185	186
	188	189	190	191	192	194	195	196	197	200	201	202
	203	204	205	206	209	212	213	214	216	218	219	220
	221	229	232	238	248	250	251	252	255	256	257	258
	259	260	261	263	266	267	268	269	270	271	272	273
	277	278	279	280	281	282	283	285	288	289	290	291

	292	294	295	297	299	300	301	302	304	305	306	307
	310	312	313	314	315	316	318	319	321	322	323	325
	326	328	329	332	333	335	336	337	339	340	341	350
	355	356	360	361	362	363	370	371	372	373	376	377
	378	379	380	381	383	384	387	388	389	390	391	392
	393	394	398	399	400	401	402	403	404	405	409	410
	411	412	413	415	416	419	420	421	422	423	424	425
	426	428	431	432	433	434	435	437	438	439	442	444
	445	446	447	448	450	452	457	458	459	460	461	463
	464	465	469	471	476	477	480	485	493	497	498	499
	500	501	502	503	504	508	509	510	511	512	513	514

	517	519	520	521	522	523	524	527	528	530	531	532
	533	535	536	537	538	541	542	543	545	546	547	548
	549	552	553	555	556	557	558	559	562	563	565	566
	567	568	569	570	571	574	577	578	579	580	581	582
	583	586	587	589	591	592	594	598	603	610	618	619
	620	621	622	624	625	626	629	630	631	632	633	634
	636	638	640	641	642	643	644	645	646	649	651	652
	654	655	656	657	659	660	662	663	664	667	668	669
	670	671	673	675	676	677	678	680	681	682	685	686
	687	689	691	692	693	694	695	696	698	699	701	702
	703	705	709	710	713	719	723	725	728	740	741	742
	743	744	745	747	748	750	751	752	753	754	755	756
	759	761	762	763	764	765	766	767	769	772	773	774
	775	776	778	779	782	783	786	787	788	794	795	796
	799	800	801	802	803	805	806	809	810	811	812	813
	815	816	819	820	821	822	823	824	827	828	830	831
	832	837	845	846	847	856	858	860	861	862	864	865
	866	867	868	872	876	873	874	875	877	878	879	882
	883	884	885	886	887	889	890	893	895	896	899	900
	902	904	905	907	910	911	912	913	917	920	923	926
	927	930	933	934	937	938	940	941	942	944	946	947
	948	949	950	951	952	954	956	958	959	961	962	963
	964	965	969	973	976	980	981	982	983	984	987	989

	990	991	992	993	995	996	999	1001	1002	1005	1006	1008
	1009	1011	1012	1015	1016	1019	1020	1021	1022	1023	1024	1026
	1027	1028	1030	1032	1035	1036	1037	1038	1039	1041	1042	1044
	1045	1048	1051	1054	1056	1057	1058	1059	1064	1066	1067	1071
	1072	1074	1075	1076	1077	1082	1085	1086	1089	1092	1093	1108
	1109	1118	1120	1124	1128	1130	1136	1147	1153	1154	1155	1157
	1158	1161	1163	1169	1173	1174	1178	1185	1187	1188	1189	1193
	1196	1197	1208	1211	1212	1213	1218	1221	1227	1240	1242	1261
	1270	1275	1279	1292	1306	1313	1331	1347	1352	1380	1390	1393
	1397	1401	1410	1412	1413	1417	1418	1420	1421	1424	1428	1437
	1444											

I is a complete (709,9)-cap, as there are no points of index zero, i.e., $C_0=0$. I am a maximum complete (k,9)-cap.

10- The (k,10)-caps in PG(3,11):

We can construct complete (k,10)-caps by incorporating additional points of index zero for I, which are

L_9	10	21	32	43	54	62	70	81	94	101	102	104
	142	153	163	175	182	193	210	217	222	223	224	226
	231	262	274	286	293	303	311	324	327	334	343	346
	352	374	382	395	406	414	427	440	454	455	456	468
	472	475	481	483	505	515	525	534	544	554	564	575
	585	604	623	635	648	653	665	674	684	697	714	715
	722	724	733	746	757	768	777	791	792	793	798	807
	817	829	835	836	863	871	888	897	898	901	906	908
	945	966	972	986	994	997	1007	1010	1014	1043	1047	1052
	1065	1069	1070	1080	1094	1098	1102	1104	1106	1113	1122	1126
	1127	1129	1131	1137	1138	1142	1148	1150	1156	1162	1165	1167
	1171	1176	1184	1191	1192	1194	1195	1198	1201	1216	1311	1315
	1327	1359	1394	1402	1432	1440	1442					

Then J=I□L9 =

	352	355	356	360	361	362	363	370	371	372	373	374
	376	377	378	379	380	381	382	383	384	387	388	389
	390	391	392	393	394	395	398	399	400	401	402	403
	404	405	406	409	410	411	412	413	414	415	416	419
	420	421	422	423	424	425	426	427	428	431	432	433
	434	435	437	438	439	440	442	444	445	446	447	448
	450	452	454	455	456	457	458	459	460	461	463	464
	465	468	469	471	472	475	476	477	480	481	483	485
	493	497	498	499	500	501	502	503	504	505	508	509
	510	511	512	513	514	515	517	519	520	521	522	523
	524	525	527	528	530	531	532	533	534	535	536	537
	538	541	542	543	544	545	546	547	548	549	552	553
	554	555	556	557	558	559	562	563	564	565	566	567
	568	569	570	571	574	575	577	578	579	580	581	582
	583	585	586	587	589	591	592	594	598	603	604	610
	618	619	620	621	622	623	624	625	626	629	630	631
	632	633	634	635	636	638	640	641	642	643	644	645
	646	648	649	651	652	653	654	655	656	657	659	660
	662	663	664	665	667	668	669	670	671	673	674	675
	676	677	678	680	681	682	684	685	686	687	689	691
	692	693	694	695	696	697	698	699	701	702	703	705
	709	710	713	714	715	719	722	723	724	725	728	733
	740	741	742	743	744	745	746	747	748	750	751	752
	753	754	755	756	757	759	761	762	763	764	765	766
	767	768	769	772	773	774	775	776	777	778	779	782
	783	786	787	788	791	792	793	794	795	796	798	799
	800	801	802	803	805	806	807	809	810	811	812	813
	815	816	817	819	820	821	822	823	824	827	828	829
	830	831	832	835	836	837	845	846	847	856	858	860
	861	862	863	864	865	866	867	868	871	872	873	874
	875	876	877	878	879	882	883	884	885	886	887	888
	889	890	893	895	896	897	898	899	900	901	902	904
	905	906	907	908	910	911	912	913	917	920	923	926
	927	930	933	934	937	938	940	941	942	944	945	946
	947	948	949	950	951	952	954	956	958	959	961	962
	963	964	965	966	969	972	973	976	980	981	982	983

J	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	13	14	
	15	16	17	18	19	20	21	24	25	26	27	28	
	29	30	31	32	35	36	37	38	39	40	41	42	
	43	46	47	48	49	50	51	52	53	54	57	58	
	59	60	61	62	63	64	66	68	69	70	71	72	
	73	74	77	78	79	80	81	82	83	84	85	87	

	89	90	91	92	93	94	95	98	99	100	101	102	
	103	104	106	107	108	109	111	130	131	134	135	136	
	137	138	139	140	141	142	145	146	147	148	149	150	
	151	152	153	156	157	158	159	160	161	162	163	164	
	167	168	169	170	171	172	173	174	175	178	179	180	
	181	182	184	185	186	188	189	190	191	192	193	194	
	195	196	197	200	201	202	203	204	205	206	209	210	
	212	213	214	216	217	218	219	220	221	222	223	224	
	226	229	231	232	238	248	250	251	252	255	256	257	
	258	259	260	261	262	263	266	267	268	269	270	271	
	272	273	274	277	278	279	280	281	282	283	285	286	
	288	289	290	291	292	293	294	295	297	299	300	301	
	302	303	304	305	306	307	310	311	312	313	314	315	
	316	318	319	321	322	323	324	325	326	327	328	329	
	332	333	334	335	336	337	339	340	341	343	346	350	

	984	986	987	989	990	991	992	993	994	995	996	997
	999	1001	1002	1005	1006	1007	1008	1009	1010	1011	1012	1014
	1015	1016	1019	1020	1021	1022	1023	1024	1026	1027	1028	1030
	1032	1035	1036	1037	1038	1039	1041	1042	1043	1044	1045	1047
	1048	1051	1052	1054	1056	1057	1058	1059	1064	1065	1066	1067
	1069	1070	1071	1072	1074	1075	1076	1077	1080	1082	1085	1086
	1089	1092	1093	1094	1098	1102	1104	1106	1108	1109	1113	1118
	1120	1122	1124	1126	1127	1128	1129	1130	1131	1136	1137	1138
	1142	1147	1148	1150	1153	1154	1155	1156	1157	1158	1161	1162
	1163	1165	1167	1169	1171	1173	1174	1176	1178	1184	1185	1187
	1188	1189	1191	1192	1193	1194	1195	1196	1197	1198	1201	1208
	1211	1212	1213	1216	1218	1221	1227	1240	1242	1261	1270	1275
	1279	1292	1306	1311	1313	1315	1327	1331	1347	1352	1359	1380
	1390	1393	1394	1397	1401	1402	1410	1412	1413	1417	1418	1420
	1421	1424	1428	1432	1437	1440	1442	1444				

J is a complete (860,10)-cap, as there are no points of index zero, i.e., C0=0. J is a maximal full (k,10)-cap.

10- The (k,11)-caps in PG(3,11):

We can construct complete (k,11)-caps by incorporating additional points of index zero.

L_{10}	11	22	33	44	55	65	75	86	96	105	112	114
	116	118	119	120	121	143	154	165	176	183	198	208
	211	227	228	230	237	242	264	275	284	296	308	320
	331	338	354	368	385	396	407	417	429	436	443	449
	453	470	473	474	479	506	516	526	539	551	560	572
	584	588	590	593	600	606	627	637	647	658	666	679
	688	700	706	708	712	718	720	721	734	739	758	770
	780	784	785	790	808	825	826	833	843	852	853	869
	880	891	894	909	916	918	922	924	925	932	935	977
	978	979	988	998	1004	1013	1017	1025	1033	1034	1040	1049

	1053	1061	1062	1068	1078	1079	1101	1103	1107	1110	1111	1112
	1114	1115	1116	1117	1119	1123	1125	1132	1133	1135	1139	1141
	1143	1144	1145	1146	1151	1152	1159	1164	1168	1170	1172	1175
	1180	1181	1206	1209	1222	1236	1237	1243	1248	1255	1257	1262
	1273	1276	1278	1281	1283	1286	1307	1312	1323	1336	1363	1425
	1426											

Then $K = J \cup L_{10}$ =

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	13
	14	15	16	17	18	19	20	21	22	24	25	26
	27	28	29	30	31	32	33	35	36	37	38	39
	40	41	42	43	44	46	47	48	49	50	51	52
	53	54	55	57	58	59	60	61	62	63	64	65
	66	68	69	70	71	72	73	74	75	77	78	79
	80	81	82	83	84	85	86	87	89	90	91	92
	93	94	95	96	98	99	100	101	102	103	104	105
	106	107	108	109	111	112	114	116	118	119	120	121
	130	131	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143
	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	156	157
	158	159	160	161	162	163	164	165	167	168	169	170
	171	172	173	174	175	176	178	179	180	181	182	183
K	184	185	186	188	189	190	191	192	193	194	195	196
	197	198	200	201	202	203	204	205	206	208	209	210
	211	212	213	214	216	217	218	219	220	221	222	223
	224	226	227	228	229	230	231	232	237	238	242	248
	250	251	252	255	256	257	258	259	260	261	262	263
	264	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275	277
	278	279	280	281	282	283	284	285	286	288	289	290
	291	292	293	294	295	296	297	299	300	301	302	303
	304	305	306	307	308	310	311	312	313	314	315	316
	318	319	320	321	322	323	324	325	326	327	328	329
	331	332	333	334	335	336	337	338	339	340	341	343
	346	350	352	354	355	356	360	361	362	363	368	370
	371	372	373	374	376	377	378	379	380	381	382	383
	384	385	387	388	389	390	391	392	393	394	395	396

	398	399	400	401	402	403	404	405	406	407	409	410
	411	412	413	414	415	416	417	419	420	421	422	423
	424	425	426	427	428	429	431	432	433	434	435	436
	437	438	439	440	442	443	444	445	446	447	448	449
	450	452	453	454	455	456	457	458	459	460	461	463
	464	465	468	469	470	471	472	473	474	475	476	477
	479	480	481	483	485	493	497	498	499	500	501	502
	503	504	505	506	508	509	510	511	512	513	514	515
	516	517	519	520	521	522	523	524	525	526	527	528
	530	531	532	533	534	535	536	537	538	539	541	542
	543	544	545	546	547	548	549	551	552	553	554	555
	556	557	558	559	560	562	563	564	565	566	567	568
	569	570	571	572	574	575	577	578	579	580	581	582
	583	584	585	586	587	588	589	590	591	592	593	594
	598	600	603	604	606	610	618	619	620	621	622	623
	624	625	626	627	629	630	631	632	633	634	635	636
	637	638	640	641	642	643	644	645	646	647	648	649
	651	652	653	654	655	656	657	658	659	660	662	663
	664	665	666	667	668	669	670	671	673	674	675	676
	677	678	679	680	681	682	684	685	686	687	688	689
	691	692	693	694	695	696	697	698	699	700	701	702
	703	705	706	708	709	710	712	713	714	715	718	719
	720	721	722	723	724	725	728	733	734	739	740	741
	742	743	744	745	746	747	748	750	751	752	753	754
	755	756	757	758	759	761	762	763	764	765	766	767
	768	769	770	772	773	774	775	776	777	778	779	780
	782	783	784	785	786	787	788	790	791	792	793	794
	795	796	798	799	800	801	802	803	805	806	807	808
	809	810	811	812	813	815	816	817	819	820	821	822
	823	824	825	826	827	828	829	830	831	832	833	835
	836	837	843	845	846	847	852	853	856	858	860	861
	862	863	864	865	866	867	868	869	871	872	873	874
	875	876	877	878	879	880	882	883	884	885	886	887
	888	889	890	891	893	894	895	896	897	898	899	900
	901	902	904	905	906	907	908	909	910	911	912	913
	916	917	918	920	922	923	924	925	926	927	930	932
	933	934	935	937	938	940	941	942	944	945	946	947
	948	949	950	951	952	954	956	958	959	961	962	963

	964	965	966	969	972	973	976	977	978	979	980	981
	982	983	984	986	987	988	989	990	991	992	993	994
	995	996	997	998	999	1001	1002	1004	1005	1006	1007	1008
	1009	1010	1011	1012	1013	1014	1015	1016	1017	1019	1020	1021
	1022	1023	1024	1025	1026	1027	1028	1030	1032	1033	1034	1035
	1036	1037	1038	1039	1040	1041	1042	1043	1044	1045	1047	1048
	1049	1051	1052	1053	1054	1056	1057	1058	1059	1061	1062	1064
	1065	1066	1067	1068	1069	1070	1071	1072	1074	1075	1076	1077
	1078	1079	1080	1082	1085	1086	1089	1092	1093	1094	1098	1101
	1102	1103	1104	1106	1107	1108	1109	1110	1111	1112	1113	1114
	1115	1116	1117	1118	1119	1120	1122	1123	1124	1125	1126	1127
	1128	1129	1130	1131	1132	1133	1135	1136	1137	1138	1139	1141
	1142	1143	1144	1145	1146	1147	1148	1150	1151	1152	1153	1154
	1155	1156	1157	1158	1159	1161	1162	1163	1164	1165	1167	1168
	1169	1170	1171	1172	1173	1174	1175	1176	1178	1180	1181	1184
	1185	1187	1188	1189	1191	1192	1193	1194	1195	1196	1197	1198
	1201	1206	1208	1209	1211	1212	1213	1216	1218	1221	1222	1227
	1236	1237	1240	1242	1243	1248	1255	1257	1261	1262	1270	1273
	1275	1276	1278	1279	1281	1283	1286	1292	1306	1307	1311	1312
	1313	1315	1323	1327	1331	1336	1347	1352	1359	1363	1380	1390
	1393	1394	1397	1401	1402	1410	1412	1413	1417	1418	1420	1421
	1424	1425	1426	1428	1432	1437	1440	1442	1444			

K is a complete (1041,11)-cap, as there are no points of index zero, i.e., C0=0. K is a maximal full (k,11)-cap.

11- The (k,12)-caps in PG(3,11):

We can construct complete (k,12)-caps by incorporating additional points of index zero.

	12	23	34	45	56	67	76	88	97	110	113	115
	117	122	123	124	125	126	127	128	129	132	133	144
	155	166	177	187	199	207	215	225	233	234	235	236
	239	240	241	243	244	245	246	247	249	253	254	265
	276	287	298	309	317	330	342	344	345	347	348	349
	351	353	357	358	359	364	365	366	367	369	375	386
	397	408	418	430	441	451	462	466	467	478	482	484
	486	487	488	489	490	491	492	494	495	496	507	518
	529	540	550	561	573	576	595	596	597	599	601	602
	605	607	608	609	611	612	613	614	615	616	617	628
	639	650	661	672	683	690	704	707	711	716	717	726
L_{11}	727	729	730	731	732	735	736	737	738	749	760	771
	781	789	797	804	814	818	834	838	839	840	841	842
	844	848	849	850	851	854	855	857	859	870	881	892
	903	914	915	919	921	928	929	931	936	939	943	953
	955	957	960	967	968	970	971	974	975	985	1000	1003
	1018	1029	1031	1046	1050	1055	1060	1063	1973	1081	1083	1084
	1087	1088	1090	1091	1095	1096	1097	1099	1100	1105	1121	1134
	1140	1149	1160	1166	1177	1179	1182	1183	1186	1190	1199	1200
	1202	1203	1204	1205	1207	1210	1214	1215	1217	1219	1220	1223
	1224	1225	1226	1228	1229	1230	1231	1232	1233	1234	1235	1238
	1239	1241	1244	1245	1246	1247	1249	1250	1251	1252	1253	1254
	1256	1258	1259	1260	1263	1264	1265	1266	1267	1268	1269	1271
	1272	1274	1277	1280	1282	1284	1285	1287	1288	1289	1290	1291
	1293	1294	1295	1296	1297	1298	1299	1300	1301	1302	1303	1304
	1305	1308	1309	1310	1314	1316	1317	1318	1319	1320	1321	1322
	1324	1325	1326	1328	1329	1330	1332	1333	1334	1335	1337	1338
	1339	1340	1341	1342	1343	1344	1345	1346	1348	1349	1350	1351
	1353	1354	1355	1356	1357	1358	1360	1361	1362	1364	1365	1366
	1367	1368	1369	1370	1371	1372	1373	1374	1375	1376	1377	1378

	1379	1381	1382	1383	1384	1385	1386	1387	1388	1389	1391	1392
	1395	1396	1398	1399	1400	1403	1404	1405	1406	1407	1408	1409
	1411	1414	1415	1416	1419	1422	1423	1427	1429	1430	1431	1433
	1434	1435	1436	1438	1439	1441	1443	1445	1446	1447	1448	1449
	1450	1451	1452	1453	1454	1455	1456	1457	1458	1459	1460	1461
	1462	1463	1464									

Then $L=K\cup L_{11}$ =

	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252
	253	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264
	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275	276
	277	278	279	280	281	282	283	284	285	286	287	288
	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300
	301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312
	313	314	315	316	317	318	319	320	321	322	323	324
	325	326	327	328	329	330	331	332	333	334	335	336
	337	338	339	340	341	342	343	344	345	346	347	348
	349	350	351	352	353	354	355	356	357	358	359	360
	361	362	363	364	365	366	367	368	369	370	371	372
	373	374	375	376	377	378	379	380	381	382	383	384
	385	386	387	388	389	390	391	392	393	394	395	396
	397	398	399	400	401	402	403	404	405	406	407	408
	409	410	411	412	413	414	415	416	417	418	419	420
	421	422	423	424	425	426	427	428	429	430	431	432
	433	434	435	436	437	438	439	440	441	442	443	444
	445	446	447	448	449	450	451	452	453	454	455	456
	457	458	459	460	461	462	463	464	465	466	467	468
	469	470	471	472	473	474	475	476	477	478	479	480
	481	482	483	484	485	486	487	488	489	490	491	492
	493	494	495	496	497	498	499	500	501	502	503	504
	505	506	507	508	509	510	511	512	513	514	515	516
	517	518	519	520	521	522	523	524	525	526	527	528
	529	530	531	532	533	534	535	536	537	538	539	540
	541	542	543	544	545	546	547	548	549	550	551	552
	553	554	555	556	557	558	559	560	561	562	563	564
	565	566	567	568	569	570	571	572	573	574	575	576
	577	578	579	580	581	582	583	584	585	586	587	588

	589	590	591	592	593	594	595	596	597	598	599	600
	601	602	603	604	605	606	607	608	609	610	611	612
	613	614	615	616	617	618	619	620	621	622	623	624
	625	626	627	628	629	630	631	632	633	634	635	636
	637	638	639	640	641	642	643	644	645	646	647	648
	649	650	651	652	653	654	655	656	657	658	659	660
	661	662	663	664	665	666	667	668	669	670	671	672
	673	674	675	676	677	678	679	680	681	682	683	684
	685	686	687	688	689	690	691	692	693	694	695	696
	697	698	699	700	701	702	703	704	705	706	707	708
	709	710	711	712	713	714	715	716	717	718	719	720
	721	722	723	724	725	726	727	728	729	730	731	732
	733	734	735	736	737	738	739	740	741	742	743	744

	745	746	747	748	749	750	751	752	753	754	755	756
	757	758	759	760	761	762	763	764	765	766	767	768
	769	770	771	772	773	774	775	776	777	778	779	780
	781	782	783	784	785	786	787	788	789	790	791	792
	793	794	795	796	797	798	799	800	801	802	803	804
	805	806	807	808	809	810	811	812	813	814	815	816
	817	818	819	820	821	822	823	824	825	826	827	828
	829	830	831	832	833	834	835	836	837	838	839	840
	841	842	843	844	845	846	847	848	849	850	851	852
	853	854	855	856	857	858	859	860	861	862	863	864
	865	866	867	868	869	870	871	872	873	874	875	876
	877	878	879	880	881	882	883	884	885	886	887	888
	889	890	891	892	893	894	895	896	897	898	899	900
	901	902	903	904	905	906	907	908	909	910	911	912
	913	914	915	916	917	918	919	920	921	922	923	924
	925	926	927	928	929	930	931	932	933	934	935	936
	937	938	939	940	941	942	943	944	945	946	947	948
	949	950	951	952	953	954	955	956	957	958	959	960

	961	962	963	964	965	966	967	968	969	970	971	972
	973	974	975	976	977	978	979	980	981	982	983	984
	985	986	987	988	989	990	991	992	993	994	995	996
	997	998	999	1000	1001	1002	1003	1004	1005	1006	1007	1008
	1009	1010	1011	1012	1013	1014	1015	1016	1017	1018	1019	1020
	1021	1022	1023	1024	1025	1026	1027	1028	1029	1030	1031	1032
	1033	1034	1035	1036	1037	1038	1039	1040	1041	1042	1043	1044
	1045	1046	1047	1048	1049	1050	1051	1052	1053	1054	1055	1056
	1057	1058	1059	1060	1061	1062	1063	1064	1065	1066	1067	1068
	1069	1070	1071	1072	1073	1074	1075	1076	1077	1078	1079	1080
	1081	1082	1083	1084	1085	1086	1087	1088	1089	1090	1091	1092
	1093	1094	1095	1096	1097	1098	1099	1100	1101	1102	1103	1104
	1105	1106	1107	1108	1109	1110	1111	1112	1113	1114	1115	1116
	1117	1118	1119	1120	1121	1122	1123	1124	1125	1126	1127	1128
	1129	1130	1131	1132	1133	1134	1135	1136	1137	1138	1139	1140
	1141	1142	1143	1144	1145	1146	1147	1148	1149	1150	1151	1152
	1153	1154	1155	1156	1157	1158	1159	1160	1161	1162	1163	1164
	1165	1166	1167	1168	1169	1170	1171	1172	1173	1174	1175	1176
	1177	1178	1179	1180	1181	1182	1183	1184	1185	1186	1187	1188
	1189	1190	1191	1192	1193	1194	1195	1196	1197	1198	1199	1200
	1201	1202	1203	1204	1205	1206	1207	1208	1209	1210	1211	1212
	1213	1214	1215	1216	1217	1218	1219	1220	1221	1222	1223	1224
	1225	1226	1227	1228	1229	1230	1231	1232	1233	1234	1235	1236
	1237	1238	1239	1240	1241	1242	1243	1244	1245	1246	1247	1248
	1249	1250	1251	1252	1253	1254	1255	1256	1257	1258	1259	1260
	1261	1262	1263	1264	1265	1266	1267	1268	1269	1270	1271	1272
	1273	1274	1275	1276	1277	1278	1279	1280	1281	1282	1283	1284
	1285	1286	1287	1288	1289	1290	1291	1292	1293	1294	1295	1296
	1297	1298	1299	1300	1301	1302	1303	1304	1305	1306	1307	1308
	1309	1310	1311	1312	1313	1314	1315	1316	1317	1318	1319	1320
	1321	1322	1323	1324	1325	1326	1327	1328	1329	1330	1331	1332
	1333	1334	1335	1336	1337	1338	1339	1340	1341	1342	1343	1344

	1345	1346	1347	1348	1349	1350	1351	1352	1353	1354	1355	1356
	1357	1358	1359	1360	1361	1362	1363	1364	1365	1366	1367	1368
	1369	1370	1371	1372	1373	1374	1375	1376	1377	1378	1379	1380
	1381	1382	1383	1384	1385	1386	1387	1388	1389	1390	1391	1392
	1393	1394	1395	1396	1397	1398	1399	1400	1401	1402	1403	1404
	1405	1406	1407	1408	1409	1410	1411	1412	1413	1414	1415	1416
	1417	1418	1419	1420	1421	1422	1423	1424	1425	1426	1427	1428
	1429	1430	1431	1432	1433	1434	1435	1436	1437	1438	1439	1440
	1441	1442	1443	1444	1445	1446	1447	1448	1449	1450	1451	1452
	1453	1454	1455	1456	1457	1458	1459	1460	1461	1462	1463	1464

L is a complete (1041,12)-cap, as there are no points of index zero, i.e., C0=0. L is a maximal complete (k,12)-cap.

Table (1) : The points and lines of PG(3,11)													
i	N_i	π_i											
1	(1,0,0,0)	2	13	24	35	46	57	68	79	90	101	112	123
			134	145	156	167	178	189	200	211	222	233	244
			255	266	277	288	299	310	321	332	343	354	365
			376	387	398	409	420	431	442	453	464	475	486
			497	508	519	530	541	552	563	574	585	596	607
			618	629	640	651	662	673	684	695	706	717	728
			739	750	761	772	783	794	805	816	827	838	849
			860	871	882	893	904	915	926	937	948	959	970
			981	992	1003	1014	1025	1036	1047	1058	1069	1080	1091
			1102	1113	1124	1135	1146	1157	1168	1179	1190	1201	1212
			1223	1234	1245	1256	1267	1278	1289	1300	1311	1322	1333
			1344	1355	1366	1377	1388	1399	1410	1421	1432	1443	1454
2	(0,1,0,0)	1	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
			134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144
			255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265
			376	377	378	379	380	381	382	383	384	385	386
			497	498	499	500	501	502	503	504	505	506	507
			618	619	620	621	622	623	624	625	626	627	628
			739	740	741	742	743	744	745	746	747	748	749

			860	861	862	863	864	865	866	867	868	869	870
			981	982	983	984	985	986	987	988	989	990	991
			1102	1103	1104	1105	1106	1107	1108	1109	1110	1111	1112
			1223	1224	1225	1226	1227	1228	1229	1230	1231	1232	1233
			1344	1345	1346	1347	1348	1349	1350	1351	1352	1353	1354
3	(1,1,0,0)	12	13	34	44	54	64	74	84	94	104	114	124
			134	155	165	175	185	195	205	215	225	235	245
			255	276	286	296	306	316	326	336	346	356	366
			376	397	407	417	427	437	447	457	467	477	487
			497	518	528	538	548	558	568	578	588	598	608
			618	639	649	659	669	679	689	699	709	719	729
			739	760	770	780	790	800	810	820	830	840	850
			860	881	891	901	911	921	931	941	951	961	971
			981	1002	1012	1022	1032	1042	1052	1062	1072	1082	1092
			1102	1123	1133	1143	1153	1163	1173	1183	1193	1203	1213
			1223	1244	1254	1264	1274	1284	1294	1304	1314	1324	1334
			1344	1365	1375	1385	1395	1405	1415	1425	1435	1445	1455
. . .	. . .							. . .					
1464	(10,10,10,1)	12	23	33	43	53	63	73	83	93	103	113	123
			135	145	166	176	186	196	206	216	226	236	246
			255	276	286	296	306	316	326	336	346	356	366
			386	396	406	416	426	436	446	456	466	476	486
			506	516	526	536	546	556	566	576	586	596	617
			626	636	646	656	666	676	686	696	706	727	737
			746	756	766	776	786	796	806	816	837	847	857
			866	876	886	896	906	916	926	947	957	967	977
			986	996	1006	1016	1026	1036	1057	1067	1077	1087	1097
			1106	1116	1126	1136	1146	1167	1177	1187	1197	1207	1217
			1226	1236	1246	1256	1277	1287	1297	1307	1317	1327	1337
			1346	1356	1366	1387	1397	1407	1417	1427	1437	1447	1457

464	200	332	24	596	728	739	871	1003	1135	1267	1399
475	167	321	46	508	662	816	970	1003	1157	1311	1344
486	200	343	508	35	651	794	937	1080	1102	1245	1388
497	156	310	464	46	651	805	959	992	1146	1300	1454
508	497	596	519	530	541	552	563	574	585	2	607
519	178	332	486	46	673	827	860	1014	1168	1322	1355
530	156	321	486	695	57	739	904	1069	1113	1278	1443
541	167	332	376	57	706	750	915	1080	1124	1289	1454
552	211	365	398	46	706	739	893	1047	1201	1234	1388
563	189	354	398	57	728	772	937	981	1146	1311	1355
574	200	365	409	57	618	783	948	992	1157	1322	1366
585	178	354	409	816	640	68	871	1047	1102	1278	1454
596	189	365	420	651	827	68	882	1058	1113	1289	1344
607	178	321	464	35	629	772	915	1058	1201	1223	1366
618	156	332	387	563	68	794	970	1025	1201	1256	1432
629	167	343	398	574	805	68	860	1036	1212	1267	1443
640	145	299	453	607	46	794	948	981	1135	1289	1443
651	222	299	376	574	849	1003	926	90	1201	1278	1355
662	244	288	453	497	57	827	871	1036	1201	1245	1410
673	211	266	442	497	68	849	904	1080	1135	1311	1366
684	145	310	475	519	57	849	893	1058	1102	1267	1432
695	233	288	464	519	750	68	926	981	1157	1333	1388
706	244	299	475	530	68	761	937	992	1168	1223	1399
717	178	343	387	552	57	761	926	1091	1135	1300	1344
728	618	629	640	651	662	673	684	695	706	717	2
739	222	277	453	508	684	68	915	1091	1146	1322	1377
750	739	761	2	772	783	794	805	816	827	838	849
761	189	255	442	508	695	948	79	1014	1201	1267	1454
772	200	266	453	519	706	79	959	1025	1212	1278	1344
783	211	277	464	530	717	79	970	1036	1102	1289	1355
794	222	288	475	541	728	79	860	1047	1113	1300	1366
805	233	299	486	552	618	871	79	1058	1124	1311	1377
816	244	310	376	563	629	882	79	1069	1135	1322	1388
827	200	277	475	552	629	981	904	90	1179	1256	1454
838	145	332	398	585	651	904	79	1091	1157	1223	1410
849	156	343	409	596	662	79	915	981	1168	1234	1421
860	156	354	431	508	706	783	90	1058	1135	1333	1410
871	860	2	882	893	904	915	926	937	948	959	970
882	178	255	453	530	728	805	1080	90	1157	1234	1432
893	244	332	420	508	717	805	1190	981	101	1278	1366
904	244	354	464	574	684	794	1124	1014	1234	123	1344
915	211	288	486	563	640	838	90	992	1190	1267	1344
926	167	354	420	607	673	739	79	992	1179	1245	1432
937	178	365	431	497	684	750	79	1003	1190	1256	1443
948	244	321	398	596	673	750	1025	90	1102	1300	1377
959	189	277	486	574	662	750	101	1047	1135	1223	1432

Table(2) : lines and planes for PG(3,11)											
L1											
2	134	145	156	167	178	189	200	211	222	233	244
13	2	24	35	46	57	68	79	90	101	112	123
24	134	266	398	530	662	794	926	1058	1190	1322	1454
35	134	277	420	563	706	849	871	1014	1157	1300	1443
46	134	288	442	596	629	783	937	1091	1124	1278	1432
57	134	299	464	508	673	838	882	1047	1212	1256	1421
68	134	310	486	541	717	772	948	1003	1179	1234	1410
79	134	321	387	574	640	827	893	1080	1146	1333	1399
90	134	332	409	607	684	761	959	1036	1113	1311	1388
101	134	343	431	519	728	816	904	992	1201	1289	1377
112	233	332	431	530	629	849	948	1047	1146	1245	1344
123	134	365	475	585	695	805	915	1025	1135	1245	1355
134	13	255	376	497	618	739	860	981	1102	1223	1344
145	277	24	409	541	673	805	937	1069	1201	1333	1344
156	13	277	398	519	640	761	882	1003	1124	1245	1366
167	299	24	431	563	695	827	959	1091	1102	1234	1366
178	13	299	420	541	662	783	904	1025	1146	1267	1388
189	13	310	431	552	673	794	915	1036	1157	1278	1399
200	13	321	442	563	684	805	926	1047	1168	1289	1410
211	13	332	453	574	695	816	937	1058	1179	1300	1421
222	365	35	387	530	673	816	959	981	1124	1267	1410
233	13	354	475	596	717	838	959	1080	1201	1322	1443
244	255	24	387	519	651	783	915	1047	1179	1311	1443
255	2	266	277	288	299	310	321	332	343	354	365
266	244	35	409	552	695	838	860	1003	1146	1289	1432
277	244	585	431	46	618	772	926	1080	1113	1267	1421
288	156	24	420	552	684	816	948	1080	1212	1223	1355
299	156	442	35	585	728	750	893	1036	1179	1322	1344
310	178	24	442	574	706	838	970	981	1113	1245	1377
321	189	24	453	585	717	849	860	992	1124	1256	1388
332	189	35	475	497	640	783	926	1069	1212	1234	1377
343	211	24	475	607	618	750	882	1014	1146	1278	1410
354	211	35	376	519	662	805	948	1091	1113	1256	1399
365	233	376	24	508	640	772	904	1036	1168	1300	1432
376	442	387	398	409	420	431	2	453	464	475	486
387	200	354	46	541	695	849	882	1036	1190	1223	1377
398	233	255	35	541	684	827	970	992	1135	1278	1421
409	222	255	46	563	717	750	904	1058	1212	1245	1399
420	233	266	46	574	728	761	915	1069	1102	1256	1410
431	145	288	35	574	717	739	882	1025	1168	1311	1454
442	233	277	651	607	57	816	860	1025	1190	1234	1399
453	167	310	35	596	618	761	904	1047	1190	1333	1355

L2											
1	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144
13	1	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
14	134	256	378	500	622	744	866	988	1110	1232	1354
15	382	259	136	505	628	740	863	986	1109	1232	1344
16	134	258	382	506	619	743	867	991	1104	1228	1352
17	134	259	384	498	623	748	862	987	1112	1226	1351
18	134	260	386	501	627	742	868	983	1109	1224	1350
19	134	261	377	504	620	747	863	990	1106	1233	1349
20	134	262	379	507	624	741	869	986	1103	1231	1348
21	134	263	381	499	628	746	864	982	1111	1229	1347
22	143	262	381	500	619	749	868	987	1106	1225	1344
23	134	265	385	505	625	745	865	985	1105	1225	1345
134	13	255	376	497	618	739	860	981	1102	1223	1344
135	13	256	377	498	619	740	861	982	1103	1224	1345
136	384	260	497	16	621	745	869	982	1106	1230	1354
137	13	258	379	500	621	742	863	984	1105	1226	1347
138	13	259	380	501	622	743	864	985	1106	1227	1348
139	262	15	385	497	620	743	866	989	1112	1224	1347
140	13	261	382	503	624	745	866	987	1108	1229	1350
141	13	262	383	504	625	746	867	988	1109	1230	1351
142	13	263	384	505	626	747	868	989	1110	1231	1352
143	13	264	385	506	627	748	869	990	1111	1232	1353
144	13	265	386	507	628	749	870	991	1112	1233	1354
255	144	14	377	499	621	743	865	987	1109	1231	1353
256	144	15	379	502	625	748	860	983	1106	1229	1352
257	135	14	379	501	623	745	867	989	1111	1233	1344
258	135	381	15	504	627	739	862	985	1108	1231	1354
259	137	14	381	503	625	747	869	991	1102	1224	1346
260	138	14	382	504	626	748	870	981	1103	1225	1347
261	255	256	257	258	259	260	263	262	1	264	265
262	138	386	499	16	623	747	860	984	1108	1232	1345
263	137	504	378	745	619	18	860	986	1112	1227	1353
264	141	15	376	499	622	745	868	991	1103	1226	1349
265	142	15	377	500	623	746	869	981	1104	1227	1350
376	143	265	14	498	620	742	864	986	1108	1230	1352
377	140	264	16	501	625	749	862	986	1110	1223	1347
378	143	255	15	501	624	747	870	982	1105	1228	1351
379	142	255	16	503	627	740	864	988	1112	1225	1349
380	143	256	16	504	628	741	865	989	1102	1226	1350
381	144	257	505	16	618	742	866	990	1103	1227	1351

382	139	255	741	498	625	868	19	984	1111	1227	1354
383	137	260	15	506	618	741	864	987	1110	1233	1345
384	138	261	507	15	619	742	865	988	1111	1223	1346
385	137	261	16	498	622	746	870	983	1107	1231	1344
386	376	377	378	379	380	381	382	383	384	385	1
497	144	258	383	622	17	747	861	986	1111	1225	1350
498	142	257	383	739	624	18	865	991	1106	1232	1347
499	135	260	385	624	17	749	863	988	1102	1227	1352
500	497	498	499	1	501	502	503	504	505	506	507
501	137	262	376	17	626	740	865	990	1104	1229	1354
502	141	265	378	16	626	739	863	987	1111	1224	1348
503	139	264	378	17	628	742	867	981	1106	1231	1345
504	144	264	384	864	624	744	1104	984	1224	23	1344
505	141	255	380	619	17	744	869	983	1108	1233	1347
506	142	256	381	17	620	745	870	984	1109	1223	1348
507	135	259	383	620	16	744	868	981	1105	1229	1353
618	136	262	377	503	18	744	870	985	1111	1226	1352
619	618	1	620	621	622	623	624	625	626	627	628
620	141	258	386	503	865	748	20	982	1110	1227	1344
621	139	265	380	506	747	18	862	988	1103	1229	1344
622	140	255	381	507	748	18	863	989	1104	1230	1345
623	137	264	380	507	866	739	19	982	1109	1225	1352
624	138	265	381	497	740	867	19	983	1110	1226	1353
625	136	261	386	500	17	739	864	989	1103	1228	1353
626	144	259	385	500	18	741	867	982	1108	1223	1349
627	138	263	377	502	17	741	866	991	1105	1230	1344
628	135	261	376	502	18	743	869	984	1110	1225	1351
739	741	740	1	742	743	744	745	746	747	748	749
740	144	261	378	506	623	868	985	20	1102	1230	1347
741	140	258	376	505	623	988	870	21	1106	1224	1353
742	140	256	383	499	626	19	869	985	1112	1228	1344
743	141	257	384	500	627	19	870	986	1102	1229	1345
744	142	258	385	501	628	19	860	987	1103	1230	1346
745	138	255	383	500	628	990	862	20	1107	1224	1352
746	144	260	376	503	619	862	19	989	1105	1232	1348
747	140	257	385	502	619	981	864	20	1109	1226	1354
748	135	262	378	505	621	864	19	991	1107	1223	1350
749	136	263	379	506	622	19	865	981	1108	1224	1351
860	136	264	381	498	626	743	20	988	1105	1233	1350
861	860	1	862	863	864	865	866	867	868	869	870
862	142	262	382	502	622	742	982	1233	1102	23	1353
863	138	257	376	506	625	744	982	1112	22	1231	1350
864	141	256	623	497	18	749	990	1105	1346	1231	382
865	140	259	378	497	627	746	984	1103	1233	22	1352
866	142	259	376	504	621	749	983	20	1111	1228	1345
867	143	260	377	505	622	739	984	20	1112	1229	1346
868	138	256	385	503	621	739	986	21	1104	1233	1351
869	144	263	382	501	620	739	988	1107	22	1226	1345

870	135	263	380	497	625	742	20	987	1104	1232	1349
981	982	1	983	984	985	986	987	988	989	990	991
982	140	265	379	17	618	743	868	1346	1107	1232	504
983	143	263	383	503	623	743	863	1103	23	1223	1354
984	136	265	383	501	619	748	866	1102	21	1231	1349
985	141	260	379	498	628	747	866	1104	22	1223	1353
986	135	255	386	506	626	746	866	1226	1106	23	1346
987	136	256	376	507	627	747	867	1227	1107	23	1347
988	137	257	377	497	628	748	868	1228	1108	23	1348
989	141	259	377	506	624	742	860	21	1107	1225	1354
990	142	260	378	507	625	743	861	1108	21	1226	1344
991	143	261	379	497	626	744	862	21	1109	1227	1345
1102	1103	1	1104	1105	1106	1107	1108	1109	1110	1111	1112
1103	137	255	384	502	620	749	867	985	1350	1232	21
1104	13	257	378	499	620	741	862	983	1346	1225	136
1105	140	262	14	506	628	739	861	983	1349	1227	384
1106	137	265	382	499	627	744	861	989	20	1223	1351
1107	143	258	384	499	625	18	866	981	740	1233	1348
1108	139	256	384	501	618	746	20	991	1225	863	1353
1109	135	265	384	503	622	741	860	990	22	1228	1347
1110	136	255	385	504	623	742	861	991	22	1229	1348
1111	137	256	386	505	624	743	862	981	22	1230	1349
1112	141	261	381	501	621	741	861	981	1232	23	1352
1223	1	1224	1225	1226	1227	1228	1229	1230	1231	1232	1233
1224	143	257	621	507	17	746	860	985	1110	382	1349
1225	140	263	386	15	621	744	867	990	1102	1348	498
1226	139	14	383	505	627	749	860	982	1104	261	1348
1227	134	264	383	502	621	740	870	989	1108	22	1346
1228	138	264	379	505	620	18	861	987	1102	746	1354
1229	138	258	378	498	618	749	869	989	1109	23	1349
1230	139	259	379	499	619	739	870	990	1110	23	1350
1231	140	260	380	500	620	740	860	991	1111	23	1351
1232	139	258	377	507	626	745	864	983	1102	22	1351
1233	139	263	376	16	624	748	861	985	1109	1346	500
1344	1	1345	1346	1347	1348	1349	1350	1351	1352	1353	1354
1345	136	14	380	502	624	746	868	990	1112	1223	258
1346	144	262	380	498	627	863	1110	981	21	1228	745
1347	143	259	386	502	618	745	19	988	1104	1231	861
1348	135	264	382	500	618	747	983	1112	1230	21	865
1349	13	260	381	502	623	744	865	986	1107	1228	139
1350	141	14	385	507	618	740	862	984	1106	1228	263
1351	142	264	14	497	619	741	863	985	1107	1229	386
1352	139	257	386	504	622	740	21	987	1105	1223	869
1353	134	257	380	503	626	749	861	984	1107	1230	15
1354	142	261	380	499	618	748	867	1105	22	1224	986

466	186	326	43	617	636	776	916	1067	1207	1226	1366
476	196	336	43	506	646	786	926	1077	1217	1236	1387
486	186	336	53	526	676	837	866	1016	1177	1327	1356
506	166	316	466	53	656	806	967	996	1146	1307	1457
516	176	326	476	53	666	816	977	1006	1167	1317	1346
526	145	316	476	686	63	857	896	1067	1106	1277	1437
536	196	346	386	53	686	847	876	1026	1187	1337	1366
546	206	356	396	53	696	857	886	1036	1197	1226	1387
556	186	346	396	63	727	766	926	1097	1136	1307	1346
566	196	356	406	63	737	776	947	986	1146	1317	1356
576	506	516	526	536	546	556	566	596	586	12	617
586	246	286	436	53	626	776	926	1087	1116	1277	1427
596	226	276	436	646	63	806	977	1016	1187	1226	1397
617	236	286	446	63	656	816	866	1026	1197	1236	1407
626	636	12	646	656	666	676	686	696	706	727	737
636	176	346	406	576	866	806	73	1036	1217	1277	1447
646	206	316	426	536	123	756	866	1097	1207	1317	1427
656	196	366	426	596	837	73	886	1067	1116	1297	1346
666	246	296	456	506	63	837	876	1036	1207	1246	1417
676	135	306	466	516	63	847	886	1057	1217	1256	1427
686	135	336	416	617	967	766	93	1036	1116	1317	1397
696	236	296	466	526	756	73	926	986	1167	1337	1397
706	176	336	386	546	63	756	916	1087	1126	1297	1457
727	135	316	486	546	73	776	957	1006	1187	1236	1417
737	145	326	386	556	73	786	967	1016	1197	1246	1427
746	12	756	766	776	786	796	806	816	837	847	857
756	246	326	406	596	676	957	93	1026	1106	1307	1387
766	246	306	476	536	706	73	947	996	1177	1226	1407
776	206	276	456	526	706	83	967	1026	1217	1287	1346
786	236	346	456	566	676	123	896	1006	1116	1226	1457
796	226	296	476	546	737	866	1057	83	1116	1307	1366
806	236	306	486	556	626	83	876	1067	1126	1317	1387
816	186	356	416	586	646	73	876	1057	1106	1287	1457
837	135	326	396	576	646	896	83	1087	1146	1337	1407
847	145	336	406	586	656	83	906	1097	1167	1226	1417
857	216	276	446	506	676	73	906	1087	1136	1317	1366
866	12	876	886	896	906	916	926	947	957	967	977
876	176	366	446	526	727	796	93	1077	1146	1226	1427
886	246	316	386	566	636	816	83	1077	1136	1327	1397
896	196	276	466	546	626	816	1097	93	1177	1246	1447
906	206	286	476	556	636	837	93	986	1187	1256	1457
916	166	346	416	596	666	857	83	986	1177	1236	1427
926	176	356	426	617	676	746	83	996	1187	1246	1437

947	236	316	396	586	666	746	1016	93	1217	1297	1366
957	186	276	476	566	656	746	1036	103	1126	1337	1427
967	246	346	446	546	646	746	1167	1067	113	1256	1356
977	145	346	426	506	696	776	93	1057	1126	1327	1407
986	12	996	1006	1016	1026	1036	1057	1067	1077	1087	1097
996	216	296	486	566	646	847	916	93	1197	1277	1346
1006	226	306	386	576	656	857	926	93	1207	1287	1356
1016	166	366	456	546	636	847	926	1106	103	1317	1407
1026	216	316	416	516	737	837	926	1126	113	1226	1447
1036	226	326	426	526	626	847	947	1136	113	1236	1457
1057	166	276	386	617	727	837	947	123	1167	1277	1387
1067	166	356	436	516	706	786	866	93	1136	1337	1417
1077	216	306	396	596	686	776	866	103	1167	1246	1457
1087	226	316	406	617	696	786	876	103	1177	1256	1346
1097	216	356	386	43	666	806	957	1116	526	1256	1407
1106	1116	12	1126	1136	1146	1167	1177	1187	1197	1207	1217
1116	206	306	406	506	727	816	916	1016	1337	113	1437
1126	246	356	466	576	686	796	906	1016	123	1236	1346
1136	135	366	476	586	696	806	916	1026	1356	1246	123
1146	226	286	456	516	686	746	916	1097	73	1327	1387
1167	206	366	416	576	63	786	957	996	1366	1327	626
1177	135	356	456	556	656	756	977	1077	113	1277	1366
1187	145	366	466	566	666	766	866	1087	113	1287	1387
1197	246	336	426	516	727	806	896	986	103	1287	1366
1207	176	276	486	586	686	786	886	986	113	1307	1407
1217	145	356	446	536	626	837	916	1006	103	1307	1397
1226	12	1236	1246	1256	1277	1287	1297	1307	1317	1327	1337
1236	206	296	386	586	676	766	977	1067	1146	103	1447
1246	236	336	436	536	636	857	957	1057	1146	113	1346
1256	166	336	396	566	626	796	977	73	1207	1026	1437
1277	236	326	416	506	706	796	886	1097	1187	103	1356
1287	176	286	396	506	737	847	957	1067	1177	123	1397
1297	135	346	436	526	737	816	906	996	1207	103	1387
1307	196	306	416	526	636	746	977	1087	1197	123	1417
1317	186	286	386	596	696	796	896	996	1217	113	1417
1327	216	326	436	546	656	766	876	986	1217	123	1437
1337	226	336	446	556	666	776	886	996	1106	123	1447
1346	12	1356	1366	1387	1397	1407	1417	1427	1437	1447	1457
1356	216	286	466	536	727	83	977	1036	1106	1297	786
1366	306	33	436	566	696	837	967	1097	1106	1236	176
1387	23	296	416	536	656	776	896	1016	1136	1256	176
1397	206	346	486	516	43	796	947	1087	1106	1246	656
1407	186	296	406	516	626	857	967	1077	1187	1297	123
1417	236	276	426	53	737	766	916	1077	1106	1256	576
1427	196	296	396	617	706	806	906	1006	1106	1327	113
1437	196	286	486	576	666	756	967	1057	1136	1226	103
1447	166	326	486	536	63	746	906	1077	1116	1287	696
1457	196	255	446	516	696	766	957	1016	1207	1277	83

References

1. Hirschfeld, J. W. P. (1998). *Projective geometries over finite fields* (2nd ed.). Oxford University Press.
2. Al-Mukhtar, A. S. H. (2008). *Complete arcs and surfaces in three dimensional projective space over Galois field* (Master's thesis). University of Technology, Iraq.
3. Kareem, F. F. (2011). A complete (k, r)-cap in PG(3, p) over Galois field GF(4). *University of Baghdad*, 24(2).
4. Abdulla, A. A., & Kasm, N. Y. (2020). Application of algebraic geometry in three dimensional projective space PG(3,7). *Journal of Physics: Conference Series*. https://doi.org/[Insert DOI if available]
5. Ayres, F. (1967). *Projective geometry*. Schaum Publishing Co.
6. Hassan, A. S. (2001). *Construction of (k, 3)-arcs on projective plane over Galois field GF(q), $q = p^h$ when $p = 2$ and $h = 2, 3$ and 4* (Master's thesis). College of Education, Ibn Al-Haitham, University of Baghdad.
7. Hirschfeld, J. W. P. (1979). *Projective geometries over finite fields*. Oxford: Clarendon Press; New York: Oxford University Press.
8. Al-Jofy, R. A. S. (1999). *Complete arcs in a projective plane over Galois field* (Master's thesis). College of Education, Ibn Al-Haitham, University of Baghdad.